

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.10.4>

УДК: 535.231.16

## ЗАВИСИМОСТЬ ВЕЛИЧИНЫ СИГНАЛА ОТ СМЕЩЕНИЯ КРУЖКА РАССЕЙНИЯ ОБЪЕКТИВА В ДИАПАЗОНЕ УГЛОВ $0^\circ - 90^\circ$ ОТНОСИТЕЛЬНО ЦЕНТРА ПИКСЕЛА ФОТОЧУВСТВИТЕЛЬНОЙ МАТРИЦЫ

И.В. Знаменский

Научно-производственная корпорация  
«Системы прецизионного приборостроения»  
111024, Москва, Авиамоторная, 53

Статья поступила в редакцию 8 июня 2023 г.

**Аннотация. Предмет исследования.** Разработан алгоритм расчета изменения уровня сигнала пиксела матрицы, при смещении кружка рассеяния объектива относительно центра пиксела матрицы в диапазоне  $0^\circ-90^\circ$ . Спектральная чувствительность пиксела постоянна в пределах его площади. Рассмотрены два вида распределения облученности пиксела: распределение в кружке рассеяния объектива в виде гауссоиды вращения и равномерной облученности. **Метод.** В основу расчета положен метод разбиения кружка рассеяния объектива на пикселе матрицы на отдельные области, по которым производятся вычисления сигнала. Смещение кружка рассеяния объектива на  $\Delta x$  по оси  $X$  и на  $\Delta y$  по оси  $Y$  берется в нормированном к радиусу пятна виде. Для создания двумерного графика зависимости сигнала пиксела от смещения кружка рассеяния объектива по осям  $X, Y$  вводим приведенное относительное смещение кружка рассеяния объектива  $\gamma$ . **Основные результаты.** Разработан алгоритм расчета изменения уровня сигнала пиксела матрицы, при смещении кружка рассеяния объектива относительно центра пиксела матрицы для двух случаев облученности пиксела: распределение в кружке рассеяния объектива в виде гауссоиды вращения и равномерной облученности. Построена зависимость нормированного сигнала пиксела матрицы от преобразованного относительного смещения кружка рассеяния объектива  $\gamma$

под углом  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  для вышеуказанных случаев облученности.

**Практическая значимость.** В системах наведения и сопровождения космических объектов, астродатчиках широко используются матричные фотоприемники. Т.к. используется спектр сигналов, то можно кружок рассеяния объектива аппроксимировать функцией Гаусса. Для расфокусированной оптической системы используется равномерное распределение. При смещении кружка рассеяния объектива относительно центра пиксела матрицы происходит падение сигнала матрицы, что при малом отношении сигнал-шум может приводить к срыву сопровождения или увеличению погрешности измерения угловых координат космического объекта. Результаты данных исследований могут использоваться для моделирования системы наведения на цель, а также данный метод расчета можно использовать для разработки алгоритма вычисления сигнала при облучении 4-х пикселей и смещении кружка рассеяния объектива

**Ключевые слова:** объектив, дифракция, матрица, пиксель, функция Бесселя, функция Гаусса, диск Эйри.

**Автор для переписки:** Знаменский Игорь Всеволодович, [igorznamenskii@yandex.ru](mailto:igorznamenskii@yandex.ru)

## Введение

В системах наведения и сопровождения космических объектов (КО), астродатчиках широко используются матричные фотоприемники [1,2].

Если угловой размер объекта меньше углового размера пиксела, то его оптическое изображение в плоскости матрицы фотоприемника (ФП) определяется кружком рассеяния объектива (КРО).

Изображение, сформированное от малоразмерного точечного источника, вписывается в пиксель матрицы, что обеспечивает максимизацию отношения сигнал-шум [1]. При смещении КРО относительно центра пиксела матрицы происходит падение сигнала на выходе матрицы, что при малом отношении сигнал-шум может приводить к срыву сопровождения или увеличению погрешности измерения угловых координат КО [2-4].

При оценке сигнала, считанного пикселем матрицы, необходимо учитывать распределение облученности по площади КРО. Для качественного объектива распределение облученности в КРО в фокальной плоскости описывается функцией Бесселя [5-7]. Этот случай является чисто теоретическим, т.к. при этом рассматривается только одна длина волны.

В настоящей работе рассмотрен случай, когда КРО, сформированный от точечного источника, вписан в квадратный пиксель матрицы и учитывается только дифракция.

В реальных условиях при приеме спектра сигналов рассеянного солнечного излучения от КО, часто используется гауссова аппроксимация распределения облученности КРО в фокальной плоскости объектива [4,5].

Аппроксимация равномерной облученностью в фокальной плоскости объектива используется для оптических систем с пониженным разрешением или для расфокусированных систем [4,5].

В [4,5] рассмотрены два случая аппроксимации КРО: гауссоида вращения и равномерное распределение облученности, но при этом смещение КРО не рассматривается.

Оптимизация соотношения между радиусом КРО и размером пиксела ФП, обеспечивающей максимальную точность оценки координат центров изображений малоразмерных объектов, посвящен целый ряд работ [8-12].

В работе [11] показано, что различные алгоритмы обладают не просто различной точностью, но и минимум СКО для них достигается при различном размере элемента разложения. В работе [12-14] исследована методическая погрешность, зависящая от положения изображения звезды относительно растровой структуры ПЗС-матрицы. В работе [15,16] используется гауссоида. Сбор сигнала осуществляется с помощью адаптивного выделяющего фильтра. В КРО попадало 83,78 % энергии точечного объекта, аналогично как в данной статье.

В данной работе не рассматривается определение оптимального КРО относительно размера пиксела, т.к. он меняется в зависимости от выбранного критерия.

Задача данной работы – это нахождение величины сигнала пиксела матрицы в зависимости от величины смещения пятна  $\Delta x$  по оси  $X$  и  $\Delta y$  по оси  $Y$ .

При смещении КРО изменяется мощность облучения пиксела ( $P_s$ )

$$P_s = \int_S E dS,$$

где  $E$  – облученность пиксела по площади  $S$ .

На выходе потенциальной ямы КМОП матрицы регистрируется число электронов ( $N_s$ ), определяемое выражением

$$N_s = P_s \tau_{ac} \varepsilon / (hc / \lambda_0),$$

где:  $\tau_{ac}$  – время накопления;

$\varepsilon$  – квантовая эффективность;

$h$  – постоянная Планка;

$c$  – скорость света;

$\lambda_0$  средняя длина волны облучения,  $\lambda_0 = (\lambda_1 + \lambda_2) / 2$ ;

$\lambda_1$  и  $\lambda_2$  минимальная и максимальная длина волны облучения пиксела.

Следовательно, число электронов на выходе потенциальной ямы КМОП матрицы пропорционально облученности пиксела по площади  $S$ .

Получены математические соотношения для различных углов смещения КРО и построены графики зависимости сигнала пиксела от приведенного относительного смещения  $\gamma$  для  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ . Рассмотрен случай, когда  $\Delta x = \Delta y$ , т.е. смещение КРО относительно пиксела осуществляется под углом  $45^\circ$ . Максимальное смещение КРО по каждой оси равно  $\Delta x = \Delta y = R$ . В этом случае на рассматриваемый пиксель попадает четвертая часть от исходной энергии. Рассмотрено смещение КРО по оси  $Y$  ( $\alpha = \pi/2$ ) при отсутствии смещения по оси  $X$  и смещение КРО по оси  $X$  ( $\alpha = 0$ ) при отсутствии смещения по оси  $Y$ .

Особенностью данного метода расчета заключается в том, что при расчете не нужно учитывать ненулевые зазоры между пикселями, т.к. вычисления проводятся от центра КРО при смещении пикселя.

### 1. Исходные математические соотношения

Началом оси смещения КРО относительно матрицы является точка  $z$ , он и угол смещения  $\alpha$  показан на рис. 1, рис. 2. Определим сигнал пикселя матрицы в зависимости от величин смещения  $\Delta x$  и  $\Delta y$  по осям  $X$  и  $Y$ .

Здесь  $\zeta_x$ ,  $\zeta_y$  – относительное смещение КРО по осям  $X$  и  $Y$ , соответственно:

$$\zeta_x = 1 - \Delta x / R, \quad \zeta_y = 1 - \Delta y / R.$$

Результирующее смещение КРО происходит по оси  $\eta R$ , где

$$\eta = \left( \zeta_x^2 + \zeta_y^2 \right)^{0.5}, \quad (1)$$

при  $\eta_{\min} \leq \eta \leq \eta_{\max} = 1,414$ ,  $\zeta_{x \min} \leq \zeta_x \leq \zeta_{x \max} = 1$ ,  $\zeta_{y \min} \leq \zeta_y \leq \zeta_{y \max} = 1$ .

$\zeta_{x \min}$ ,  $\zeta_{y \min}$  – минимальное относительное смещение КРО по осям  $X$  и  $Y$ , соответственно;  $\zeta_{x \max}$ ,  $\zeta_{y \max}$  – максимальное относительное смещение КРО по осям  $X$  и  $Y$ , соответственно;  $\alpha$  – угол смещения КРО (рис. 1).

$$\zeta_{y \min} = 1 - \operatorname{tg}(\alpha), \quad \zeta_{x \min} = 0, \quad \text{для } 0 \leq \alpha < \pi/4, \quad (2)$$

$$\zeta_{x \min} = 1 - \operatorname{ctg}(\alpha), \quad \zeta_{y \min} = 0, \quad \text{для } \pi/4 \leq \alpha \leq \pi/2. \quad (3)$$

Если  $\eta = 1$ , что соответствует граничному значению  $\eta_{bo} = 1$ , т.е. точка  $q$  лежит на окружности (рис. 1, рис. 2).

Уравнение прямой  $zf$  имеет вид

$$Y = (X - R) \operatorname{tg}(\alpha) + R \quad \text{или} \quad X = (Y - R) \operatorname{ctg}(\alpha) + R.$$

Уравнение прямой  $zf$ , нормированной к радиусу КРО  $R$ , имеет вид

$$\zeta_y = (\zeta_x - 1) \operatorname{tg}(\alpha) + 1 \quad \text{или} \quad \zeta_x = (\zeta_y - 1) \operatorname{ctg}(\alpha) + 1. \quad (4)$$

Преобразовав выражение (4) с учетом (2), получим

$$\zeta_y = \zeta_{y \min} + \zeta_x \operatorname{tg}(\alpha).$$

Обозначим приведенное относительное смещение по оси Y

$$\zeta_{ytr} = \zeta_y - \zeta_{y \min} = \zeta_x \operatorname{tg}(\alpha).$$

Преобразовав выражение (4) с учетом (3), получим

$$\zeta_x = \zeta_{x \min} + \zeta_y \operatorname{ctg}(\alpha).$$

Обозначим приведенное относительное смещение по оси X

$$\zeta_{xtr} = \zeta_x - \zeta_{x \min} = \zeta_y \operatorname{ctg}(\alpha).$$

Введем ось смещения КРО  $\gamma$ . Она проходит из центра координат, и параллельна  $\eta$

$$\gamma = \left[ \zeta_{ytr}^2 + \zeta_x^2 \right]^{0,5} = \zeta_x / \cos \alpha \text{ для } 0 \leq \alpha < \pi/4, \quad (5)$$

$$\gamma = \left[ \zeta_{xtr}^2 + \zeta_y^2 \right]^{0,5} = \zeta_y / \sin \alpha \text{ для } \pi/4 \leq \alpha \leq \pi/2, \quad (6)$$

при  $\alpha = \pi/4$ ,  $\zeta_x = \zeta_y$  и  $\eta = \gamma$ .

Смещение КРО относительно пиксела матрицы где  $\eta = 1$ , соответствует перемещению точки  $z$  в точку  $q$ . При этом КРО разбивается на четыре основные области матрицы:

$$S_1, S_2 = S_{21} + S_{22}, S_3 = S_{31} + S_{32}, S_4 = S_{4a} + S_{4b} \text{ (рис. 1, рис. 2).}$$

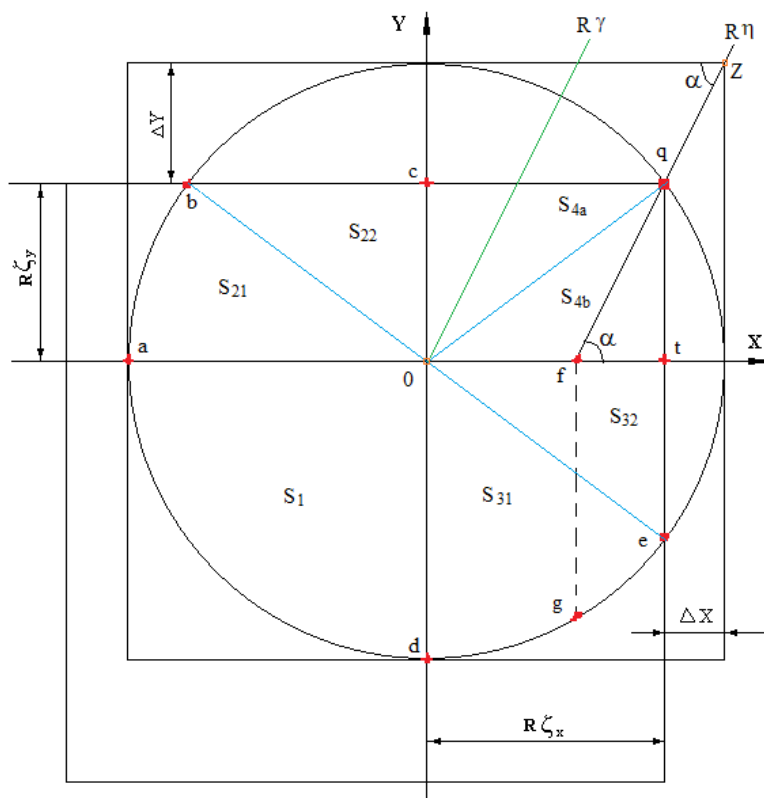


Рис. 1. КРО смещен под углом  $\alpha > \pi/4$  относительно пиксела, при  $\eta = 1$ .

Если угол смещения КРО лежит в диапазоне  $\pi/4 < \alpha \leq \pi/2$ , то при  $Y = 0$ ,  $X = X_{\min}$  и  $S_3 = S_{30} \neq 0$ . Также, если угол смещения КРО лежит в диапазоне  $0 \leq \alpha < \pi/4$ , то при  $X = 0$ ,  $Y = Y_{\min}$  и  $S_2 = S_{20} \neq 0$ . Если угол смещения КРО равен  $\pi/4$ , то при  $X_{\min} = 0$ ,  $Y_{\min} = 0$  и  $S_2 = S_3 = 0$ .

Каждая из 4-х областей (рис. 1, рис. 2) кроме 1-й разделены на две области. Такое разделение необходимо для определения пределов интегрирования.

На рис. 1 показана разбивка областей КРО на 4-е основные области при смещения КРО.

При  $1 = \eta_{bo} < \eta \leq \eta_{max} = 1,414$  изменяются области интегрирования. Область интегрирования  $S_{4a}$  превращается в  $S_{4c}$ , а  $S_{4b}$  в  $S_{4d}$ . При этом добавляется область  $S_{43}$  (рис. 3, рис. 4).

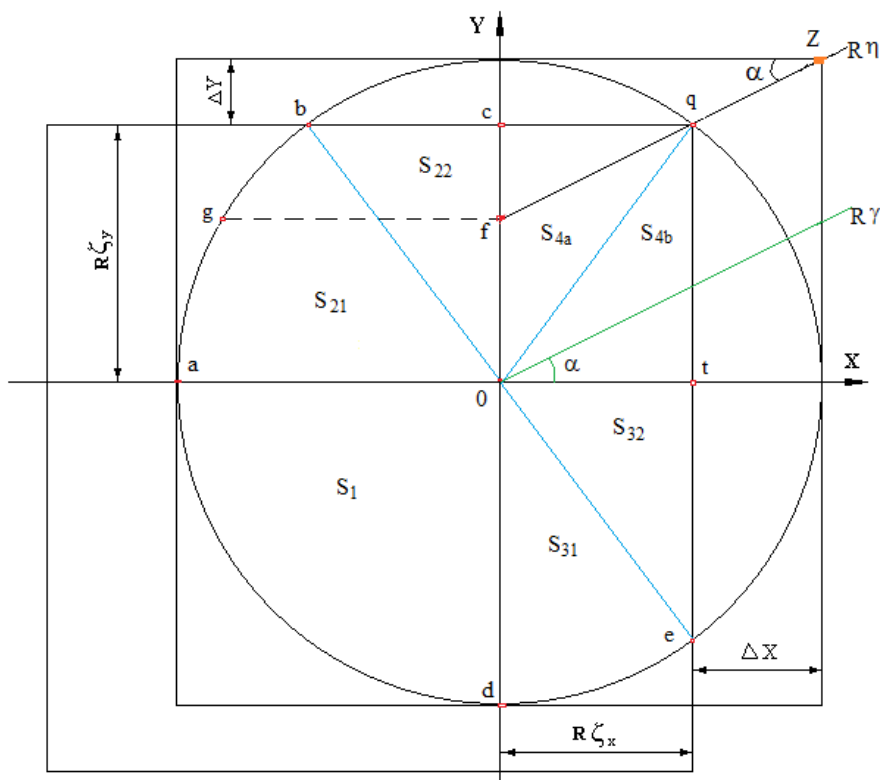


Рис. 2. КРО смещен под углом  $\alpha < \pi/4$  относительно пиксела, при  $\eta=1$ .

При смещении КРО вдоль оси  $Y$  (под углом  $\alpha = 90^\circ$ ) при отсутствии смещения по оси  $X$ ,  $\gamma = \zeta_y$ , т.е.  $\gamma R$  равно отрезку  $0c$ . Сигнал с площади  $S_1 = S_3$  не меняется в диапазоне смещения КРО. Площадь  $S_4 = S_2 = S_{21} + S_{22}$ , поэтому достаточно вычислить сигнал с площадей  $S_1$  и  $S_2$ .

При смещении КРО вдоль оси  $X$  (под углом  $\alpha = 0^\circ$ ) и отсутствии смещения по оси  $Y$ ,  $\gamma = \zeta_x$ , т.е.  $\gamma R$  равно отрезку  $0t$ . Сигнал с площади  $S_1 = S_2$  не меняется в диапазоне смещения КРО. Изменяется сигнал с площади  $S_3 = S_4$ . поэтому достаточно вычислить сигнал с площадей  $S_1$  и  $S_3$ .



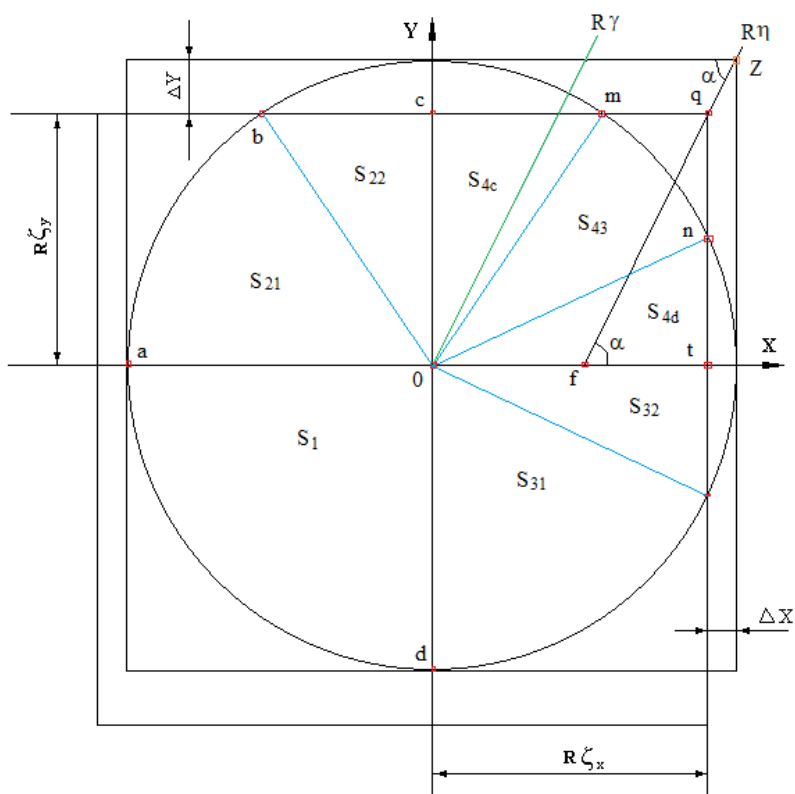


Рис. 3. КРО смещен под углом  $\alpha > \pi/4$  относительно пиксела, при  $\eta > 1$ .

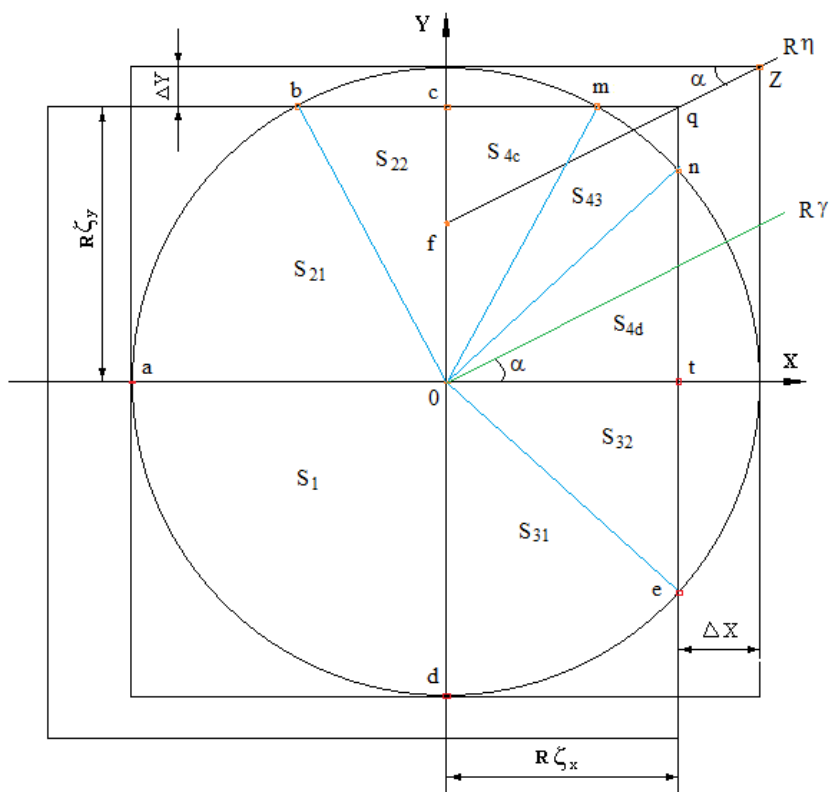


Рис. 4. КРО смещен под углом  $\alpha < \pi/4$  относительно пиксела, при  $\eta > 1$ .

## 2. Облученность в КРО распределена равномерно

Распределение облученности на пикселе матрицы задается выражением [5]:

$$G(x,y) = A, \text{ при } z = (x^2 + y^2)^{0,5} \leq R;$$

$$G(x,y) = 0, \text{ при } z > R,$$

где  $R$  – радиус пятна,

$x, y$  – координаты точки изображения.

Функция рассеяния точки (ФРТ) аппроксимируется цилиндром.

Константа  $A$  выбирается из условия нормировки [4]. Коэффициент  $p$ , равный 0,838, введен, чтобы энергия в КРО при равномерной облученности соответствовала энергии в центральном кружке при распределении облученности в виде функции Бесселя.

$$A = p / (\pi R^2).$$

Найдём сигнал пиксела матрицы в зависимости от величин смещения КРО на  $\Delta x$  и  $\Delta y$  по осям  $X$  и  $Y$ , соответственной для различных углов смещения КРО.

Для вычисления сигнала, запишем выражение интеграла  $J_0$  в полярных координатах

$$J_0 = A \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\rho_1}^{\rho_2} \rho d\rho. \quad (7)$$

Выражение (7) используем для любой области КРО, различаются только пределы интегрирования.

Вычислим сигнал, сформированный областью  $S_1$  пиксела матрицы. Пределы интегрирования для площади  $S_1$ , ограниченной прямыми  $a_0, d_0$  и дугой  $ad$  (рис. 1, рис. 2), равны

$$\theta_1 = \pi, \quad \theta_2 = 3\pi/2, \quad \rho_1 = 0, \quad \rho_2 = R. \quad (8)$$

Тогда сигнал  $U_1$ , сформированный площадью  $S_1$  равен

$$U_1 = \frac{AR^2}{2} \int_{\pi}^{3\pi/2} d\theta = 0,2095.$$

Уровень сигнала  $U_1$  не зависит от смещения пятна по оси  $X$  и оси  $Y$ , если  $0 \leq \Delta x \leq R$  и  $0 \leq \Delta y \leq R$ .

Интеграл  $U_2$  с областью интегрирования  $S_2$  разбивается на две области интегрирования  $S_{21}$  и  $S_{22}$ . Результирующая площадь зависит от диапазона углов. Для угла смещения, расположенного в диапазоне  $0 \leq \alpha < \pi/4$ , при  $\eta = \eta_{\min}$ ,  $S_2 = S_{20}$ , а для угла смещения, расположенного в диапазоне  $\pi/4 \leq \alpha \leq \pi/2$ , при  $\eta = \eta_{\min}$   $S_2 = 0$ .

Площадь  $S_{20}$  ограничена прямыми  $0a$ ,  $0f$ ,  $fg$  и дугой  $ag$  (рис. 2).

$$U_{20} = p \left[ \arcsin(\zeta_{y \min}) + \zeta_{y \min} \left\{ 1 - \zeta_{y \min}^2 \right\}^{0.5} \right] / (2\pi),$$

где  $U_{20}$  – сигнал, сформированный площадью  $S_{20}$  при  $\pi/4 \leq \alpha \leq \pi/2$ ,  $\eta = \eta_{\min}$ .

Вычислим сигнал  $U_{21}$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_{21}$ , ограниченной прямыми  $b0$ ,  $a0$  и дугой  $ab$  (рис. 1, рис. 2). Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (7), но с другими пределами интегрирования [17]

$$\theta_3 = \pi - \arcsin(\zeta_y), \quad \theta_4 = \pi, \quad \rho_1 = 0, \quad \rho_2 = R; \quad (9)$$

$$U_{21} = \frac{AR^2}{2} \int_{\theta_3}^{\theta_4} d\theta = \frac{p}{2\pi} \arcsin \zeta_y,$$

где  $\zeta_{y \min} \leq \zeta_y \leq 1$ .

Вычислим сигнал  $U_{22}$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_{22}$  (рис. 1, рис. 2), ограниченной прямыми  $b0$ ,  $bc$ ,  $c0$ .

Пределы интегрирования имеют вид

$$\theta_5 = \pi/2, \quad \theta_6 = \pi - \arcsin(\zeta_y), \quad \rho_3 = 0, \quad \rho_4 = R\zeta_y / \sin \theta. \quad (10)$$

Вычислив внешний интеграл, находим  $U_{22}$  [17]:

$$U_{22} = \frac{p\zeta_y}{2\pi} \int_{\theta_5}^{\theta_6} d\theta / \sin^2 \theta.$$

Окончательно получим

$$U_{22} = p \zeta_y \left\{ 1 - \zeta_y^2 \right\}^{0.5} / (2\pi),$$

где  $\zeta_{y \min} \leq \zeta_y \leq 1$ .

Сложив  $U_{21}$  и  $U_{22}$ , получим  $U_2$ :

$$U_2 = p \left[ \arcsin(\zeta_y) + \zeta_y \left\{ 1 - \zeta_y^2 \right\}^{0.5} \right] / (2\pi).$$

Интеграл с областью интегрирования  $S_3$  разбивается на две области интегрирования  $S_{31}$  и  $S_{32}$ . Результирующая площадь зависит от диапазона углов. Для угла смещения, расположенного в диапазоне  $0 \leq \alpha < \pi/4$ , при  $\eta = \eta_{\min}$   $S_3=0$ , а для угла смещения, расположенного в диапазоне  $\pi/4 < \alpha \leq \pi/2$ , при  $\eta = \eta_{\min}$ ,  $S_3 = S_{30}$ .

Площадь  $S_{30}$  ограничена прямыми  $0f$ ,  $0d$ ,  $fg$  и дугой  $dg$  (рис. 1).

$$U_{30} = p \left[ \arcsin(\zeta_{x \min}) + \zeta_{x \min} \left\{ 1 - \zeta_y^2 \right\}^{0.5} \right] / (2\pi),$$

где  $U_{30}$  – сигнал, сформированный площадью  $S_{30}$  при  $0 \leq \alpha < \pi/4$ ,  $\eta = \eta_{\min}$ .

Сигнал  $U_{31}$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_{31}$  (рис. 1, рис. 2), ограниченной прямыми  $d0$ ,  $e0$  и дугой  $de$ . Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (7), но с другими пределами интегрирования [17]

$$\theta_7 = -\pi/2, \quad \theta_8 = -\arccos(\zeta_x), \quad \rho_1 = 0, \quad \rho_2 = R; \quad (11)$$

$$U_{31} = \frac{AR^2}{2} \int_{\theta_7}^{\theta_8} d\theta = \frac{p}{2\pi} \arcsin \zeta_x,$$

где  $\zeta_{x \min} \leq \zeta_x \leq 1$ .

Сигнал  $U_{32}$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_{32}$  (рис. 2), ограниченной прямыми  $t0$ ,  $e0$  и  $te$ . Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (7), но с другими пределами интегрирования [17]

$$\theta_9 = -\arccos(\zeta_x), \quad \theta_{10} = 0, \quad \rho_1 = 0, \quad \rho_2 = R\zeta_x / \cos \theta. \quad (12)$$

Вычислив внешний интеграл, находим  $U_{32}$  [17]:

$$U_{32} = \frac{p\zeta_x^2 \theta_{10}}{2\pi} \int_{\theta_9} d\theta / \cos^2 \theta.$$

Окончательно получим

$$U_{32} = p\zeta_x \left\{ 1 - \zeta_x^2 \right\}^{0.5} / (2\pi),$$

где  $\zeta_{x \min} \leq \zeta_x \leq 1$ .

Сложив  $U_{31}$  и  $U_{32}$ , находим  $U_3$ :

$$U_3 = p \left[ \arcsin(\zeta_x) + \zeta_x \left\{ 1 - \zeta_x^2 \right\}^{0.5} \right] / (2\pi).$$

Область интегрирования  $S_4$  разбивается на две области интегрирования  $S_{4a}$  и  $S_{4b}$ .

Вычислим сигнал  $U_{4a}$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_{4a}$  (рис. 1, рис. 2), ограниченной прямыми  $c0, cq, q0$ .

Исходное выражение соответствует соотношению (7). Пределы интегрирования для площади  $S_{4a}$  равны

$$\theta_{11} = \arcsin(\zeta_y / \eta), \quad \theta_{12} = \pi / 2, \quad \rho_3 = 0, \quad \rho_4 = R\zeta_y / \sin \theta, \quad (13)$$

где  $\eta_{\min} \leq \eta \leq \eta_{bo} = 1, \quad \zeta_{y \min} \leq \zeta_y \leq \zeta_{ybo}$ .

Вычислив внешний интеграл, находим  $U_{4a}$  [17]:

$$U_{4a} = \frac{p\zeta_y^2 \theta_{12}}{2\pi} \int_{\theta_{11}} d\theta / \sin^2 \theta.$$

Окончательно получим

$$U_{4a} = p\zeta_x \zeta_y / (2\pi), \quad \text{при } \zeta_{y \min} \leq \zeta_y \leq \zeta_{ybo}, \quad \zeta_{x \min} \leq \zeta_x \leq \zeta_{xbo}.$$

Вычислим сигнал  $U_{4b}$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_{4b}$  (рис. 2), ограниченной прямыми  $t0, qt, q0$ .

Исходное выражение соответствует соотношению (7). Пределы интегрирования для площади  $S_{4b}$  равны

$$\theta_{13} = 0, \theta_{14} = \arccos(\zeta_x / \eta), \rho_3 = 0, \rho_4 = R\zeta_x / \cos\theta. \quad (14)$$

Вычислив внешний интеграл, находим  $U_{4b}$  [17]:

$$U_{4b} = \frac{p\zeta_x^2}{2\pi} \int_{\theta_{13}}^{\theta_{14}} d\theta / \cos^2\theta.$$

Окончательно получим

$$U_{4b} = p\zeta_x \zeta_y / (2\pi), \text{ при } \zeta_{y\min} \leq \zeta_y \leq \zeta_{ybo}, \quad 0 \leq \zeta_x \leq \zeta_{xbo}.$$

Сложив  $U_{4a}$  и  $U_{4b}$ , получим  $U_4$ :

$$U_4 = p\zeta_x \zeta_y / \pi,$$

при  $\zeta_{x\min} \leq \zeta_x \leq \zeta_{xbo}, \quad \zeta_{y\min} \leq \zeta_y \leq \zeta_{ybo}.$

Вычислим сигнал  $U_4$ , сформированный при  $1 < \eta \leq 1,414$  (рис. 3, рис. 4).

При  $1 < \eta \leq 1,414$  образуется дополнительно область  $S_{43}$ .

На рис. 3 представлено смещение КРО относительно пиксела под углом большим, чем  $\pi/4$ , т.е.  $63^\circ$ , при  $\eta > 1$ . На рис. 4 представлено смещение КРО относительно пиксела под углом меньшим, чем  $\pi/4$ , т.е.  $27^\circ$ , при  $\eta > 1$ .

Вычислим сигнал  $U_{4c}$ , сформированный областью  $S_{4c}$  пиксела матрицы при  $1 < \eta \leq 1,414$ .

Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (7). Пределы интегрирования имеют вид

$$\theta_{15} = \arcsin(\zeta_y), \theta_{16} = \pi/2, \rho_3 = 0, \rho_4 = R\zeta_y / \sin\theta, \quad (15)$$

где  $\eta_{bo} < \eta \leq \eta_{\max} = 1,414, \quad \zeta_{ybo} \leq \zeta_y \leq 1.$

Вычислив внешний интеграл, находим  $U_{4c}$  [17]:

$$U_{4c} = p\zeta_y \left\{ 1 - \zeta_y^2 \right\}^{0.5} / (2\pi),$$

при  $\zeta_{ybo} \leq \zeta_y \leq 1.$

Вычислим сигнал  $U_{43}$ , сформированный областью  $S_{43}$  пиксела матрицы при  $\eta_{bo} < \eta \leq 1,414$ , т.к. при  $0 \leq \eta \leq \eta_{bo} = 1$ ,  $S_{43} = 0$  и  $U_{43} = 0$  (рис. 3, рис. 4). Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (7). Пределы интегрирования имеют вид

$$\theta_{17} = \arccos(\zeta_x), \quad \theta_{18} = \arcsin(\zeta_y), \quad \rho_1 = 0, \quad \rho_2 = R, \quad (16)$$

где  $\eta_{bo} < \eta \leq \eta_{\max} = 1,414$ ,  $\zeta_{xbo} < \zeta_x \leq \zeta_{x\max}$ ,  $\zeta_{ybo} < \zeta_y \leq \zeta_{y\max}$ .

Вычислив внешний интеграл, находим  $U_{43}$  [17]:

$$U_{43} = p \left[ \arcsin(\zeta_y) - \arccos(\zeta_x) \right] / (2\pi), \quad \text{при } \eta_{bo} < \eta \leq 1,414.$$

$$U_{43} = 0, \quad \text{при } 0 \leq \eta \leq 1.$$

Вычислим сигнал  $U_{4d}$ , сформированный областью  $S_{4d}$  пиксела матрицы при  $\eta_{bo} < \eta \leq 1,414$ .

Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (7). Пределы интегрирования имеют вид

$$\theta_{19} = 0, \quad \theta_{20} = \arccos(\zeta_x), \quad \rho_3 = 0, \quad \rho_4 = R\zeta_x / \cos\theta, \quad (17)$$

где  $\eta_{bo} < \eta \leq \eta_{\max} = 1,414$ .

Вычислив внешний интеграл, находим  $U_{4d}$  [17]:

$$U_{4d} = p \zeta_x \left\{ 1 - \zeta_x^2 \right\}^{0,5} / (2\pi),$$

при  $\zeta_{xbo} < \zeta_x \leq 1$ .

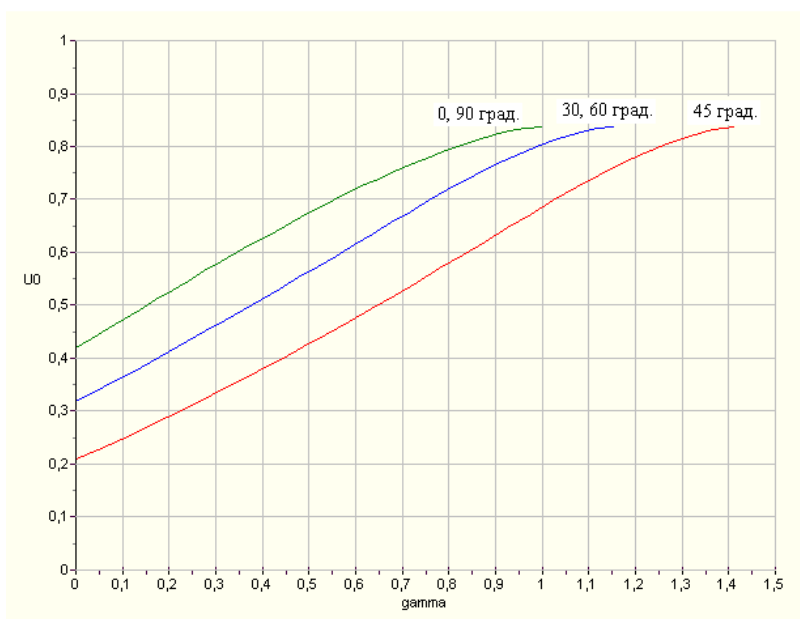


Рис. 5. Зависимость сигнала пиксела от  $\gamma$  при различных углах смещения КРО.

Вычислим суммарный сигнал  $U_4$ .

$$U_4 = U_{4c} + U_{4d} + U_{43}, \text{ при } \eta_{bo} < \eta \leq \eta_{max} = 1,414.$$

$$U_4 = p \zeta_x \zeta_y / \pi, \text{ при } 0 \leq \eta \leq \eta_{bo} = 1.$$

Вычислим суммарный сигнал  $U_0$  в зависимости от  $\eta$ :

$$U_0 = U_1 + U_2 + U_3 + U_4.$$

На рис. 5 представлены зависимости сигнала пиксела матрицы от  $\gamma$  при различных углах смещения КРО:  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ .

При этом кривые для углов  $0^\circ$  и  $90^\circ, 30^\circ$  и  $60^\circ$  полностью совпадают.

Максимальный диапазон изменения сигнала пиксела получен для угла смещения  $45^\circ$ .

### 3. Облученность в КРО распределена по закону Гаусса

На практике используется аппроксимация облученности в КРО гауссоидой вращения. Распределение облученности в КРО задается формулой [4]

$$g(x, y) = A_G \exp \{ -(x^2 + y^2) / c^2 \}.$$

Константа  $c$  определяется из соотношения [1]

$$c^2 = R^2 / \ln[1/(1-p)], \text{ и } c^2 = 2 \sigma^2,$$



где  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение (параметр гауссоиды),  $p$  – уровень мощности, сосредоточенной в кружке рассеяния с окружностью радиусом  $R$ .

$$p=1-\exp(-R^2/c^2).$$

Принимаем  $p = 0,838$  от всей принятой мощности, тогда  $p$  соответствует нормированной мощности центрального кружка при распределении облученности в КРО в виде функции Бесселя.

Обозначим

$$k=R/c. \quad (18)$$

Константа  $A_G$  выбирается из условия нормировки [5]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_G \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{c^2}\right) dx dy = 1,$$

где  $A_G = 1/(\pi c^2)$ .

Пространственное распределение облученности представляет собой симметричную гауссоиду. В исходном состоянии КРО вписан в пиксель матрицы (рис. 1, рис. 2). При смещении кружка относительно пиксела матрицы на величину  $\Delta x > 0$  по оси  $X$  и на  $\Delta y > 0$  по оси  $Y$ , КРО разбивается на четыре области пиксела матрицы.

Определим сигнал пиксела матрицы в зависимости от величин смещения  $\Delta x$  и  $\Delta y$  по осям  $X$  и  $Y$  соответственно.

Запишем выражение интеграла  $J$ , для любого участка площади КРО, в полярных координатах

$$J = A_G \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\rho_1}^{\rho_2} \exp\left(-\frac{\rho^2}{c^2}\right) \rho d\rho. \quad (19)$$

Выражение (19) используем для любой области КРО, различаются только пределы интегрирования.

Вычислим сигнал  $V_1$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_1$  (рис. 1, рис. 2). При вычислении облученности, принимаемой областью  $S_1$  пиксела матрицы, пределы интегрирования в выражении (19) соответствуют (8).

Делаем замену переменных во внешнем интеграле

$$t = \exp(-\rho^2/c^2), \quad -c^2 dt/2 = \exp(-\rho^2/c^2)\rho d\rho. \quad (20)$$

Пределы интегрирования, с учетом (18):

$$t_1 = 1, \quad t_2 = \exp(-k^2). \quad (21)$$

Тогда

$$V_1 = \frac{A_G c^2}{2} * \int_{\pi}^{3\pi/2} d\theta [1 - \exp(-k^2)].$$

Окончательно получим

$$V_1 = A_G c^2 \pi p / 4 = 0,2095.$$

Уровень облученности  $V_1$  не зависит от смещения пятна по оси  $X$  и оси  $Y$ , если  $0 \leq \Delta x \leq R$  и  $0 \leq \Delta y \leq R$ .

Интеграл по области  $S_2$  разбивается на два интеграла: первый находится аналитически, а второй берется численным методом.

Вычислим сигнал  $V_{21}$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_{21}$  (рис. 1, рис. 2). Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (19). Пределы интегрирования соответствуют выражению (9).

В выражении (19) во внешнем интеграле делаем замену переменных согласно выражению (20), тогда пределы интегрирования соответствуют выражению (21), и после взятия внешнего интеграла,  $V_{21}$  имеет вид [17,18]

$$V_{21} = \frac{A_G c^2}{2} \int_{\theta_3}^{\theta_4} d\theta [1 - \exp(-k^2)],$$

или

$$V_{21} = p \cdot \arcsin(\zeta_y) / (2\pi),$$

где  $\zeta_{y \min} \leq \zeta_y \leq 1$ ,  $\eta_{\min} \leq \eta \leq 1,414$ .

Вычислим сигнал  $V_{22}$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_{22}$  (рис. 1, рис. 2).

Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (19). Пределы интегрирования соответствуют выражению (10).

В выражении (19) во внешнем интеграле делаем замену переменных согласно выражению (20), тогда пределы интегрирования с учетом (18) равны

$$t_1 = 1, \quad t_2 = \exp\left[-k^2 \zeta_y^2 / \sin^2 \theta\right]. \quad (22)$$

После преобразования выражение для  $V_{22}$  имеет вид [17]

$$V_{22} = \frac{1}{2\pi} \left[ \arccos \zeta_y - \int_{\theta_5}^{\theta_6} \exp\left\{-k^2 \zeta_y^2 / \sin^2 \theta\right\} d\theta \right],$$

где  $\theta_5 = \pi/2$ ,  $\theta_6 = \pi - \arcsin(\zeta_y)$ ,  $\zeta_{y \min} \leq \zeta_y \leq \zeta_{y \max} = 1$ .

В результате  $V_2 = V_{21} + V_{22}$ , или

$$V_2 = \left[ \arccos(\zeta_y) + p \cdot \arcsin(\zeta_y) - J_{v2} \right] / (2\pi), \quad (23)$$

где  $\zeta_{y \min} \leq \zeta_y \leq 1$ .

$$J_{v2} = \int_{\theta_5}^{\theta_6} \exp\left\{-k^2 \zeta_y^2 / \sin^2 \theta\right\} d\theta, \quad \text{при } \theta_5 = \pi/2, \quad \theta_6 = \pi - \arcsin(\zeta_y), \quad (24)$$

Интеграл  $J_{V2}$  берется численным методом.

Для угла смещения, расположенного в диапазоне  $0 \leq \alpha < \pi/4$ , при  $\eta = \eta_{\min}$ ,  $S_2 = S_{20}$ , а для угла смещения, расположенного в диапазоне  $\pi/4 \leq \alpha \leq \pi/2$ , при  $\eta = \eta_{\min}$ ,  $S_2 = 0$ . Площадь  $S_{20}$  ограничена прямыми  $0a$ ,  $0f$ ,  $fg$  и дугой  $ag$  (рис. 2).

$V_{20}$  определяется выражением (23) при значении  $\zeta_y = \zeta_{y \min}$ , а также заменой  $\zeta_y$  на  $\zeta_{y \min}$  в выражении (24)

Интеграл по области  $S_3$  разбивается на два интеграла: первый находится аналитически, а второй берется численным методом.

Вычислим сигнал  $V_{31}$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_{31}$  (рис. 1, рис. 2). Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (19). Пределы интегрирования соответствуют выражению (11).

В выражении (19) во внешнем интеграле делаем замену переменных согласно выражению (20), тогда пределы интегрирования с учетом (18) соответствуют выражению (21), и после взятия внешнего интеграла  $V_{31}$  имеет вид [17]

$$V_{31} = \frac{A_G C^2}{2} \int_{\theta_7}^{\theta_8} d\theta [1 - \exp(-k^2)],$$

или

$$V_{31} = p \cdot \arcsin(\zeta_x)/(2\pi),$$

где  $\zeta_{x \min} \leq \zeta_x \leq 1$ ,  $\eta_{\min} \leq \eta \leq 1,414$ .

Вычислим сигнал  $V_{32}$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_{32}$  (рис. 1, рис. 2).

Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (19). Пределы интегрирования соответствуют выражению (12).

В выражении (19) во внешнем интеграле делаем замену переменных согласно выражению (20), тогда пределы интегрирования с учетом (18) равны

$$t_1 = 1, \quad t_2 = \exp[-k^2 \zeta_x^2 / \cos^2 \theta]. \quad (25)$$

После преобразования выражение для  $V_{32}$  имеет вид [17]

$$V_{32} = \frac{1}{2\pi} \left[ \arccos \zeta_x - \int_{\theta_9}^{\theta_{10}} \exp\{-k^2 \zeta_x^2 / \cos^2 \theta\} d\theta \right],$$

где  $\theta_9 = -\arccos(\zeta_x)$ ,  $\theta_{10} = 0$ ,  $\zeta_{x \min} \leq \zeta_x \leq 1$ .

В результате  $V_3 = V_{31} + V_{32}$ , или

$$V_3 = [\arccos(\zeta_x) + p \cdot \arcsin(\zeta_x) - J_{v3}]/(2\pi), \quad (26)$$

где  $\zeta_{x \min} \leq \zeta_x \leq 1$ .

$$J_{v3} = \int_{\theta_9}^{\theta_{10}} \exp\{-k^2 \zeta_x^2 / \cos^2 \theta\} d\theta \quad \text{при } \theta_9 = -\arccos(\zeta_x), \quad \theta_{10} = 0, \quad \zeta_{x \min} \leq \zeta_x \leq 1. \quad (27)$$

Интеграл  $J_{V3}$  берется численным методом.

Для угла смещения КРО, расположенного в диапазоне  $0 \leq \alpha < \pi/4$ , при  $\eta = \eta_{\min}$ ,  $S_3 = 0$ , а для угла смещения, расположенного в диапазоне  $\pi/4 \leq \alpha \leq \pi/2$ , при  $\eta = \eta_{\min}$   $S_3 = S_{30}$ . Площадь  $S_{30}$  ограничена прямыми  $Od$ ,  $Of$ ,  $fg$  и дугой  $dg$  (рис. 1).

$V_{30}$  определяется выражением (26) при значении  $\zeta_x = \zeta_{x\min}$ , а также заменой  $\zeta_x$  на  $\zeta_{x\min}$  в выражении (27).

Область интегрирования  $S_4$  разбивается на две площади интегрирования  $S_{4a}$  и  $S_{4b}$  при  $0 \leq \eta \leq 1$  (рис.1, рис.2). Оба интеграла берутся численным методом. Вычислим сигнал  $V_{4a}$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_{4a}$ .

Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (19). Пределы интегрирования соответствуют выражению (13).

Делаем замену переменных согласно выражению (20), тогда пределы интегрирования внешнего интеграла соответствуют выражению (22).

После преобразования выражение для  $V_{4a}$  имеет вид

$$V_{4a} = \frac{A_G C^2}{2} \int_{\theta_{11}}^{\theta_{12}} d\theta \langle 1 - \exp[-k^2 \zeta_y^2 / \sin^2 \theta] \rangle.$$

Вычислив интеграл, выражение  $V_{4a}$  принимает вид [17,18]

$$V_{4a} = p/4 - p [\arcsin(\zeta_y / \eta) + J_{v4a}] / (2\pi);$$

$$J_{v4a} = \int_{\theta_{11}}^{\theta_{12}} \exp\{-k^2 \zeta_y^2 / \sin^2 \theta\} d\theta \text{ при } 0 \leq \eta \leq 1, \zeta_{y\min} \leq \zeta_y \leq \zeta_{ybo}.$$

Вычислим сигнал  $V_{4b}$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_{4b}$ .

Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (19). Пределы интегрирования соответствуют выражению (14).

Делаем замену переменных согласно выражению (20), тогда пределы интегрирования внешнего интеграла соответствуют выражению (25).

После преобразования выражение для  $V_{4b}$  имеет вид

$$V_{4b} = \frac{AC^2}{2} \int_{\theta_{13}}^{\theta_{14}} d\theta \langle 1 - \exp[-k^2 \zeta_x^2 / \cos^2 \theta] \rangle.$$

Вычислив интеграл, выражение  $V_{4b}$  принимает вид [17,18]

$$V_{4b} = 0,25 - p(\arcsin(\zeta_x / \eta) + J_{v_{4b}}) / (2\pi),$$

при  $\eta_{\min} \leq \eta \leq 1$ ,  $\zeta_{x \min} \leq \zeta_x \leq \zeta_{xbo}$ ,  $\zeta_{y \min} \leq \zeta_y \leq \zeta_{ybo}$ .

Используя сумму выражений  $V_{4a}$  и  $V_{4b}$ , находим  $V_4$ :

$$V_4 = 0,5 - p \{ \arcsin(\zeta_x / \eta) + \arcsin(\zeta_y / \eta) + J_{v_{4a}} + J_{v_{4b}} \} / (2\pi), \quad (28)$$

при  $\eta_{\min} \leq \eta \leq \eta_{bo} = 1$ ,  $\zeta_{x \min} \leq \zeta_x \leq \zeta_{xbo}$ ,  $\zeta_{y \min} \leq \zeta_y \leq \zeta_{ybo}$ .

При  $\eta = 0$   $V_4 = 0$ .

Вычислим сигнал  $V_4$ , сформированный при  $1 \leq \eta \leq 1,414$  (рис. 3, рис. 4).

При  $1 \leq \eta \leq 1,414$  образуется область  $S_{43}$ . Вычислим сигнал  $V_{43}$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_{43}$   $V_{43} = 0$ , т.к.  $S_{43} = 0$  при  $0 \leq \eta \leq 1$ .

Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (19).

Пределы интегрирования соответствуют выражению (16).

Делаем замену переменных согласно выражению (20), тогда пределы интегрирования внешнего интеграла соответствуют выражению (21).

После преобразования выражение  $V_{43}$  имеет вид [17]

$$V_{43} = \frac{AC^2}{2} \int_{\theta_{17}}^{\theta_{18}} d\theta \langle 1 - \exp(-k^2) \rangle.$$

Вычислив интеграл, выражение  $V_{43}$  принимает вид

$$V_{43} = p \{ \arcsin(\zeta_y) - \arccos(\zeta_x) \} / (2\pi), \text{ при } 1 < \eta \leq 1,414.$$

Вычислим сигнал  $V_{4c}$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_{4c}$  (рис. 3), при  $1 < \eta \leq 1,414$ .

Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (19).

Пределы интегрирования соответствуют выражению (15).

Во внешнем интеграле делаем замену переменных согласно выражению (22). После преобразования с учетом (18), выражение для  $V_{4c}$  имеет вид:

$$V_{4c} = \frac{A_G C^2}{2} \int_{\theta_{15}}^{\theta_{16}} d\theta \left( 1 - \exp\left[-k^2 \zeta_y^2 / \sin^2 \theta\right] \right).$$

Окончательно получим [17,18]:

$$V_{4c} = 0,25 - p \left( \arcsin(\zeta_y) + J_{v4c} \right) / (2\pi);$$

$$J_{v4c} = \int_{\theta_{15}}^{\theta_{16}} \exp\left\{-k^2 \zeta_y^2 / \sin^2 \theta\right\} d\theta, \text{ при } \theta_{15} = \arcsin(\zeta_x), \theta_{16} = \pi/2.$$

Вычислим сигнал  $V_{4d}$ , сформированный областью пиксела матрицы, соответствующей площади интегрирования  $S_{4d}$  (рис. 3, рис. 4), при  $1 < \eta \leq 1,414$ . Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (19). Пределы интегрирования соответствуют выражению (17).

Во внешнем интеграле делаем замену переменных согласно выражению (23). После преобразования с учетом (18), выражение для  $V_{4d}$  имеет вид:

$$V_{4d} = \frac{A_G C^2}{2} \int_{\theta_{19}}^{\theta_{20}} d\theta \left( 1 - \exp\left[-k^2 \zeta_x^2 / \cos^2 \theta\right] \right).$$

Окончательно получим [17,18]:

$$V_{4d} = \left( \arccos(\zeta_x) - J_{v4d} \right) / (2\pi);$$

$$J_{v4d} = \int_{\theta_{19}}^{\theta_{20}} \exp\left\{-k^2 \zeta_x^2 / \cos^2 \theta\right\} d\theta, \text{ при } \theta_{19} = 0, \theta_{20} = \arccos(\zeta_x).$$

Используя сумму выражений  $V_{4c}$ ,  $V_{4d}$ ,  $V_{43}$ , находим сигнал  $V_4$  при  $1 < \eta \leq 1,414$ .

$$V_4 = V_{4c} + V_{4d} + V_{43}$$

$$V_4 = 0,5 - \left[ (1-p) \left\{ \arcsin(\zeta_y) + \arccos(\zeta_x) \right\} + J_{v4c} + J_{v4d} \right] / (2\pi),$$

при  $1 < \eta \leq 1,414$ .

Зависимость  $V_4$  от  $\eta$  при  $\eta_{\min} \leq \eta \leq 1$  соответствует выражению (28).

Находим сумму сигналов пиксела, входящих в  $V_0$ :

$$V_0 = V_1 + V_2 + V_3 + V_4.$$

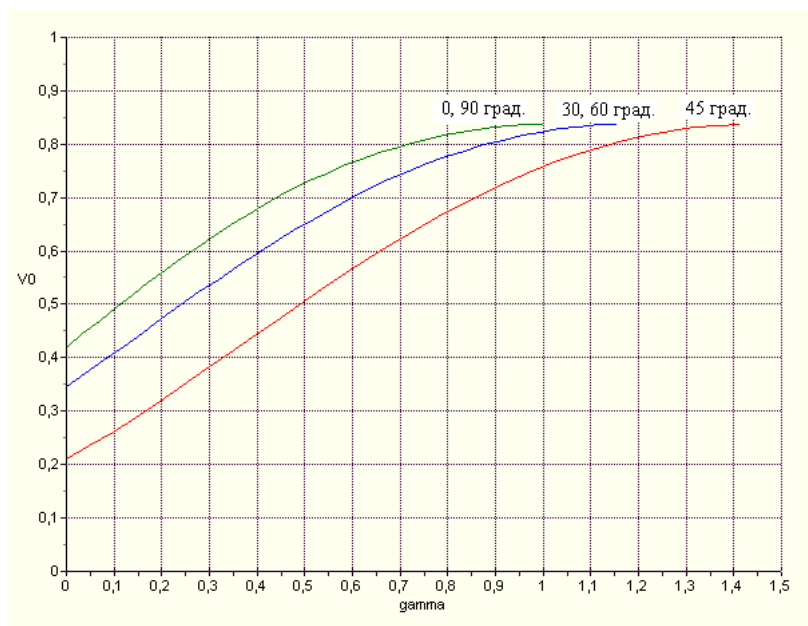


Рис. 6. Зависимость сигнала пиксела  $V_0$  от  $\gamma$  при различных углах смещения КРО.

#### 4. Сравнение зависимости сигналов $V_0$ и $U_0$ от приведенного относительного смещения КРО $\gamma$ в диапазоне углов $0^\circ - 90^\circ$

Используя математические выражения для сигнала  $U_0$ , построены графики (рис. 5) зависимости от приведенного относительного смещения КРО  $\gamma$  при углах смещения КРО  $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ .

Используя математические выражения для сигнала  $V_0$ , построены графики (рис. 6) зависимости от приведенного относительного смещения КРО  $\gamma$  при углах смещения КРО  $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ .

Из рис. 5, рис. 6 видно, что для обоих случаев при смещении КРО под углом  $45^\circ$  диапазон сигналов изменяется в 4 раза, а для углов  $30^\circ$  и  $60^\circ$  графики совпадают и диапазон сигналов уменьшается. Для углов смещения КРО под углом  $0^\circ$  и  $90^\circ$  графики также совпадают. Таким образом, графики полностью совпадают, если углы смещения КРО расположены симметрично относительно угла  $45^\circ$ .



## Заключение

1) Разработан алгоритм расчета сигнала для равномерной аппроксимации облученности пиксела матрицы в зависимости от смещения КРО под углом в диапазоне  $0^\circ - 90^\circ$  и построены графики зависимостей уровня сигнала от  $\gamma$ .

2) Разработан алгоритм расчета сигнала для гауссовой аппроксимации облученности пиксела матрицы в зависимости от смещения КРО под углом в диапазоне  $0^\circ - 90^\circ$  и построены графики зависимостей уровня сигнала от  $\gamma$ .

3) При смещении КРО под углом  $45^\circ$  на величину  $1,41R$  относительно пиксела, сигнал меняется в 4 раза, а при смещении КРО вдоль одной из осей на величину  $R$ , сигнал меняется в 2 раза для гауссоиды и цилиндрической функции.

4) Относительное смещение КРО максимально ( $\eta=1,414$ ) при  $\alpha=45^\circ$  и уменьшается при уменьшении или увеличении  $\alpha$ , достигая  $\eta=1$  при углах  $0^\circ$  или  $90^\circ$ . При этом диапазон изменений сигнала изменяется от максимального (в 4 раза) при  $\alpha=45^\circ$  до минимального (в 2 раза) при углах смещения  $0^\circ$  и  $90^\circ$ .

5) При смещении КРО под углами симметричными относительно  $45^\circ$  их графики полностью совпадают, как для гауссоиды так и для цилиндрической функции.

## Литература

1. Тарасов В.В., Торшина И.П., Якушенков Ю.Г. Современные проблемы оптоэлектроники //Москва, Россия: МИИГАиК. – 2014.
2. Федосеев В., Колосов М. Оптико-электронные приборы ориентации и навигации космических аппаратов. – Litres, 2017.
3. Бурдинов К.А., Шашкина К.М., Шагхаеи Э. Исследование системы автоматического управления стабилизации изображения бортовых оптико-электронных приборов наведения и слежения //Advanced Engineering Research. – 2022. – Т. 22. – №. 2. – С. 150-160. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2022-22-2-150-160>

4. Барский А.Г. Оптико-электронные следящие системы: учеб. пособие // М.: Университетская книга. – 2009.
5. Астапов Ю.М. Теория оптико-электронных следящих систем. – Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.
6. Мирошников М.М. Теоретические основы оптико-электронных приборов. Лань, 2010.
7. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. Изд. 2 е, испр. – 1985.
8. Sanson F., Frueh C. Quantifying uncertainties in signal position in non-resolved object images: Application to space object observation // *Advances in Space Research*. – 2019. – Т. 63. – №. 8. – С. 2436-2454.
9. Меденников П.А. Алгоритм обнаружения и определения координат точечного объекта // *Оптический журнал*. – 2019. – Т. 86. – №. 8. – С. 65-69.
10. Ma X., Rao C., Zheng H. Error analysis of CCD-based point source centroid computation under the background light // *Optics express*. – 2009. – Т. 17. – №. 10. – С. 8525-8541.
11. Баранов П.С., Манцветов А.А. Оптимизация отношения радиуса кружка рассеяния объектива к размеру пиксела для повышения точности оценки координат изображений малоразмерных объектов // *Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника*. – 2016. – №. 2. – С. 49-53.
12. Аванесов Г.А., Кондратьева Т.В., Никитин А.В. Исследование смещения энергетического центра изображений звезд относительно геометрического центра на ПЗС-матрице и коррекция методической ошибки // *Механика, управление и информатика* (см. в книгах). – 2009. – №. 1. – С. 421-446.
13. Старосотников Н.О., Федорцев Р.В. Моделирование методической погрешности определения центра тяжести изображения тест-объекта в оптических измерительных приборах с матричными приёмниками. – 2014.
14. Осадчий И.С. Метод субпиксельного измерения координат изображений звезд для приборов астроориентации космического базирования // *Журнал радиоэлектроники*. – 2015. – №. 5. – С. 5-5.

15. Цыцулин А.К. и др. Твердотельные телекамеры: накопление качества информации //СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2014.
16. Егошкин Н.А. Коррекция смаза и расфокусировки спутниковых изображений с учетом геометрических искажений // *Цифровая обработка сигналов.* – 2016. – №. 3. – С. 37.
17. Бронштейн И.Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – Лань, 2009.
18. Прудников А.П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. В 3-х тт. – Физматлит, 2003. – С. 708-708.

**Для цитирования:**

Знаменский И.В. Зависимость величины сигнала от смещения кружка рассеяния объектива в диапазоне углов  $0^\circ - 90^\circ$  относительно центра пиксела фоточувствительной матрицы. // Журнал радиоэлектроники. – 2023. – №. 10. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.10.4>