

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.10.2>

УДК: 537.86

ФОРМИРОВАНИЕ ФРОНТА УДАРНОЙ ВОЛНЫ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ НАНОСЕКУНДНЫХ ВИДЕОИМПУЛЬСОВ В СЛАБОПРОВОДЯЩИХ СРЕДАХ С ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

П.С. Глазунов^{1,2}, А.М. Салецкий¹, В.А. Вдовин²¹ МГУ им. М. В. Ломоносова, Физический факультет
119991, Москва, Ленинские горы, ул. Колмогорова, д. 1, стр. 2² ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, 125009, Москва, ул. Моховая, 11, корп. 7

Статья поступила в редакцию 22 сентября 2023 г.

Аннотация. Предлагается консервативная модель слабопроводящих материальных сред с температурной зависимостью диэлектрической проницаемости, для которой выполняются начала термодинамики. Выведена система уравнений в частных производных, описывающая изменение профиля электромагнитного видеоимпульса, с течением времени. Рассмотрено приближение, в котором данную систему возможно решить при помощи метода характеристик. Показано, что при распространении импульса возникают два конкурирующих нелинейных эффекта: рост пиковой мощности импульса и формирование ударной электромагнитной волны.

Ключевые слова: ударная электромагнитная волна, температурный коэффициент диэлектрической проницаемости, наносекундный видеоимпульс, метод характеристик.

Финансирование: Госзадание.

Автор для переписки: Вдовин Владимир Александрович, vdv@cplire.ru

Введение

В настоящее время генераторы наносекундных видеоимпульсов напряжения становятся все более востребованными [1-2] как для фундаментальных физических исследований (ускорители заряженных частиц [3-5]; изучение стримерных разрядов [6]), так и для прикладных физических задач (рентгеноимпульсные аппараты [7-8]; источники [9] и излучатели [10-12] высокоинтенсивных сверхширокополосных микроволновых импульсов, используемые, например, для радаров [13]; генераторы накачки для полупроводниковых [14-15] и газовых [16-17] лазеров; технология электроэрозионного фрезерования [18-19]; альтернативный способ дезинтеграции минеральных руд [20]). Кроме того, значительный интерес представляет изучение воздействия нано- и субнаносекундных видеоимпульсов напряжения на биологические объекты (микроорганизмы в воде [21] и жидких пищевых продуктах [22]; мембраны клеток [23-24]; раковые опухоли [25]).

Сравнительно недавно считалось, что предельные возможности подобных генераторов определяются исключительно характеристиками высоковольтных ключей – минимальным временем их срабатывания, а также максимально допустимыми значениями тока и напряжения. Однако в 60-ые годы прошлого столетия была продемонстрирована возможность использования нелинейных линий передачи (на основе феррита и сегнетоэлектриков) для формирования ударных электромагнитных волн (см. одни из первых работ [26-28]). Данный эффект позволяет получать импульсы с фронтами, длительность которых не превышает одной наносекунды (см. главу 23 монографии [29]). В современных работах нелинейные линии передачи используются в сочетании с быстродействующими ключами, что позволяет получать установки с уникальными параметрами генерации [30-37].

Однако теория нелинейных линий передачи, используемая в работах [26-37], ограничивается случаем, в котором электромагнитные волны, проходя через материальную среду, не изменяют ее термодинамического состояния. Очевидно, что это предположение сужает класс нелинейных эффектов, которые

можно предсказать теоретически. По этой причине цель настоящей статьи – разработка модели материальных сред, в которых нелинейные эффекты возникают из-за изменения их термодинамического состояния.

Стоит отметить, что похожие модели исследовались ранее, однако вне контекста генераторов наносекундных видеоимпульсов. Например, в [38-39] предлагается модель микроволнового нагрева диэлектрической среды с потерями, в которой учитывается изменение характеристик среды при увеличении температуры. Изучались ранее и такие процессы, как изменение формы волновых пакетов из-за тепловых потерь в капиллярных световодах [40], металлических волноводах [41], а также в диэлектрической среде с потерями [42]. В работе [43] предлагается модель распространения видеоимпульсов в плазме, учитывающая изменение температуры как электронного газа, так и ионной решетки.

Отметим, что в каждой из работ [38-43], используется понятие температуры, которая является термодинамической величиной. Но, несмотря на это, в данных работах опускается вопрос о том, являются ли рассматриваемые модели материальных сред термодинамическими (для этого необходима проверка выполнения начал термодинамики). В данной статье мы впервые предлагаем модель нелинейной материальной среды, для которой выполняются начала термодинамики, а также закон сохранения энергии.

Нелинейные эффекты (искажение формы профиля видеоимпульса при его распространении) в нашей модели возникают из-за сочетания двух факторов: наличия ненулевой проводимости среды и наличия зависимости поляризации среды от температуры.

1. Уравнения модели

Будем считать, что материальная среда обладает удельной проводимостью σ и абсолютной диэлектрической проницаемостью ϵ . Пусть $\sigma = const$, а ϵ зависит от температуры среды T (для T в статье используется шкала Кельвина). Теоретическое рассмотрение нелинейных эффектов в таких средах

связано с рядом трудностей. Так, при компьютерном моделировании необходимо корректное сопряжение численных схем (для уравнений Максвелла и теплопереноса), доказательство сходимости которых сложно и, как правило, не проводится [38-43]. Решить же аналитически подобные задачи удастся в единичных случаях. В связи с этим, для упрощения расчетов мы считаем, что:

- пучок электромагнитных волн распространяется в одном направлении (вдоль оси Oz);
- зависимостями ε и σ от частоты электромагнитного излучения можно пренебречь;
- явления дисперсии и дифракции слабо проявляются на фоне возникающих нелинейных эффектов.

Заметим, что, хотя в модели ε и σ не зависят от частоты излучения, явление дисперсии будет возникать из-за $\sigma \neq 0$. Действительно, даже в случае $\varepsilon, \sigma = const$, волновое число k обладает реальной k_+ и мнимой k_- частями, которые вычисляются по формулам [44]: $k_{\pm} = k_0((1+p^2)^{1/2} \pm 1)^{1/2}/2^{1/2}$, $k_0 = \omega(\varepsilon\mu_0)^{1/2}$, $p = \sigma/(\varepsilon\omega)$, где ω – циклическая частота излучения.

Предположим, что справедливы следующие материальные уравнения

$$\mathbf{D} = \varepsilon(T)\mathbf{E} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_0(1+\chi(T))\mathbf{E}, \mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}, \mathbf{V} = \mu_0\mathbf{H}, \quad (1)$$

где \mathbf{V}, \mathbf{D} – векторы магнитной и электрической индукции; \mathbf{H}, \mathbf{E} – векторы напряженности электрического и магнитного поля; \mathbf{j} – вектор плотности тока электронов проводимости; \mathbf{P} – вектор поляризации среды; $\chi(T)$ – относительная диэлектрическая восприимчивость; μ_0, ε_0 – магнитная и электрическая постоянные. При этом $\mathbf{P} = \varepsilon_0\chi(T)\mathbf{E}$, $\varepsilon(T) = \varepsilon_0(1 + \chi(T))$.

Далее, пусть $\mathbf{E}(z,t) = E(z,t)\mathbf{e}_x$, $\mathbf{H}(z,t) = H(z,t)\mathbf{e}_y$ ($\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ – орты, направленные вдоль координатных осей). Тогда из уравнений (1) следует, что $\mathbf{D} = D(z,t)\mathbf{e}_x$, $\mathbf{P} = P(z,t)\mathbf{e}_x$, $\mathbf{V}(z,t) = B(z,t)\mathbf{e}_y$, $\mathbf{j}(z,t) = j(z,t)\mathbf{e}_x$ (см. рис. 1). В таком случае уравнения Максвелла принимают вид системы:

$$\partial_z E = -\mu_0\partial_t H, -\partial_z H = \partial_t D + j = \varepsilon_0\partial_t E + \partial_t P + j. \quad (2)$$

Здесь и далее операция взятия частной производной по какой-либо переменной ξ обозначается символом ∂_{ξ} .

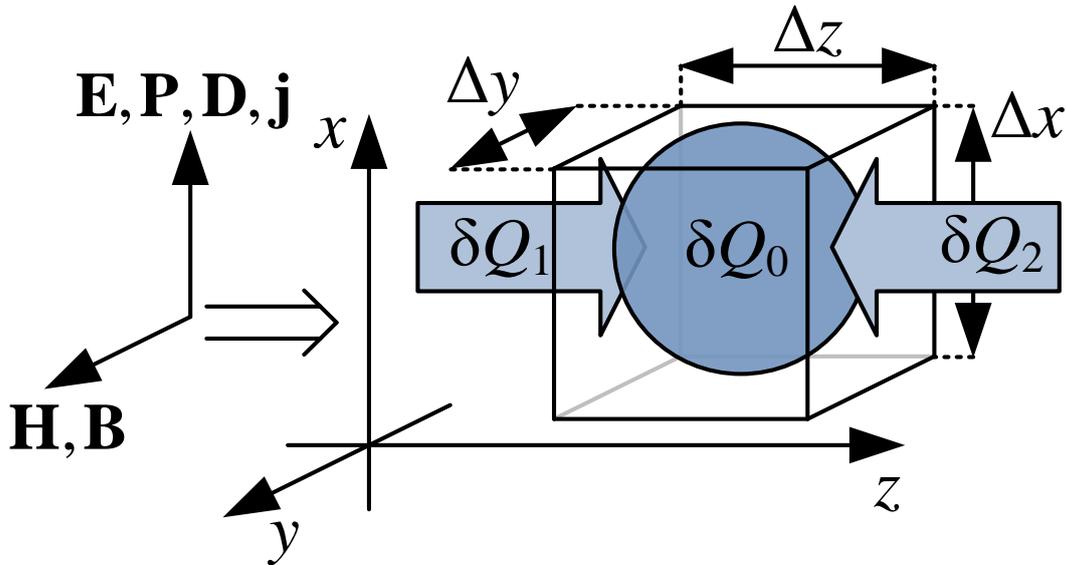


Рис. 1. Схема, поясняющая вывод уравнений.

Поскольку $\varepsilon = \varepsilon(T)$, чтобы система (1)-(2) была замкнутой, ее нужно дополнить еще одним уравнением для температуры. Это уравнение может быть выведено из первого начала термодинамики. Запишем его для единицы объема пространства: $\delta Q = dU + dA$. Здесь δQ – количество тепла, поглощаемое единицей объема среды; U – сумма внутренней энергии среды U' и энергии электромагнитного поля U'' в единице объема среды; dA – работа, совершаемая единицей объема среды. В нашем случае работа может совершаться лишь за счет изменения электромагнитного поля, поэтому $dA = -EdD - HdB$. Поскольку $U'' = (\varepsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2)/2$, а $D = \varepsilon_0 E + P$, первое начало термодинамики можно переписать относительно U' :

$$\delta Q = dU' - EdP. \quad (3)$$

Согласно стандартной процедуре [45], для определения U' необходимо решить систему уравнений в частных производных

$$\partial_T U'(P, T) = C_P(P, T), \quad (4)$$

$$\partial_P U'(P, T) = E(P, T) - T \partial_T E(P, T), \quad (5)$$

при заданных $C_P(P, T)$ и $E(P, T)$. Здесь $C_P(P, T)$ – удельная (на единицу объема) теплоемкость материальной среды при постоянной поляризации. С учетом того, что $E(P, T) = P/(\varepsilon_0 \chi(T))$, проинтегрировав уравнение (5), получим:

$$U'(P, T) = f(T) + P^2(\chi^{-1}(T) - T \partial_T \chi^{-1}(T))/(2\varepsilon_0), \quad (6)$$

где $f(T)$ – некоторая функция температуры. Подставляя (6) в (4), найдем, что

$$C_P(P,T) = C_0(T) + C_1(P,T), C_0(T) = \partial_T f(T), C_1(P,T) = -P^2 T \partial_{TT} \chi^{-1}(T) / (2\varepsilon_0). \quad (7)$$

Здесь C_1 представляет собой составляющую теплоемкости, которая возникает из-за температурной зависимости $\chi(T)$. Из (7) следует, что C_0 может зависеть только от температуры. Поэтому C_0 является составляющей теплоемкости, связанной с тепловым движением атомов кристаллической решетки. Можно представить C_0 в виде $C_0 = c\rho$, где c – удельная на единицу массы теплоемкость, ρ – плотность материальной среды. Для упрощения расчетов мы полагаем $c, \rho = const$. В таком случае с точностью до постоянного слагаемого

$$U'(P,T) = c\rho T + P^2(\chi^{-1}(T) - T\partial_T \chi^{-1}(T)) / (2\varepsilon_0). \quad (8)$$

Существование решения системы уравнений (4)-(5) гарантирует, что для исследуемой модели материальной среды локально выполняется второе начало термодинамики [45] (возможно введение энтропии как непрерывной и дважды дифференцируемой функции аргументов P, T). Выполнение третьего начала (стремление энтропии системы к нулю при стремлении температуры к нулю) возможно достичь при учете температурной зависимости $C_0(T)$ при $T \rightarrow 0$.

Далее, найдем δQ . Для этого рассмотрим малый объем $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$, заполняемый средой (рис. 1). В этом объеме за счет джоулева нагрева за время Δt выделится тепло $\delta Q_0 = E j \Delta V \Delta t$ (величина $E j$ однозначно интерпретируется как джоулево тепло, поскольку, согласно (1), $E j = \sigma E^2 > 0$ в любой момент времени). Помимо этого, через границы объема ΔV будет происходить теплообмен с окружающей его средой. Поскольку мы предполагаем, что физические величины не зависят от координат x и y , тепловой поток будет направлен вдоль оси Oz . Согласно закону Фурье (см. выбранные направления тепловых потоков на рис.1), через левую стенку ΔV за время Δt проходит количество тепла равное $\delta Q_1 = -\kappa \partial_z T(z) \Delta x \Delta y \Delta t$, а через правую – $\delta Q_2 = \kappa \partial_z T(z+\Delta z) \Delta x \Delta y \Delta t$. Здесь $\kappa = const$ – коэффициент теплопроводности. Тогда $\delta Q = (\delta Q_2 + \delta Q_1 + \delta Q_0) / \Delta V$. Устремляя ΔV и Δt к нулю, получим

$$\delta Q / dt = E j + \kappa \partial_{zz} T. \quad (9)$$

Разделим (3) на dt и подставим (9) в (3). Учтем (8), а также то, что $d\chi/dt = \partial_T \chi \times \partial_t T$. В получившемся выражении сгруппируем слагаемые с $\partial_t T$ в его левой части, получим:

$$\partial_t T = \frac{jE + \kappa \partial_{zz} T - T \partial_T \chi \partial_t (\epsilon_0 E^2 / 2)}{c\rho + (\epsilon_0 E^2 / 2) T \partial_{TT} \chi}. \quad (10)$$

Система уравнений (1), (2), (10) является замкнутой относительно функций $E(z,t)$, $T(z,t)$, $H(z,t)$. Для этой системы справедлив закон сохранения энергии. Действительно, умножим первое уравнение системы (2) на H , а второе уравнение на $-E$. Сложив, полученные равенства, после перегруппировки слагаемых выведем соотношение $\partial_z(EH) + \partial_t(\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2)/2 = -E \partial_t P - Ej$. Используя формулы (3) и (9), нетрудно показать, что $E \partial_t P + Ej \equiv \partial_t U' - \kappa \partial_{zz} T$, поэтому справедливо равенство

$$\partial_z(EH - \partial_z(\kappa T)) + \partial_t(\epsilon_0 E^2/2 + \mu_0 H^2/2 + U') = 0. \quad (11)$$

Интегрируя (11) по переменной z от $-\infty$ до $+\infty$, получим закон сохранения энергии

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (\epsilon_0 E^2 / 2 + \mu_0 H^2 / 2 + U') dz \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} U dz = const. \quad (12)$$

2. Упрощение уравнений модели

Сделаем еще ряд некоторых уточнений и упрощений.

Во-первых, решение системы (1), (2), (10) мы будем искать при заданных начальных условиях. При моделировании реального эксперимента, конечно, более корректно решать задачу с граничными условиями, описывающими прохождение импульса через границу раздела вышеописанной нелинейной материальной среды со средой, где происходит генерация импульса. Однако в данной статье мы интересуемся исключительно нелинейными эффектами распространения. Поэтому будем считать, что к моменту времени t_0 , который мы примем за начальный, видеоимпульс уже прошел через границу раздела и полностью локализован в нелинейной материальной среде. Пусть температура материальной среды при $t = t_0$ постоянна и равна T_0 . Также предположим, что к

моменту времени t_0 нелинейные эффекты не успевают существенно повлиять на динамику распространения импульса. Поэтому импульс, распространяющийся в нелинейной среде, при $t \leq t_0$ можно представить в виде плоской электромагнитной волны, бегущей вдоль оси Oz с постоянной фазовой скоростью $v_0 = (\varepsilon(T_0)\mu_0)^{-1/2}$: $E(z,t) = E_0 \times f(z/L - v_0(t-t_0)/L)$, $H(z,t) = H_0 \times f(z/L - v_0(t-t_0)/L)$. Здесь E_0, H_0 – амплитуды электромагнитных полей начального импульса; L – некоторая константа; f – функция, которая задает форму профиля начального импульса. Будем считать, что $f(\xi) \neq 0$ только при $|\xi| \leq 1/2$, а $\max|f| = 1$. В качестве такой функции для определенности выберем

$$f(\xi) = \begin{cases} (1 + \cos(2\pi\xi)) / 2, & |\xi| < 1/2 \\ 0, & |\xi| \geq 1/2 \end{cases}$$

В таком случае константа L представляет собой длину начального импульса в среде, а продолжительность начального импульса в среде $\Delta t = L/v_0$. Подставляя решения $E(z,t), H(z,t)$, имеющие вид бегущих волн, в первое уравнение системы (2), получим $H_0 = E_0/(\mu_0 v_0)$. Пусть для определенности $t_0 = 0$, тогда начальные условия примут вид

$$E(z,0) = E_0 f(z/L), H(z,0) = E_0 f(z/L)/(\mu_0 v_0), T(z,0) = T_0. \quad (13)$$

Во-вторых, конкретизируем зависимость $\chi = \chi(T)$. Будем считать ее линейной, имеющей вид

$$\chi(T) = \chi_0(1 + \gamma(T-T_0)), \quad (14)$$

где γ – некоторый коэффициент пропорциональности, имеющий размерность K^{-1} , $\chi_0 = const$ – относительная диэлектрическая восприимчивость среды при $T = T_0$.

В-третьих, будем предполагать, что процесс теплопереноса, возникающий из-за температурных градиентов, происходит достаточно медленно во временном масштабе распространения электромагнитного импульса. Это условие можно сформулировать в виде условия малости безразмерного параметра $s = \kappa \Delta t / (c\rho L^2)$. Действительно, пусть после прохождения импульса температура среды увеличивается на ΔT . Очевидно, что этот процесс нагрева будет занимать характерное время Δt , а распределение температуры в

пространстве будет характеризоваться масштабом длины L . Поэтому $\kappa \partial_{zz} T \approx \kappa \Delta T / L^2$, $c \rho \partial_t T \approx c \rho \Delta T / \Delta t$. При $s \ll 1$, следовательно, $\kappa \partial_{zz} T \ll c \rho \partial_t T$. Для оценки s возьмем характерные для твердых тел значения $\rho = 10^3$ кг/м³, $c = 10^3$ Дж/(кг×К), $\kappa = 10^3$ Вт/(м×К). Пусть продолжительность импульса $\Delta t = 1$ нс, тогда $s \approx (1+\chi) \times 10^{-11}$.

При линейной зависимости (14) уравнение (10) упростится, так как $\partial_T \chi = \chi \chi_0$ и $\partial_{TT} \chi = 0$. Далее, полагая $s \ll 1$, в упрощенном уравнении мы пренебрежем слагаемым $\kappa \partial_{zz} T$. В итоге уравнение (10) примет еще более простой вид

$$c \rho \partial_t T = jE - \gamma \chi_0 T \partial_t (\epsilon_0 E^2 / 2). \quad (15)$$

Далее удобно ввести безразмерные физические величины: время $\tau = t / \Delta t$; координату $\xi = z / L$; напряженности электрического и магнитного полей $\mathcal{E}(\xi, \tau) = E / E_0$, $\mathcal{H}(\xi, \tau) = H / H_0$; температуру среды $\mathcal{T}(\xi, \tau) = T / \Delta T$ и начальную температуру $\mathcal{T}_0 = T_0 / \Delta T$. Здесь $\Delta T = (E_0)^2 \sigma \Delta t / (c \rho)$ – характерное увеличение температуры среды после прохождения импульса (эта оценка ΔT сделана для линейного случая, в котором $\rho c \partial_t T = \sigma E^2$). Тогда, подставляя равенство $\partial_t P = \partial_t (\chi(T) E) = \chi(T) \partial_t E + E \partial_T \chi \partial_t T$ в (2), а затем исключая из (2) $\partial_t T$ при помощи (15), сведем уравнения (2), (10), (13), (15) к системе

$$\partial_\xi \mathcal{E} + \partial_\tau \mathcal{H} = 0, \quad \partial_\xi \mathcal{H} + \{1 + \beta(\mathcal{T} - \mathcal{T}_0) - \alpha \beta \mathcal{T} \mathcal{E}^2\} \partial_\tau \mathcal{E} = -(\beta/\alpha) \mathcal{E} (1 + \alpha \mathcal{E}^2), \quad (16)$$

$$\partial_\tau \mathcal{T} = \mathcal{E}^2 - \alpha \mathcal{T} \partial_\tau (\mathcal{E}^2 / 2) \quad (17)$$

с начальными условиями

$$\mathcal{E}(\xi, 0) = \mathcal{H}(\xi, 0) = f(\xi), \quad \mathcal{T}(\xi, 0) = \mathcal{T}_0. \quad (18)$$

Здесь введены два безразмерных постоянных коэффициента: $\alpha = \gamma \epsilon_0 \chi_0 (E_0)^2 / (c \rho)$, $\beta = \alpha \sigma \Delta t / (\epsilon_0 (1 + \chi_0)) = \sigma \Delta t (E_0)^2 \gamma \chi_0 / (c \rho (1 + \chi_0))$. Заметим, что в уравнения (16)-(17) входит всего три безразмерных коэффициента: α , β , \mathcal{T}_0 . Таким образом, решения системы (16)-(17) определяются только тремя данными коэффициентами и начальным профилем импульса, задаваемым функцией $f(\xi)$.

Будем считать, что решение системы (16) можно представить в виде бегущей вдоль оси Oz волны с медленно меняющимся профилем: $\mathcal{E}(\xi, \tau) = \mathcal{E}(\xi - \tau, \eta \xi)$, где η – малый параметр. В таком случае, используя метод

Хохлова, систему (16) можно свести к одному уравнению. Исключая из системы (16) \mathcal{H} , приведем ее к волновому уравнению $\partial_{\xi\xi} \mathcal{E} - \partial_{\tau\tau} \mathcal{E} = \partial_{\tau} F$, где $F = F(\xi, \tau, \mathcal{E}) = \beta(\mathcal{T} - \mathcal{T}_0) \partial_{\tau} \mathcal{E} - \alpha\beta \mathcal{T} (\mathcal{E})^2 \partial_{\tau} \mathcal{E} + \beta \mathcal{E} (1 + \alpha \mathcal{E}^2) / \alpha$. Согласно методу Хохлова [46], редуцированное уравнение имеет вид $\partial_{\xi} \mathcal{E} + \partial_{\tau} \mathcal{E} = -F/2$. Сгруппируем в редуцированном уравнении слагаемые, содержащие производные, в его левой части. Умножим данное уравнение на \mathcal{E} . Затем сделав в полученном уравнении и в уравнении (17), замену $W(\xi, \tau) = \mathcal{E}^2/2$ (функцию W можно интерпретировать как безразмерную плотность энергии электрического поля в вакууме), придем к системе:

$$\partial_{\xi} W + [1 + \beta(\mathcal{T} - \mathcal{T}_0)/2 - \alpha\beta W \mathcal{T}] \partial_{\tau} W = -\beta W (1 + 2\alpha W) / \alpha, \quad (19)$$

$$\partial_{\tau} \mathcal{T} = 2W - \alpha \mathcal{T} \partial_{\tau} W \quad (20)$$

с начальными условиями

$$W(\xi, 0) = f^2(\xi)/2, \quad \mathcal{T}(\xi, 0) = \mathcal{T}_0. \quad (21)$$

Отметим, в чем заключаются преимущества системы (19)-(20) над исходной системой (1), (2), (10).

Уравнение (19) легче для интерпретации, чем исходная система (2), поскольку оно является уравнением типа переноса. Если его записать в виде $\partial_{\xi} W + (1/u) \partial_{\tau} W = -W \sigma'$, становится очевидным, что $u(W, \mathcal{T}) = [1 + \beta(\mathcal{T} - \mathcal{T}_0)/2 - \alpha\beta W \mathcal{T}]^{-1}$ есть безразмерная фазовая скорость распространения импульса, а $\sigma'(W) = (1 + 2\alpha W)\beta/\alpha$ можно рассматривать как некоторую эффективную безразмерную проводимость. Действительно, в отсутствие нелинейности $\gamma \rightarrow 0$, а $\sigma' \rightarrow \sigma \Delta t / (\epsilon_0(1 + \chi_0)) = \sigma \times const$. Заметим, что при $\alpha < -1$ в тех точках профиля импульса, для которых выполняется условие $W > 1/|2\alpha|$, $\sigma'(W)$ принимает отрицательное значение. Это означает, что амплитуда импульса в этих точках должна возрастать с течением времени. Таким образом, «-1» является критическим значением параметра α : при $\alpha < -1$ возникает эффект нелинейного роста амплитуды импульса. Отрицательные значения α при $\chi_0 > 0$ соответствуют средам с $\gamma < 0$, при этом знак β также будет отрицательным. Поскольку $\alpha \sim (E_0)^2$, для конкретных параметров материальной среды данный нелинейный эффект будет наблюдаться при превышении

некоторого порогового значения амплитуды начального импульса $E_0^* = (c\rho)^{1/2}/(\epsilon_0\chi_0|\gamma|)^{1/2}$.

Отметим, что среды, для которых $\gamma < 0$ в микроволновом диапазоне длин волн, существуют в реальности. В таблице 1 приведены оценки γ и E_0^* для таких сред. При расчетах предполагалось, что коэффициент линейного теплового расширения τ_l мал по сравнению с температурным коэффициентом диэлектрической проницаемости $\tau_\epsilon = (d\epsilon/dT)/\epsilon$ (англ. temperature coefficient of permittivity) и температурным коэффициентом резонансной частоты $\tau_f = (df/dT)/f$ (англ. temperature coefficient of resonance frequency), поэтому справедлива формула $\tau_\epsilon = -2\tau_f$ (более подробную информацию о коэффициентах τ_f , τ_ϵ можно найти в [47]). Таким образом $\gamma \equiv \tau_\epsilon(1 + \chi_0)/\chi_0 \approx -2\tau_f(1 + \chi_0)/\chi_0$.

Таблица 1. Физические характеристики некоторых сред с отрицательным температурным коэффициентом диэлектрической проницаемости.

Материальная среда	c , [Дж/(г×К)]	ρ , [г/см ³]	частота	χ_0	γ , [$10^{-3} \times K^{-1}$]	E_0^* , [ГВ/м]	Ссылки на источники
Al (порошок)	0.90	1.36	2.45 ГГц	17	-2.2	1.9	[48]
SrTiO ₃	0.56	5.10	2.4 ГГц	263	-2.6	0.69	[49-50]
политетрафторэтилен	1.50	2.20	10 ГГц	1.1	-0.76	21	[51], https://www.matweb.com/search/datasheet_print.aspx?matguid=4e0b2e88eeba4aaeb18e8820f1444cdb
CaTiGeO ₅	0.62	3.97	1 МГц	69	-0.62	2.5	[52-53], https://materialsproject.org/materials/mp-17784/
CaCu ₃ Ti ₄ O ₁₂	0.65	4.7	3.4...9.5 ГГц	84	-0.89	2.1	[54-55]
TiO ₂	0.68	4.0	500 ГГц	100	-1	1.75	[56]

Как видно из табл. 1, пороговое значение E_0^* по порядку своей величины составляет 1 ГВ/м. В то же время, рекордные пиковые мощности P , достигаемые на современных генераторах видеоимпульсов нано- и субнаносекундной длительности, составляют до 100 ТВт [1, 57]. Если считать, что вся мощность 100 ТВт равномерно излучается в вакуум в сферу радиуса r , для напряженности электрического поля можно сделать следующую оценку:

$E = ((\mu_0/\epsilon_0)^{1/2} \times P / (4\pi r^2))^{1/2}$ [В/м] $\approx (0.05[\text{ГВ}]) / (r[\text{м}])$. Если принять $r = 0.1$ м, получим $E = 0.5$ ГВ/м. Таким образом, напряженности поля порядка 1 ГВ/м, в принципе, являются достижимыми на современных установках. Кроме того, использование массивов рупорных антенн [10-12] позволяет создавать направленные излучатели наносекундных видеоимпульсов, в которых возможно достижение еще больших значений напряженности поля.

Еще одно преимущество системы (19)-(20) связано с тем, что от уравнения в частных производных (10) был проведен переход к обыкновенному дифференциальному уравнению (20), которое можно решить аналитически относительно функции \mathcal{F} :

$$\mathcal{F}(\xi, \tau) = e^{-\alpha W(\xi, \tau)} \left\{ \mathcal{F}_0 e^{\alpha W(\xi, 0)} + 2 \int_0^\tau W(\xi, \tau') e^{\alpha W(\xi, \tau')} d\tau' \right\}. \quad (22)$$

Скажем несколько слов о физическом смысле приближения $\eta \ll 1$. Согласно методу Хохлова, при $\eta \rightarrow 0$ решение $W(\xi, \tau) \rightarrow W(\xi - \tau)$. Это означает, что уравнение (19) при $\eta \rightarrow 0$ должно вырождаться в линейное однородное уравнение переноса $\partial_\xi W + \partial_\tau W = 0$. Поэтому, очевидно, что неравенство $\eta \ll 1$ выполняется, если $|\mu - 1| \ll 1$ и $|\sigma'| \ll 1$.

В конце раздела отметим, что для системы (19) и (20) справедлив некоторый аналог закона сохранения энергии (12). Если скомбинировать определенным образом уравнения (19) и (20), можно показать справедливость равенства

$$\partial_\xi W + \partial_\tau \{ W[1 + \beta(\mathcal{F} - \mathcal{F}_0)/2] + \beta W \mathcal{F} / 2 + \beta \mathcal{F} / (2\alpha) \} = 0. \quad (23)$$

Интегрируя (23) по переменной ξ от $-\infty$ до $+\infty$, получим закон сохранения:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \{ W[1 + \beta(\mathcal{F} - \mathcal{F}_0)/2] + \beta W \mathcal{F} / 2 + \beta \mathcal{F} / (2\alpha) \} d\xi = const. \quad (24)$$

В конце раздела отметим, что распространение электромагнитного видеоимпульса в длинной линии, заполненной вышеописанной нелинейной средой, описывается такой же системой уравнений (19)-(20) [58], отличие заключается лишь в определении постоянных коэффициентах α , β , \mathcal{F}_0 .

3. Решение методом характеристик

Систему (19)-(20) можно свести к одному уравнению, подставив (22) в (19). Полученное уравнение, однако, будет интегро-дифференциальным, из-за чего метод характеристик к нему не может быть применен. Поэтому мы рассмотрим случай, когда в фигурных скобках (22) можно пренебречь интегральным слагаемым по сравнению с $\mathcal{T}_0 e^{\alpha W(\xi,0)}$. Покажем, что такое приближение работает при $\mathcal{T}_0 \gg 1$. Действительно, поскольку длительность видеоимпульса в безразмерных единицах $\Delta\tau = 1$, для интегрального слагаемого справедлива оценка:

$$2 \left| \int_0^\tau W e^{\alpha W} d\tau' \right| \leq 2 \left| \int_{-\infty}^{+\infty} W e^{\alpha W} d\tau' \right| \leq 2 \max_{\xi,\tau} |W e^{\alpha W}|$$

Из начального условия следует, что

$$\max_{\xi,\tau=0} |W| = \max_{\xi} |f^2(\xi) / 2| \equiv 1/2.$$

Следовательно, интегральное слагаемое можно оценить как $e^{\alpha/2}$, а слагаемое $\mathcal{T}_0 e^{\alpha W(\xi,0)}$ – как $\mathcal{T}_0 e^{\alpha/2}$. Поэтому при $\mathcal{T}_0 \gg 1$ можно считать, что $\mathcal{T} = \mathcal{T}_0 e^{-\alpha\{W(\xi,\tau)-W(\xi,0)\}}$ и уравнение (19) принимает вид

$$\begin{aligned} \partial_\xi W + [1 + \beta \mathcal{T}_0 (e^{-\alpha\{W(\xi,\tau)-W(\xi,0)\}} - 1)/2 - \alpha \beta W \mathcal{T}_0 e^{-\alpha\{W(\xi,\tau)-W(\xi,0)\}}] \partial_\tau W = \\ = -\beta W (1 + 2\alpha W) / \alpha. \end{aligned} \quad (25)$$

Уравнение (25) уже может быть решено методом характеристик. Согласно данному методу, уравнение (25) заменяется эквивалентной системой обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих в параметрической форме движение каждой точки профиля импульса в пространстве (ξ, τ, W) : $d\xi(\theta)/d\theta = 1$, $dW(\theta)/d\theta = -\beta W (1 + 2\alpha W) / \alpha$, $d\tau(\theta)/d\theta = (1 - \beta \mathcal{T}_0 / 2) + \beta \mathcal{T}_0 e^{-\alpha\{W(\xi,\tau)-W(\xi,0)\}} (1 - 2\alpha W) / 2$. Если разделить уравнения друг на друга, можно полностью перейти от параметрической зависимости к временной. В таком случае количество уравнений сокращается до двух, а движение точек профиля импульса описывается в пространстве (ξ, W) :

$$d\xi(\tau)/d\tau = \{(1 - \beta \mathcal{T}_0 / 2) + \beta \mathcal{T}_0 e^{-\alpha\{W(\xi,\tau)-W(\xi,0)\}} (1 - 2\alpha W) / 2\}^{-1}, \quad (26)$$

$$dW(\tau)/d\tau = - (d\xi(\tau)/d\tau) \times \beta W(1 + 2\alpha W)/\alpha. \quad (27)$$

Систему (26)-(27) мы решаем численно (при помощи метода Рунге-Кутты 4-ого порядка). Профиль импульса в момент времени $\tau' > 0$ строится следующим образом. Рассматривается N точек профиля начального импульса при $\tau = 0$. Каждой такой i -ой точке сопоставляется начальное условие $\xi_i(0), W_i(0)$, при котором решается система (26)-(27). В таком случае при $\tau = \tau'$ множество, состоящее из N точек $\xi_i(\tau'), W_i(\tau')$ – решений системы (26)-(27) – будет представлять собой профиль импульса в момент времени $\tau = \tau'$.

Заметим, что фазовая скорость распространения импульса u в приближении $\mathcal{T}_0 \gg 1$ рассчитывается по формуле: $u = u(W) = \{(1 - \beta \cdot \mathcal{T}_0/2) + \beta \cdot \mathcal{T}_0 e^{-\alpha\{W(\xi,\tau) - W(\xi,0)\}}(1 - 2\alpha W)/2\}^{-1}$, а уравнение (26) можно переписать в виде $d\xi(\tau)/d\tau = u(W)$. Таким образом, скорость точки профиля импульса $d\xi(\tau)/d\tau$ зависит от значения W в данной точке. Это означает, что разные точки профиля импульса будут двигаться с разными скоростями. При $du(W)/dW > 0$ (при $du(W)/dW < 0$), точки, находящиеся вблизи максимума импульса, будут двигаться быстрее (медленнее), чем точки, расположенные у основания импульса. Этот процесс в некоторый момент времени τ^* приводит к явлению, известному как, опрокидывание фронта волны (см. рис. 2а-в). При $\tau \leq \tau^*$, функция $W(\xi,\tau)$ является однозначной функцией аргумента ξ (рис. 2а-б), однако при $\tau = \tau^*$ в некоторой точке ξ' производная $\partial_\xi W(\xi,\tau^*)$ стремится к бесконечности (рис. 2б).

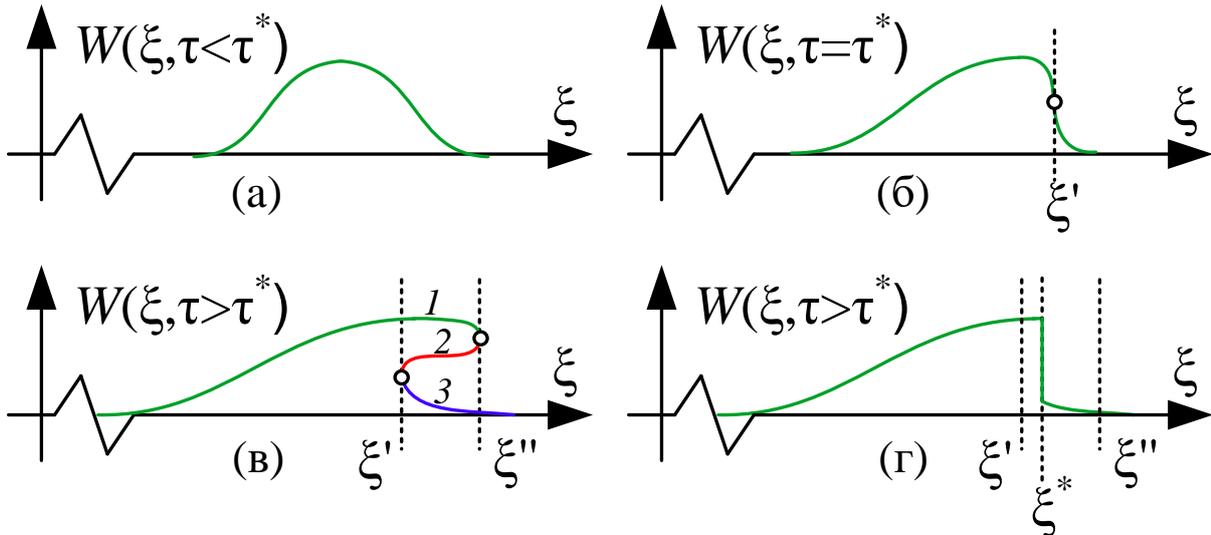


Рис. 2. Схематическое изображение явления опрокидывания фронта волны и формирования ударной волны. Рисунок соответствует случаю $du(W)/dW > 0$.

При $\tau > \tau^*$ существуют уже две точки ξ' и ξ'' , в которых производная $\partial_\xi W(\xi, \tau)$ стремится к бесконечности. При этом $W(\xi, \tau)$ перестает быть однозначной функцией аргумента ξ и на отрезке $[\xi', \xi'']$ обладает тремя ветвями 1, 2, 3 (см. рис. 2в). Для построения однозначного решения в таком случае на отрезке $[\xi', \xi'']$ проводится вертикальная граница, соединяющая 1 и 3 ветви (см. рис. 2г). Для определения координаты границы $\xi^* = \xi^*(\tau)$ мы используем закон сохранения (24): при фиксированном τ мы соединяем 1 и 3 ветви $W(\xi, \tau)$ таким образом, чтобы интеграл, входящий в выражение (24), сохранял свое первоначальное значение, рассчитанное при $\tau = 0$.

4. Результаты и обсуждение

На рисунках 3а-г построены графики профилей видеоимпульса в различные моменты времени $\tau = 2, 5, 10$ и 20 . График 1 соответствует функции $W(\xi - \tau, 0)$ – профилю начального импульса, смещенного по оси ξ на τ единиц. Этот график иллюстрирует то, каким образом распространялся бы импульс в отсутствие нелинейности при $\alpha = \beta = 0$. Остальные графики 2-3 соответствуют нелинейному случаю $\alpha = -1.5, \beta = -0.0004, \mathcal{F}_0 = 100$. График 2 соответствует многозначному решению $W(\xi, \tau)$. Этот график приведен для иллюстрации

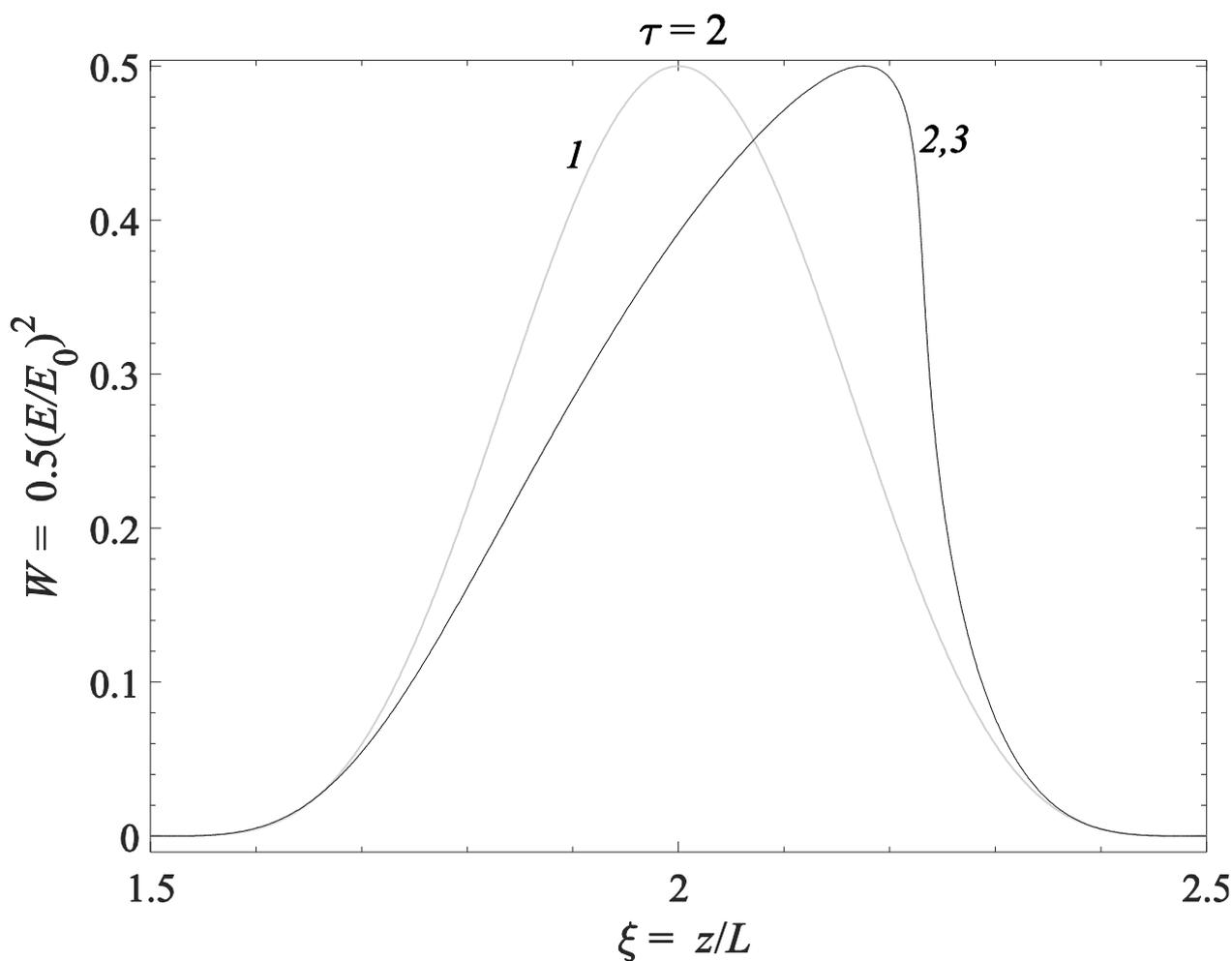
динамики опрокидывания волнового фронта. График 3 соответствует однозначному решению $W(\xi, \tau)$, выделенному из многозначного. На данном графике можно наблюдать непосредственно фронт ударной волны. При этом ударная волна, согласно методу характеристик, формируется примерно в момент времени $\tau = 2.54$.

Для иллюстрации изменения формы импульса с течением времени на рис.4 построены графики зависимостей $W_{\max}(\tau)/W_{\max}(0)$, $S(\tau)/S(0)$, $h(\tau)/h(0)$, где $S(\tau) = \int W(\xi, \tau) d\xi$ – площадь под графиком функции W (эта площадь пропорциональна энергии электрического поля, содержащейся в видеоимпульсе); $W_{\max}(\tau)$ – максимальное значение функции $W(\xi, \tau)$ при фиксированном τ ; $h(\tau)$ – ширина импульса $W(\xi, \tau = fix)$ на половине высоты, соответствующей $W_{\max}(\tau)/2$ (т.е. полуширина). Отметим, что для начального импульса $S(0) = 3/16 = 0.1875$, $W_{\max}(0) = 0.5$, $h(0) = (\arccos(2^{1/2}-1))/\pi \approx 0.364$. График 1 на рис. 4 соответствует зависимости $W_{\max}(\tau)/W_{\max}(0)$, рассчитанной для многозначного решения, а график 2 – для однозначного. Если масштабировать график 1 (см. увеличительную выноску на рис. 4), можно увидеть, что амплитуда многозначного решения, растет с течением времени. Этот рост можно наблюдать также и на увеличительной выноске рисунка 3г для кривой 2 от начального значения $W_{\max}(0) = 0.5$ до $W_{\max}(20) = 0.50145$. Данный рост наблюдается в силу того, что $\alpha < -1$. Однако, амплитуда реального импульса (реальному импульсу соответствует однозначное решение $W(\xi, \tau)$) уменьшается с течением времени (кривая 2 на рис. 4, а также кривая 3 на рис. 3б-г). Причиной этого является формирование фронта ударной волны, «отсекающего» ту часть многозначного решения $W(\xi, \tau)$, для которой выполняется условие $W > 1/2\alpha$, необходимое для роста амплитуды. Различия между графиками 1 и 2 на рис. 4 начинают появляться примерно в момент времени $\tau = 3.35$.

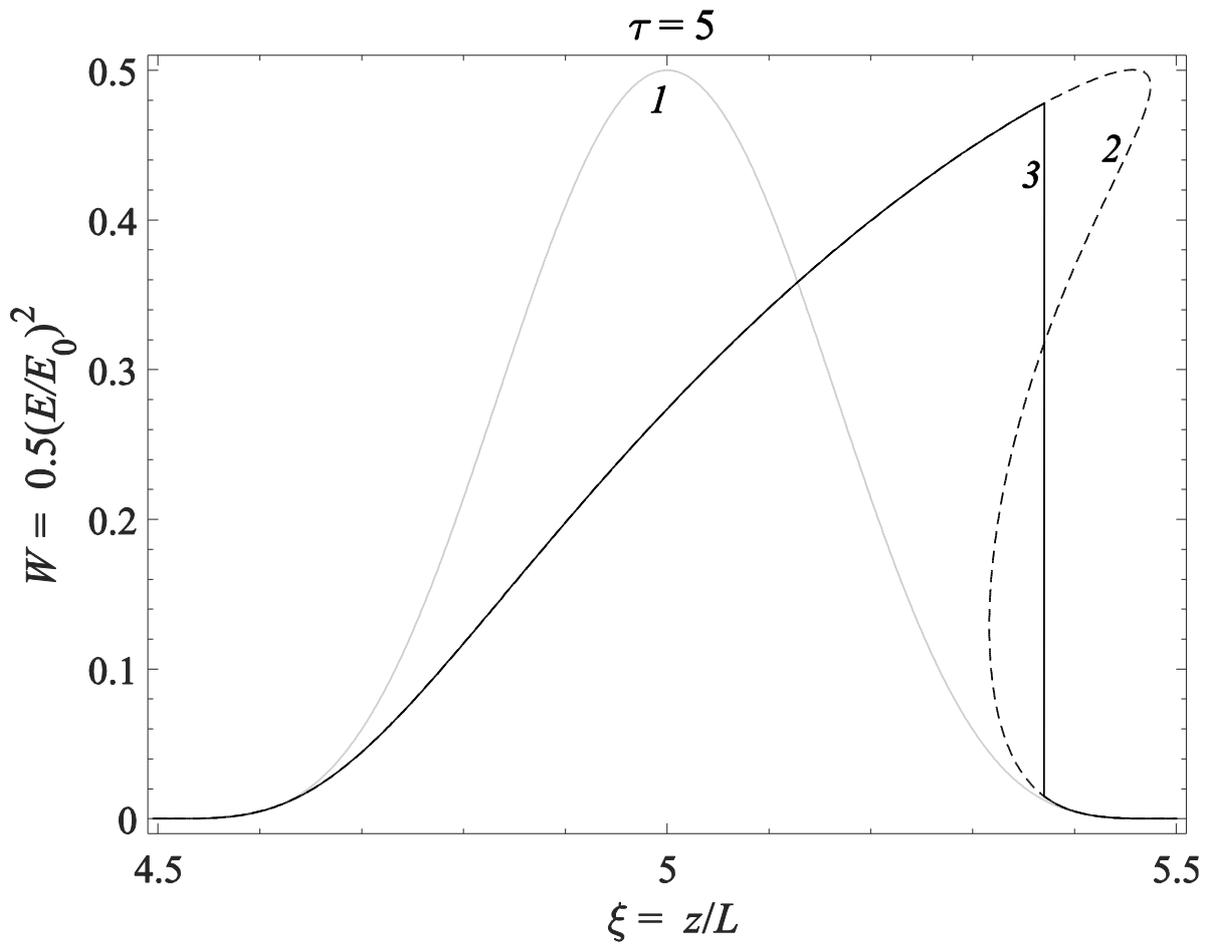
График 3 на рис. 4 соответствует зависимости $S(\tau)/S(0)$, а график 4 – зависимости $h(\tau)/h(0)$. Площадь импульса, как и его полуширина, растут при $0 < \tau < 0.5$, это связано с особенностями задания начальных условий при $\tau = 0$. Затем, площадь импульса медленно уменьшается с течением времени, это

объясняется тем, что энергия импульса переходит в тепловую энергию. Полуширина импульса с течением времени увеличивается. Рост $h(\tau)$ начинается примерно в момент времени $\tau = 2.5$, что, вероятно, связано с началом формирования ударной волны.

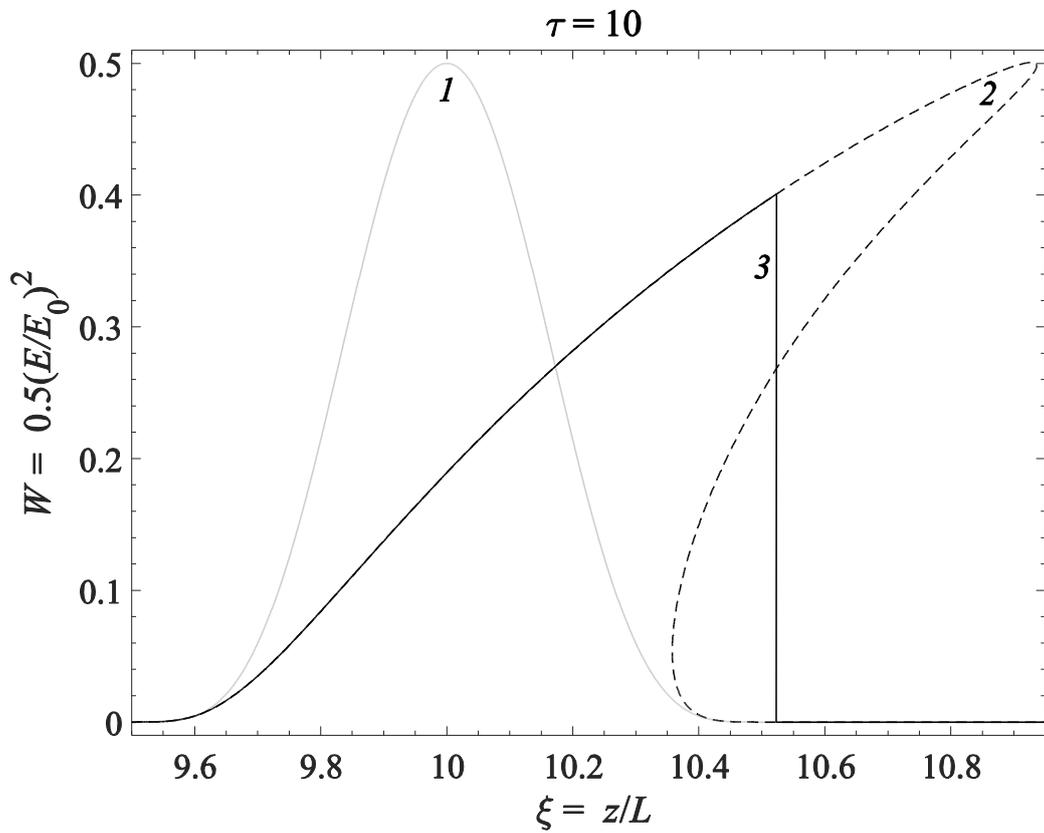
На рис. 5 приведены пространственные спектры импульса $|S(\Lambda, \tau)| = |\int \mathcal{E}(\xi, \tau) \exp(i\Lambda \xi) d\xi|$ при $\tau = 0$ (график 1) и $\tau = 20$ (график 2). Центральный максимум спектра становится более узким с течением времени. Это связано с увеличением полуширины импульса. Боковые максимумы спектра увеличиваются. Это происходит из-за появления резкой границы ударного фронта, из-за которой возникают более высокие пространственные частоты.



(a)



(б)



(в)

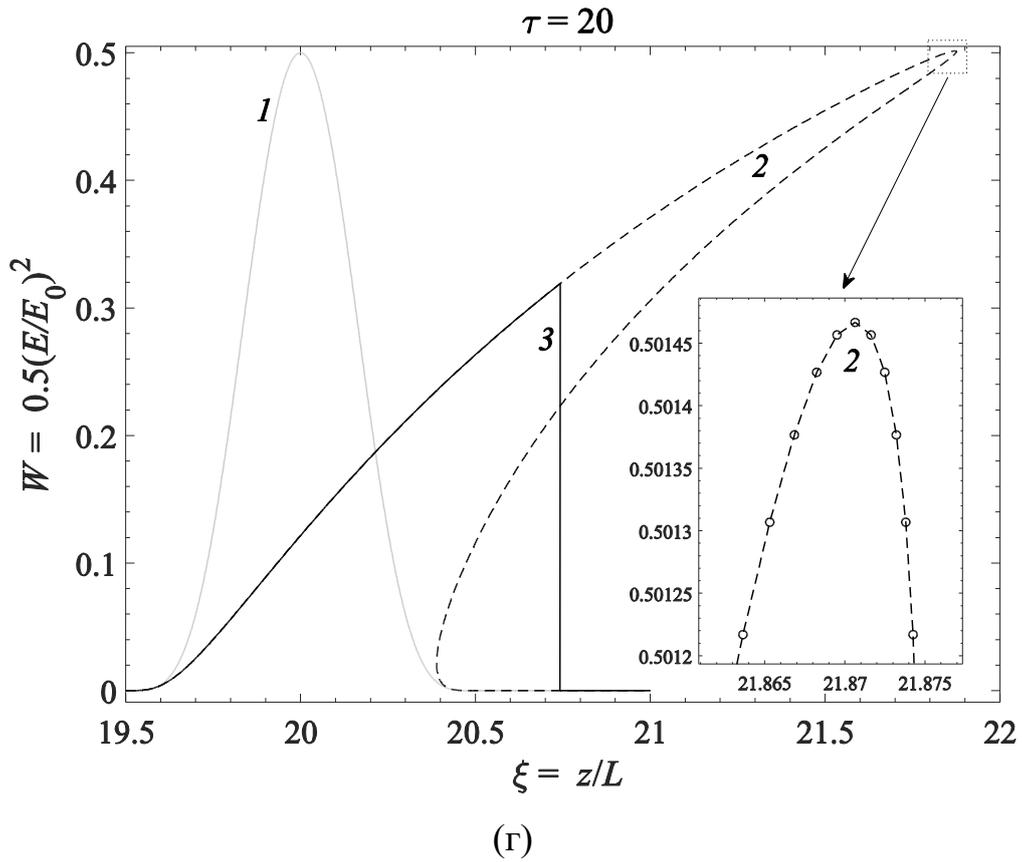


Рис. 3. Профили видеоимпульса в различные моменты времени $\tau = 2$ (а), $\tau = 5$ (б), $\tau = 10$ (в), $\tau = 20$ (г), при параметрах $\alpha = -1.5$, $\beta = -0.0004$, $\mathcal{F}_0 = 100$.

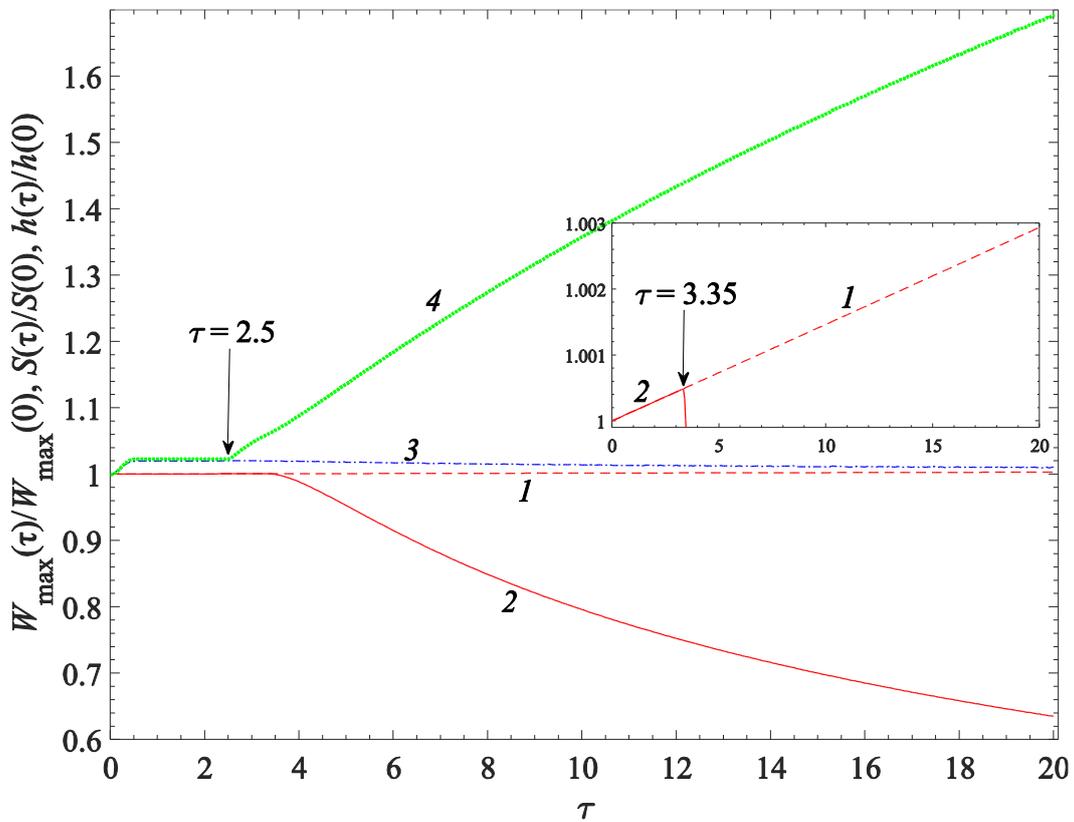


Рис. 4. Временная зависимость отношений амплитуды, площади и полуширины импульса к их начальным значениям.

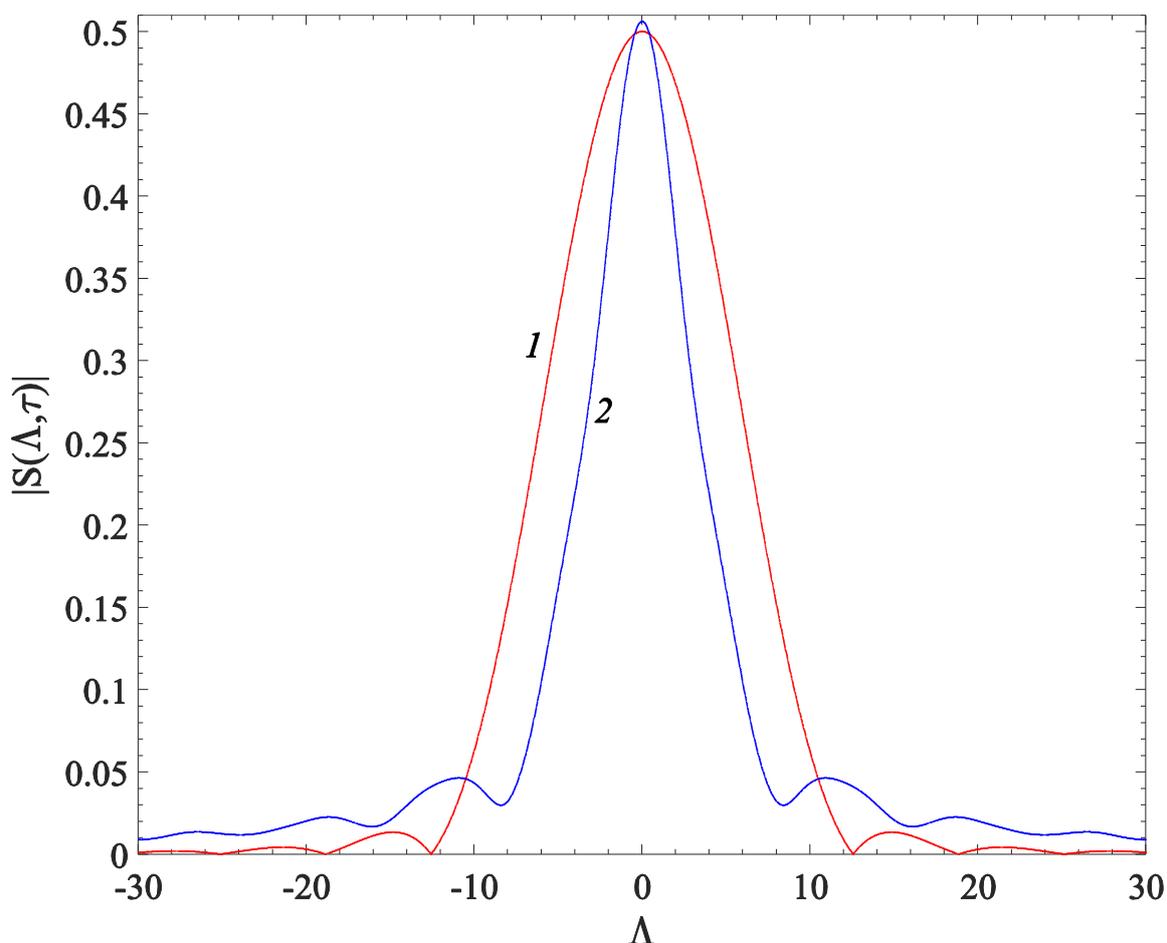


Рис. 5. Графики пространственного спектра импульса $|S(\Lambda, \tau)|$ рассчитанные при $\tau = 0$ (кривая 1) и $\tau = 20$ (кривая 2).

Заключение

Ценность разработанной в данной статье модели состоит в том, что она консервативна, для нее справедливы начала термодинамики, а также в том, что эта модель способна предсказывать динамику изменения формы профиля видеоимпульса. Из упрощенных уравнений модели следует, что данная динамика определяется тремя безразмерными параметрами α , β и \mathcal{T}_0 .

Было показано, что в приближении $\mathcal{T}_0 \gg 1$ уравнения модели могут быть решены при помощи метода характеристик.

Для $\alpha < -1$, что соответствует отрицательному температурному коэффициенту диэлектрической проницаемости, теория предсказывает нелинейное увеличение пиковой мощности импульса. Однако данный нелинейный эффект конкурирует с другим нелинейным эффектом: формированием ударной электромагнитной волны. Это конкурентное

приводит к тому, что амплитуда импульса сначала увеличивается, а затем начинает уменьшаться с течением времени. Однако при $\mathcal{T}_0 \gg 1$ ударная волна формируется достаточно быстро, из-за чего увеличение пиковой мощности импульса крайне незначительно. Кроме того, формирование ударной волны приводит к увеличению полуширины импульса. Из-за этого центральный максимум спектра импульса сужается, а боковые максимумы спектра увеличиваются.

Мы показали, что данные нелинейные явления в принципе могут быть исследованы на современных установках. В практических приложениях вышеописанные нелинейные эффекты могут быть использованы для получения импульсов с большой крутизной фронта.

В будущем мы планируем разработать разностную схему для решения уравнений модели, что позволит нам рассмотреть нелинейные эффекты вне приближения $\mathcal{T}_0 \gg 1$. При $\mathcal{T}_0 < 1$ формирование ударной волны должно происходить медленнее, поэтому рост пиковой мощности импульса должен быть более значительным.

Финансирование: Госзадание.

Литература

1. Rukin S.N. Pulsed power technology based on semiconductor opening switches: A review // Review of scientific instruments. – 2020. – V. 91. – №. 1. <https://doi.org/10.1063/1.5128297>
2. Gundersen M. et al. A review of diverse academic research in nanosecond pulsed power and plasma science // IEEE Transactions on Plasma Science. – 2020. – V. 48. – №. 4. – P. 742-748. <https://doi.org/10.1109/TPS.2020.2972934>
3. Senaj V. et al. JACoW: Sub-Nanosecond Switching of HV SiC MOS Transistors for Impact Ionisation Triggering // JACoW IPAC. – 2021. – V. 21. – P. 4454-4456. <https://doi.org/10.18429/JACoW-IPAC2021-THPAB340>

4. Sokovnin S.Y., Balezin M.E. Repetitive nanosecond electron accelerators type URT-1 for radiation technology // Radiation Physics and Chemistry. – 2018. – V. 144. – P. 265-270. <https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2017.08.023>
5. del Barrio Montañés A. et al. Ultra-Fast Generator for Impact Ionization Triggering // JACoW IPAC. – 2022. – V. 2022. – P. 2872-2874. <https://doi.org/10.18429/JACoW-IPAC2022-THPOTK044>
6. Jintao Q.I.U. et al. Reconstruction of energy spectrum of runaway electrons in nanosecond-pulse discharges in atmospheric air // Plasma Science and Technology. – 2021. – V.23. – №.6. – P.064011. <https://doi.org/10.1088/2058-6272/abf299>
7. Komarskiy A.A., Korzhenevskiy S.R., Komarov N.A. X-ray sources of nanosecond pulses based on semiconductor opening switch for CT // AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing, 2020. – V. 2250. – №. 1. <https://doi.org/10.1063/5.0013238>
8. Serguschichev K.A. et al. Study of the features of ultrafast silicon-carbide current switch for sources of soft x-ray radiation based on capillary plasma // Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2019. – V. 1410. – №. 1. – P. 012237. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1410/1/012237>
9. Zhang J. et al. Progress in narrowband high-power microwave sources // Physics of Plasmas. – 2020. – V. 27. – №. 1. <https://doi.org/10.1063/1.5126271>
10. Fedorov V.M. et al. Antenna Array with TEM-Horn for Radiation of High-Power Ultra Short Electromagnetic Pulses // Electronics. – 2021. – V. 10. – №. 9. – P. 1011. <https://doi.org/10.3390/electronics10091011>
11. Efremov A.M., Koshelev V.I., Kovalchuk B.M., et al. // Laser and Particle Beams. – 2014. – V.32. – №3. – P.413-418. <https://doi.org/10.1017/S0263034614000299>
12. Singh S.K. et al. A high power UWB system with subnanosecond rise time using balanced TEM horn antenna // 2014 IEEE International Power Modulator and High Voltage Conference (IPMHVC). – IEEE, 2014. – P. 271-274. <https://doi.org/10.1109/IPMHVC.2014.7287261>

13. Ahajjam Y. et al. An accurate and compact high power monocycle pulse transmitter for microwave ultra-wideband radar sensors with an enhanced SRD model: applications for distance measurement for lossy materials // *Advanced Electromagnetics*. – 2019. – V. 8. – №. 3. – P. 76-82. <https://doi.org/10.7716/aem.v8i3.676>
14. Wen S. et al. Large current nanosecond pulse generating circuit for driving semiconductor laser diode // *Microwave and Optical Technology Letters*. – 2019. – V. 61. – №. 4. – P. 867-872. <https://doi.org/10.1002/mop.31654>
15. Ahmad V. et al. Charge and exciton dynamics of OLEDs under high voltage nanosecond pulse: towards injection lasing // *Nature Communications*. – 2020. – V. 11. – №. 1. – P. 4310. <https://doi.org/10.1038/s41467-020-18094-4>
16. Kozlov B.A. et al. High-voltage pulse generators for effective pumping of super-atmospheric pressure CO₂-lasers // *Journal of Physics: Conference Series*. – IOP Publishing, 2019. – V. 1393. – №. 1. – P. 012010. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1393/1/012010>
17. Kozlov B., Makhan'ko D., Seredinov V. A new design of high-voltage pulse generators for ignition of volume discharges at super-atmospheric pressures in a pulse-periodical regime // *2020 7th International Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects (EFRE)*. – IEEE, 2020. – P. 621-624. <https://doi.org/10.1109/EFRE47760.2020.9241987>
18. Kumar D., Bajpai V., Singh N.K. Nano electrical discharge machining—the outlook, challenges, and opportunities // *Materials and Manufacturing Processes*. – 2021. – V. 36. – №. 10. – P. 1099-1133. <https://doi.org/10.1080/10426914.2021.1905832>
19. Agrawal M.K., Sonia P.A Mini Review: Hybridized Electric Discharge Machining // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – IOP Publishing, 2021. – V. 1116. – №. 1. – P. 012079. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1116/1/012079>

20. Chanturiya V.A., Bunin I.Z. Advances in Pulsed Power Mineral Processing Technologies // Minerals. – 2022. – V. 12. – №. 9. – P. 1177. <https://doi.org/10.3390/min12091177>
21. Ghasemi N., Zare F., Hosano H. A review of pulsed power systems for degrading water pollutants ranging from microorganisms to organic compounds // IEEE Access. – 2019. – V. 7. – P. 150863-150891. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2947632>
22. Gurbanov E.J., Hashimov A.M., Gurbanov K.B. Study of the most energy-efficient modes of generation of high-voltage nanosecond pulses and chemically active discharge products for active disinfection of fluid food products // International Journal on Technical and Physical Problems of Engineering (IJTPE). – 2019. – №. 38. – P. 35-41.
23. Butkus P. et al. Concepts and capabilities of in-house built nanosecond pulsed electric field (nsPEF) generators for electroporation: State of art // Applied Sciences. – 2020. – V. 10. – №. 12. – P. 4244. <https://doi.org/10.3390/app10124244>
24. Abadi M.R.Q.R. et al. High-voltage pulse generators for electroporation applications: A systematic review // IEEE Access. – 2022. – V. 10. – P. 64933-64951. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3184015>
25. Nuccitelli R. Application of pulsed electric fields to cancer therapy // Bioelectricity. – 2019. – V. 1. – №. 1. – P. 30-34. <https://doi.org/10.1089/bioe.2018.0001>
26. Катаев И.Г. Ударные электромагнитные волны. – М.: Советское радио, 1963. – 152 с.
27. Островский Л.А. Образование и развитие ударных электромагнитных волн в линиях передачи с ненасыщенным ферритом // ЖТФ. – 1963. – Т. 33. – №. 9. – С. 1080.
28. Гапонов А.В., Островский Л.А., Фрейдман Г.И. Ударные электромагнитные волны // Изв. вузов. Радиофизика. – 1967. – Т. 10. – №. 9-10. – С. 1376-1413.
29. Месяц Г.А. Импульсная энергетика и электроника. – М.: Наука, 2004. – 704 с.

30. Driessen A. et al. Design and implementation of a compact 20-kHz nanosecond magnetic pulse compression generator // IEEE Transactions on Plasma Science. – 2017. – V. 45. – №. 12. – P. 3288-3299. <https://doi.org/10.1109/TPS.2017.2771275>
31. Gusev A.I. et al. A 30 GW subnanosecond solid-state pulsed power system based on generator with semiconductor opening switch and gyromagnetic nonlinear transmission lines // Review of Scientific Instruments. – 2018. – V. 89. – №. 9. <https://doi.org/10.1063/1.5048111>
32. Huang L. et al. Field-line coupling method for the simulation of gyromagnetic nonlinear transmission line based on the Maxwell-LLG system // IEEE Transactions on Plasma Science. – 2020. – V. 48. – №. 11. – P. 3847-3853. <https://doi.org/10.1109/TPS.2020.3029524>
33. Gao J. et al. A compact solid-state high voltage pulse generator // Review of Scientific Instruments. – 2019. – V. 90. – №. 1. DOI: 10.1063/1.5053780
34. Karelin S.Y. et al. Quasi-harmonic oscillations in a nonlinear transmission line, resulting from Cherenkov synchronism // Voprosy Atomnoj Nauki i Tekhniki. – 2019. – P. 65-70. <https://doi.org/10.46813/2019-122-065>
35. Priputnev P. et al. 2-D and 3-D numerical simulation of ferrite loaded coaxial transmission lines // 2020 7th International Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects (EFRE). – IEEE, 2020. – P. 434-438. <https://doi.org/10.1109/EFRE47760.2020.9241904>
36. Ulmaskulov M.R. et al. Multistage converter of high-voltage subnanosecond pulses based on nonlinear transmission lines // Journal of Applied Physics. – 2019. – V. 126. – №. 8. <https://doi.org/10.1063/1.5110438>
37. Alichkin E.A. et al. Picosecond solid-state generator with a peak power of 50 GW // Review of Scientific Instruments. – 2020. – V. 91. – №. 10. <https://doi.org/10.1063/5.0017980>
38. Alpert Y., Jerby E. Coupled thermal-electromagnetic model for microwave heating of temperature-dependent dielectric media // IEEE Transactions on plasma science. – 1999. – V. 27. – №. 2. – P. 555-562. <https://doi.org/10.1109/27.772285>

39. Zhong J. et al. Coupled electromagnetic and heat transfer ODE model for microwave heating with temperature-dependent permittivity // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 2016. – V. 64. – №. 8. – P. 2467-2477. <https://doi.org/10.1109/TMTT.2016.2584613>
40. Sid A., Debbache D., Bendib A. Nonlinear propagation of ultraintense and ultrashort laser pulses in a plasma channel limited by metallic walls // Physics of plasmas. – 2006. – V. 13. – №. 8. <https://doi.org/10.1063/1.2219431>
41. Andreev N.E. et al. Nonlinear propagation of short intense laser pulses in a hollow metallic waveguide // Physical Review E. – 2001. – V. 64. – №. 1. – P. 016404. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.64.016404>
42. Peñano J.R. et al. Transmission of intense femtosecond laser pulses into dielectrics // Physical Review E. – 2005. – V. 72. – №. 3. – P. 036412. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.72.036412>
43. Ovchinnikov K.N., Uryupin S.A. Effect of heat transfer on the penetration of an electromagnetic pulse into a plasma layer and the inverse skin effect // Contributions to Plasma Physics. – 2019. – V. 59. – №. 7. – P. e201800119. <https://doi.org/10.1002/ctpp.201800119>
44. Глазунов П.С., Вдовин В.А., Слепков А.И. Импеданс длинноволновой вибраторной антенны, находящейся в проводящей среде // Журнал радиоэлектроники. – 2019. – №. 2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2019.2.1>
45. Квасников И.А. Термодинамика и статистическая физика. Т. 1: Теория равновесных систем: Термодинамика: учебное пособие. Изд. 2-е, сущ. перераб. и доп. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 240 с. В 3-х т.
46. Ахманов С.А. Метод Хохлова в теории нелинейных волн // Успехи физических наук. – 1986. – Т. 149. – №. 7. – С. 361-390.
47. Wang K. et al. NaTaO₃ microwave dielectric ceramic a with high relative permittivity and as an excellent compensator for the temperature coefficient of resonant frequency // Ceramics International. – 2021. – V. 47. – №. 1. – P. 121-129. <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2020.08.114>

48. Fayos-Fernández J., Pérez-Conesa I., Monzó-Cabrera J.D.P., Albaladejo-González J.C. Temperature-Dependent Complex Permittivity of Several Electromagnetic Susceptors at 2.45 GHz // Delft.: AMPERE Newsletter Editor. 2018. Iss. 95. P.2.
49. Luo T. et al. Improvement of quality factor of SrTiO₃ dielectric ceramics with high dielectric constant using Sm₂O₃ // Journal of the American Ceramic Society. – 2019. – V. 102. – №. 7. – P. 3849-3853. <https://doi.org/10.1111/jace.16415>
50. de Ligny D., Richet P. High-temperature heat capacity and thermal expansion of SrTiO₃ and SrZrO₃ perovskites // Physical Review B. – 1996. – V. 53. – №. 6. – P. 3013. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.53.3013>
51. Yuan Y. et al. Effects of compound coupling agents on the properties of PTFE/SiO₂ microwave composites // Journal of Materials Science: Materials in Electronics. – 2017. – V. 28. – P. 3356-3363. <https://doi.org/10.1007/s10854-016-5929-8>
52. Du K. et al. Phase transition and permittivity stability against temperature of CaSn_{1-x}Ti_xGeO₅ ceramics // Journal of the European Ceramic Society. – 2022. – V. 42. – №. 1. – P. 147-153. <https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2021.09.060>
53. Xirouchakis D., Tangeman J.A. High-temperature heat capacity and thermodynamic properties for end-member titanite (CaTiSiO₅) // Phys. and Chem. of Minerals. 2001. V. 28. № 3. P. 167. <https://doi.org/10.1007/s002690000124>
54. Li L. et al. Dielectric properties of CaCu₃Ti₄O₁₂, Ba(Fe_{1/2}Nb_{1/2})O₃, and Sr(Fe_{1/2}Nb_{1/2})O₃ giant permittivity ceramics at microwave frequencies // Journal of Applied Physics. – 2012. – V. 111. – №. 6. <https://doi.org/10.1063/1.3698627>
55. Jacob K.T. et al. High-temperature heat capacity and heat content of CaCu₃Ti₄O₁₂ (CCTO) // Journal of alloys and compounds. – 2009. – V. 488. – №. 1. – P. 35-38. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2009.09.010>
56. Berdel K. et al. Temperature dependence of the permittivity and loss tangent of high-permittivity materials at terahertz frequencies // IEEE transactions on microwave theory and techniques. – 2005. – V. 53. – №. 4. – P. 1266-1271. <https://doi.org/10.1109/TMTT.2005.845752>

57. Savage M.E. et al. An overview of pulse compression and power flow in the upgraded Z pulsed power driver // 2007 16th IEEE international pulsed power conference. – IEEE, 2008. –V.2. –P.979-984. <https://doi.org/10.1109/PPPS.2007.4652354>
58. Glazunov P.S., Vdovin V.A., Saletskii A.M. / Propagation of Powerful Nano- and Subnanosecond Video Pulses in a Medium with Various Thermodynamic Characteristics/ Journal of Communications Technology and Electronics. – 2023. – V. 68. – №. 8. – P. 910–919. <https://doi.org/10.1134/S1064226923080053>

Для цитирования:

Глазунов П.С., Салецкий А.М., Вдовин В.А. Формирование фронта ударной волны при распространении наносекундных видеоимпульсов в слабопроводящих средах с температурной зависимостью диэлектрической проницаемости. // Журнал радиоэлектроники. – 2023. – №. 10. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.10.2>