

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.10.5>

УДК: 537.874

## ВЛИЯНИЕ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕГО ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ТОКА НА ПОГЛОЩЕНИЕ ОНЧ-РАДИОВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВДОЛЬ ЛИНИИ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

В.М. Краснов<sup>1</sup>, Ю.В. Кулешов<sup>1</sup>, И.А. Готюр<sup>1</sup>, Я.В. Дробжева<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского  
197198, г. Санкт-Петербург, ул. Ждановская, 13

<sup>2</sup> Российский государственный гидрометеорологический университет  
192007, г. Санкт-Петербург, Воронежская улица, 79

Статья поступила в редакцию 15 июня 2023 г.

**Аннотация.** Учет в уравнениях Максвелла осциллирующего поляризованного тока позволил определить для радиоволн ОНЧ диапазона «полосу пропускания» ионосферы по углу между направлением магнитного поля и волновым вектором. На высоты выше максимума слоя ионосферы могут проникать волны с линейной поляризацией вектора электрического поля и необыкновенная волна. Поглощение радиоволн в значительной степени определяется величиной угла между вектором геомагнитного поля и направлением распространения радиоволны. При распространении радиоволны строго вдоль силовой линии геомагнитного поля необыкновенная волна не поглощается, что объясняет одинаковые по амплитуде максимумы энергетического спектра радиоволн, зарегистрированные космическим аппаратом DEMETER, в районе расположения передатчика и в районе магнитно-сопряженной точки.

**Ключевые слова:** радиоволны ОНЧ диапазона, ионосфера, радиационные пояса Земли, диэлектрическая проницаемость, проводимость.

**Автор для переписки:** Краснов Валерий Михайлович, [vmkrasnov@yandex.ru](mailto:vmkrasnov@yandex.ru)

## Введение

Эксперименты [1] с помощью аппаратуры, установленной на космическом аппарате (КА) DEMETER, показали, что увеличение потока высыпающихся электронов из L-оболочек радиационных поясов в конус потерь связано с работой наземного ОНЧ передатчика NWC ( $21,82^\circ$  ЮШ,  $114,17^\circ$  ВД; 1000 кВт) на частоте 19.8 кГц и зависит также от поглощения радиоволн в ионосфере. В частности, 01.10.2005 г. в 22:30 LT при работе передатчика и пересечении КА дрейфующего облака электронов, количество электронов с энергией 200 кэВ увеличилось в 300 раз, по сравнению с периодами, когда передатчик был выключен.

Проведены измерения энергетического спектра радиоволн передатчика на высоте полета КА – 710км. Измерения позволили выделить два примерно одинаковых по амплитуде максимума энергетического спектра: в районе расположения передатчика и севернее магнитно-сопряженной точки на широте  $40^\circ$  СШ.

Известны два механизма распространения ОНЧ излучения в атмосфере, например, [2]:

- 1) волноводный, со стенками Земля – ионосфера, рис. 1;
- 2) вдоль силовых линий магнитного поля Земли.

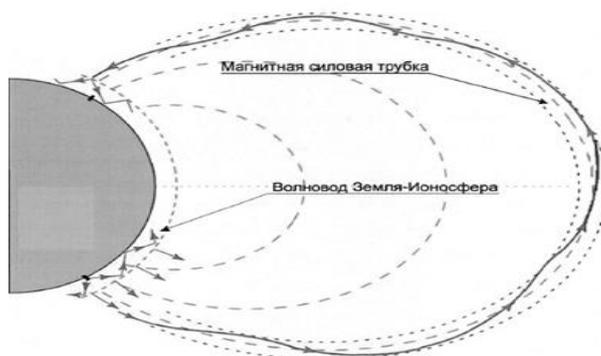


Рис. 1. Схема распространения ОНЧ излучения в волноводе Земля – ионосфера и вдоль силовых линий магнитного поля Земли [2].

Развитию теории волноводного распространения радиоволн вдоль земной поверхности посвящено много работ, в частности, один из последних обзоров представлен в [3]. Волны, распространяются в волноводе Земля-ионосфера,

и отражение от стенок волновода позволяет им распространяться на большие расстояния от передатчика. Основное влияние на амплитудно-частотные характеристики ОНЧ сигналов оказывают стенки волновода, главным образом, D-слой ионосферы. Диэлектрическая проницаемость верхней стенки волновода равна или близка к нулю, в результате только весьма малая часть энергии волны может просочиться через верхнюю стенку в вышележащие слои и достичь магнитосферы. Учитывая это, представляется маловероятным, что энергии этих волн будет достаточно, чтобы повлиять на высыпание частиц радиационных поясов Земли. Более эффективным [4] считается механизм распространения ОНЧ радиоволн вдоль силовых линий магнитного поля Земли. В этом случае коэффициент преломления ионизированного газа для необыкновенной радиоволны описывается формулой [5,6]:

$$n^2 = \varepsilon = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega(\omega - \Omega \cos \alpha)}, \quad (1)$$

где  $\omega_0$  – плазменная частота,  $\omega$  – циклическая частота радиоволны,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость,  $\Omega = eB_0 / m$  – гирочастота электрона,  $\vec{B}_0$  – индукция магнитного поля Земли,  $e$  – заряд электрона,  $m$  – масса электрона,  $\alpha$  – угол между вектором  $\vec{B}_0$  и направлением распространения радиоволны.

Выражение (1) получено из более общего в приближении при  $\alpha \rightarrow 0$  для случая распространения радиоволн в однородном слое и в присутствии геомагнитного поля [5,6]

$$n^2 = 1 - \frac{2w(1-w)}{2(1-w) - u \sin^2 \alpha \pm \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4u(1-w)^2 \cos^2 \alpha}}, \quad (2)$$

где  $u = \Omega^2 / \omega^2$  и  $w = \frac{4\pi N e^2}{m \omega^2} = \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$  – безразмерные параметры;  $N$  – концентрация электронов; нижний знак соответствует случаю распространения необыкновенной волны, когда влияние магнитного поля на показатель преломления максимален; верхний знак соответствует случаю распространения обыкновенной волны.

В свою очередь выражение (2) определено, в том числе, в приближении: частота радиоволны значительно больше гирочастоты ионов, и на этом основании, при решении уравнения движения не учитываются движения ионов, а только движение электронов (например, [5-7]).

Целью настоящей работы является рассмотрение взаимодействия ОНЧ-радиоволн и ионосферной плазмы в присутствии геомагнитного поля с учетом движения, как электронов, так и ионов.

## 1. Вывод выражений

Прежде всего, отметим, что необыкновенная волна имеет круговую или эллиптическую поляризацию вектора электрического поля  $\vec{E}$ , при этом конструкция передающих антенн ОНЧ диапазона в большинстве случаев выполняется в виде вертикального несимметричного электрического вибратора, излучающего вертикально поляризованную волну. Вместе с тем, поле на высотах ионосферы определяется как волной, распространяющейся от антенны, так и волной, отраженной от земной поверхности: при отражении волны от земной поверхности происходит изменение ее поляризации. В результате, в дальней зоне присутствуют одновременно, как горизонтальная, так и вертикальная составляющие монохроматического поля, сдвинутые по фазе, что приводит к возникновению эллиптически поляризованной волны.

Положение фронта радиоволны при его распространении и его геометрия в пространстве в значительной степени определяются фазовой скоростью, которая в однородном слое (от земной поверхности до границы ионосферы) одинакова во всех направлениях. Очевидно, что в дальней зоне можно выделить участки фронта, близкие к плоской волне. Для плоского фронта и свободного пространства из уравнений Максвелла следует (например, [7]), что вектор электрического поля  $\vec{E}$  всегда перпендикулярен волновому вектору  $\vec{k}$ . В результате для различных участков плоского фронта волны, соответствующих различным зенитным углам  $\theta$  выхода лучей от антенны, вектор  $\vec{E}$  на входе волны в ионосферу будет иметь разную ориентацию.

Для изучения процесса взаимодействия ОНЧ-радиоволн и ионосферной плазмы в присутствии геомагнитного поля будем исходить из уравнения движения для частиц с зарядом  $q$ , учитывающего действие электрического поля монохроматической радиоволны  $\vec{E}$  и магнитного поля Земли  $\vec{B}_0$ :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q \left[ \vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B}_0) \right], \quad (3)$$

где  $\vec{v}$  – скорость движения заряженных частиц, заряд  $q$  может быть как положительным (для ионов), так и отрицательным (для электронов).

Важно отметить, что учет в (3) движения заряженных частиц в присутствии геомагнитного поля позволяет ввести в решение задачи осциллирующий поляризационный ток  $\vec{J}_{os}$ . В частности, для этого случая F. Chen показал [10] (по крайней мере, в 1984г.), что из-за различия массы частиц переменное электрическое поле действует по-разному на электроны и ионы. В результате происходит изменение расстояния между ними от нуля до максимума, а затем обратно до нуля. Величина скорости изменения расстояния между зарядами также меняется от нуля до максимума, а направление скорости меняется на противоположное на каждом полупериоде волны. Очевидно, что изменение величины и направления скорости свидетельствует об ускоренном относительном движении зарядов, а, следовательно, и о присутствии силы, которая выполняет работу по их перемещению, что приводит к поглощению средней энергии электрического поля волны, то есть к возникновению в плазме осциллирующего поляризационного тока  $\vec{J}_{os}$ .

Математически строгое решение уравнения (3) для случая однородного плоского слоя и разных типов поляризации, вертикально распространяющихся радиоволн найдено в [8]. В работе [9] было получено решение уравнения (3) для обыкновенной и необыкновенной радиоволн КВ диапазона для вывода выражения для  $\vec{J}_{os}$ , и оценки его влияния на поглощение радиоволн при работе радионагревного стенда. Далее рассмотрим влияние  $\vec{J}_{os}$  на распространение ОНЧ-радиоволн.

Определим решение уравнения (3) при распространении радиоволн с волновым вектором  $\vec{k}$  в плоскости геомагнитного меридиана (плоскость  $yz$  на рис. 2) для произвольного угла наклона  $\vec{k}$  к оси  $z$ . Для упрощения решений введем на рис. 2 дополнительную систему координат с осями  $x', y', z'$ , при этом ось  $z'$  направим вдоль  $\vec{k}$ . Рассмотрим вначале случай распространения двух радиоволн вдоль оси  $z'$  с электрическими векторами  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$ , вращающимися в противоположных направлениях в плоскости  $x'y'$  (обыкновенная и необыкновенная волна), и имеющими следующие составляющие

$$E_{x'} = E_1 \sin(\omega t - k_1 z') - E_2 \sin(\omega t - k_2 z') = E_{x'1} - E_{x'2}, \quad (4)$$

$$E_{y'} = E_1 \cos(\omega t - k_1 z') + E_2 \cos(\omega t - k_2 z') = E_{y'1} + E_{y'2}, \quad (5)$$

где  $E_1, E_2$  – амплитуды волн,  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_2$  – волновые векторы, направленные вдоль оси  $z'$ .

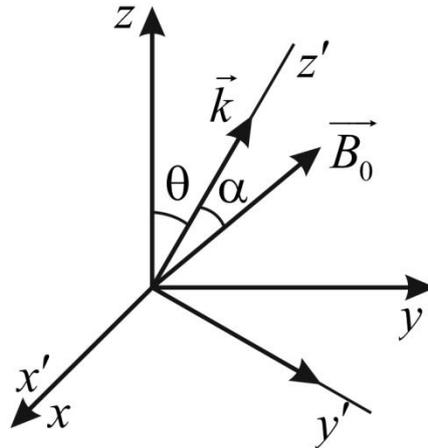


Рис. 2. Геометрия задачи. Плоскость  $xy$  – параллельна поверхности Земли, ось  $z$  – направлена вверх.

Уравнение (3) с учетом (4) и (5) в декартовой системе координат с осями  $x', y', z'$  преобразуется к следующему виду

$$\frac{dv_{x'}}{dt} = \frac{q}{m} [E_1 \sin(\omega t - k_1 z') - E_2 \sin(\omega t - k_2 z') + v_{y'} B_{z'} - v_{z'} B_{y'}], \quad (6)$$

$$\frac{dv_{y'}}{dt} = \frac{q}{m} [E_1 \cos(\omega t - k_1 z') + E_2 \cos(\omega t - k_2 z') - v_{x'} B_{z'}], \quad (7)$$

$$\frac{dv_{z'}}{dt} = \frac{q}{m} v_{x'} B_{y'} \quad (8)$$

Выражения (6)-(8) полностью совпадают по своему виду с выражениями, рассмотренными в [8,9], учитывающими вертикальное распространение радиоволны в системе координат с осями  $x, y, z$ . Исходя из этого по аналогии с решениями в [8,9] можно сразу записать решение для уравнений (6)-(8) в системе координат  $x', y', z'$ :

$$v_{x'} = -\frac{\Omega\omega}{B_0(\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 + \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha\right) E_1 \cos(\omega t - k_1 z') + \frac{\Omega\omega}{B_0(\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha\right) E_2 \cos(\omega t - k_2 z'), \quad (9)$$

$$v_{y'} = \frac{\Omega\omega}{B_0(\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 + \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha - \frac{\Omega^2}{\omega^2} \sin^2\alpha\right) E_1 \sin(\omega t - k_1 z') + \frac{\Omega\omega}{B_0(\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha - \frac{\Omega^2}{\omega^2} \sin^2\alpha\right) E_2 \sin(\omega t - k_2 z'), \quad (10)$$

$$v_{z'} = -\frac{\Omega^2 \sin\alpha}{B_0(\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 + \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha\right) E_1 \sin(\omega t - k_1 z') + \frac{\Omega^2 \sin\alpha}{B_0(\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha\right) E_2 \sin(\omega t - k_2 z'), \quad (11)$$

где  $\Omega = 2\pi f_H = qB_0 / m$  – гирочастота электрона или иона (положительная для иона и отрицательная для электрона),  $m$  – масса электрона или иона,  $\alpha$  – угол между вектором  $\vec{k}_1$  или  $\vec{k}_2$  и вектором  $\vec{B}_0$ .

Интегрируя выражения (9)-(11) по времени (в приближении, что длина пути частиц намного меньше длины радиоволны) определим проекции  $X, Y$  и  $Z$  траектории движения положительно заряженных ионов и электронов на оси  $x, y, z$  соответственно, а также рассмотрим их движение относительно друг друга

$$X = -\frac{\Omega}{B_0(\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 + \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha\right) E_1 \sin(\omega t - k_1 z') +$$

$$\frac{\Omega}{B_0(\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha\right) E_2 \sin(\omega t - k_2 z'), \quad (12)$$

$$Y = -\frac{\Omega}{B_0(\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 + \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha - \frac{\Omega^2}{\omega^2} \sin^2\alpha\right) E_1 \cos(\omega t - k_1 z') -$$

$$\frac{\Omega}{B_0(\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha - \frac{\Omega^2}{\omega^2} \sin^2\alpha\right) E_2 \cos(\omega t - k_2 z'), \quad (13)$$

$$Z = \frac{\Omega^2 \sin\alpha}{B_0 \omega (\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 + \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha\right) E_1 \cos(\omega t - k_1 z') -$$

$$\frac{\Omega^2 \sin\alpha}{B_0 \omega (\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha\right) E_2 \cos(\omega t - k_2 z'), \quad (14)$$

Из (12)-(14) следует, что траектории движения ионов и электронов существенно отличаются для случая  $\omega > \Omega$  и  $\omega < \Omega$ . Рассмотрим каждый из этих случаев отдельно.

### 1.1. Распространение двух плоских радиоволн вдоль оси $z'$ с электрическими векторами, вращающимися в противоположных направлениях в плоскости $x'y'$ при $\omega > \Omega$

Прежде всего, можно показать, что если в (12)-(14) пренебречь членами второго порядка малости:  $\frac{\Omega^2}{\omega^2} \ll 1$ , то качественно меняется характер влияния электрического поля на движение зарядов: их движение происходит без ускорения. Действительно, пренебрегая в (12)-(14) членами с  $\frac{\Omega^2}{\omega^2}$  получим

$$X = -\frac{\Omega}{B_0(\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 + \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha\right) E_1 \sin(\omega t - k_1 z') +$$

$$\frac{\Omega}{B_0(\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha\right) E_2 \sin(\omega t - k_2 z'), \quad (15)$$

$$Y \approx -\frac{\Omega}{B_0(\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 + \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha\right) E_1 \cos(\omega t - k_1 z') - \frac{\Omega}{B_0(\omega^2 - \Omega^2)} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega} \cos\alpha\right) E_2 \cos(\omega t - k_2 z'), \quad (16)$$

$$Z \approx 0. \quad (17)$$

Откуда видно, что заряженные частицы движутся по круговым орбитам в плоскости  $x'y'$  (перпендикулярной направлению движения радиоволн), при этом как электроны, так и ионы вращаются по орбитам с одинаковой по величине угловой скоростью  $\omega$ , а волны  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  вращают заряженные частицы в противоположные стороны. В частности, согласно (4)-(5) вектор  $\vec{E}_1$  при  $\varphi_1 = \omega t - k_1 z' = 0$  направлен вдоль оси  $y'$ , и при фиксированном значении  $z'$  с течением времени будет вращаться по часовой стрелке. Согласно (15)-(16) при  $\varphi_1 = 0$  положительный ион находится в точке

$$X_{oi} = 0, Y_{oi} = -\frac{\Omega_i}{B_0(\omega^2 - \Omega_i^2)} \left(1 + \frac{\Omega_i}{\omega} \cos\alpha\right) E_1,$$

т.е. сдвинут по углу вращения относительно вектора  $\vec{E}_1$  на  $0^\circ$ , и его вращение с течением времени также происходит по часовой стрелке. В результате пара зарядов: ион-электрон – образуют диполь с электрическим моментом диполя противоположным по направлению вектору  $\vec{E}_1$ . Аналогичная ситуация возникает и при рассмотрении влияния вектора  $\vec{E}_2$  на плазму, с той лишь разницей, что вращение зарядов и вектора  $\vec{E}_2$  происходит против часовой стрелки. Важно отметить, что при движении зарядов по круговым орбитам расстояние между ионом и электроном не меняется, то есть заряды движутся в диполе без ускорения, следовательно, не возникает сила, приводящая к поглощению энергии электрического поля волны.

При равных  $E_1$  и  $E_2$  расстояние между электроном и ионом в диполе под действием вектора  $\vec{E}_1$  на плазму оказывается меньшим, чем под действием

вектора  $\vec{E}_2$ . То есть, в первом случае под действием  $\vec{E}_1$  внутри диполя возникнет большее электрическое поле и, следовательно, возникает большее противодействие плазмы «проникновению» в нее внешнего электрического поля.

Если в (12)-(14) не пренебрегать членами второго порядка малости по  $\frac{\Omega^2}{\omega^2}$ , то в плоскости  $x'y'$  вращение зарядов будет происходить по эллиптическим орбитам. При этом размер полуоси эллипса вдоль  $x'$  останется равным радиусу круговой орбиты, а по оси  $y'$  полуось эллипса сожмется на величину члена с множителем  $\frac{\Omega^2}{\omega^2} \sin^2 \alpha$  в выражении (13). Поскольку гирочастота электронов значительно больше гирочастоты протонов, «сжатие эллипса» будет значительно большим для электронов. Следствием этого будет изменение во времени дипольного расстояния между электроном и ионом.

Учет члена с  $\frac{\Omega^2}{\omega^2}$  также приведет к движению зарядов вдоль оси  $z'$ . Из (12)-(14) видно, что отклонение заряда от оси  $z'$  будет равно нулю ( $Z = 0$ ) при  $\cos(\omega t - k_1 z') = 0$ , и оно одновременно будет происходить с  $Y = 0$ , когда заряд будет находиться на конце полуоси эллипса вдоль оси  $x'$ . В результате, это означает, что происходит поворот плоскости эллипса вращения зарядов относительно оси  $x'$ . При этом различие гирочастоты электрона и иона приведет к различному углу поворота плоскости эллипсов вращения зарядов, и в результате будет происходить дополнительное изменение во времени дипольного расстояния между электроном и ионом. Максимум расстояния между электроном и ионом будет наблюдаться каждый полупериод волны, когда  $\cos(\omega t - k_1 z') = 1$ . Изменение расстояния от нуля до максимума, а затем обратно до нуля означает, что величина скорости изменения расстояния между зарядами также меняется от нуля до максимума, и на каждом полупериоде волны направление скорости меняется на противоположное. Изменение величины и направления скорости свидетельствует об ускоренном относительном движении

зарядов, а, следовательно, и о присутствии силы, которая выполняет работу по их перемещению. Таким образом, представленный анализ решений уравнения движения (3) с учетом членов второго порядка малости показал, что при взаимодействии радиоволны и плазмы энергия электрического поля волны поглощается средой, то есть в ней возникает осциллирующий поляризационный ток [10].

Для учета влияния осциллирующего поляризационного тока на распространение ОНЧ-волн рассмотрим уравнения Максвелла, адекватно описывающие любые электромагнитные явления, наблюдаемые в природе. Очевидно, что эти уравнения должны также описывать все явления, связанные с осциллирующим поляризационным током. В уравнениях Максвелла потери энергии электрического поля описываются только членом с током  $J$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \frac{1}{c_0} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c_0} \vec{J}, \quad (18)$$

где  $c_0$  – скорость распространения волны в вакууме,  $\vec{D}$  – вектор электрической индукции, а  $\vec{B}$  – вектор магнитной индукции.

В рассматриваемой задаче потери энергии поля обусловлены только током  $\vec{J}_{os}$ , поэтому примем в (18)  $\vec{J} = \vec{J}_{os}$ , и далее определим выражение для тока  $\vec{J}_{os}$ , исходя из уравнений Максвелла и решений уравнения движения (3).

Прежде всего, в результате анализа (12)-(14) было показано, что если пренебречь членами второго порядка малости по  $\frac{\Omega^2}{\omega^2}$  то не происходит изменения расстояния между электроном и ионом со временем при движении зарядов по орбитами, соответственно, энергия электрического поля волны не поглощается, то есть, имеем:  $J_{osx'} = 0$ ,  $J_{osy'} = 0$ ,  $J_{osz'} = 0$ .

Если же учитывать эти члены, то проекции  $X$  траекторий движений по орбитам ионов и электронов на ось  $x$  останутся такими же, как и в первом случае, а все изменения траектории движения зарядов со временем, обуславливающих поглощение энергии электрического поля волны, будут проявляться только в проекциях  $Y$  и  $Z$  на оси  $y, z$ . Учитывая это, примем:

$$J_{osx'} = 0, J_{osy'} \neq 0, J_{osz'} \neq 0.$$

В уравнении (18), по определению, вектор индукции  $\vec{D}$  равен:  $\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}$ , где  $\vec{P}$  – вектор поляризации. Для рассматриваемого случая распространения плоской волны, поле которой меняется только вдоль оси  $z'$ , имеем

$$D_{x'} = E_{x'} + 4\pi P_{x'}, D_{y'} = E_{y'} + 4\pi P_{y'}, D_{z'} = 0 + 4\pi P_{z'}.$$

Вектор поляризации  $\vec{P}$  определяется дипольным моментом единичного объема плазмы [5,6]  $\vec{P} = \sum_N e\vec{R}$ , где  $N$  – концентрация электронов в единичном объеме,  $\vec{R}$  – расстояние между электроном и положительным ионом. Поскольку радиус вращения электрона гораздо больше радиуса вращения иона, то будем учитывать только радиус движения электрона. В результате, с учетом (12)-(14) для составляющих вектора  $\vec{P}$  имеем [8,9]:

$$P_{x'} = -\frac{A_1}{4\pi} E_1 \sin(\omega t - k_1 z') + \frac{A_2}{4\pi} E_2 \sin(\omega t - k_2 z'), \quad (19)$$

$$P_{y'} = -\frac{A_3}{4\pi} E_1 \cos(\omega t - k_1 z') - \frac{A_4}{4\pi} E_2 \cos(\omega t - k_2 z'), \quad (20)$$

$$P_{z'} = \frac{A_5}{4\pi} E_1 \cos(\omega t - k_1 z') - \frac{A_6}{4\pi} E_2 \cos(\omega t - k_2 z'), \quad (21)$$

где

$$A_1 = \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left( 1 + \frac{\Omega_e}{\omega} \cos\alpha \right), \quad A_2 = \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left( 1 - \frac{\Omega_e}{\omega} \cos\alpha \right),$$

$$A_3 = \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left( 1 + \frac{\Omega_e}{\omega} \cos\alpha - \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} \sin^2\alpha \right), \quad A_4 = \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left( 1 - \frac{\Omega_e}{\omega} \cos\alpha - \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} \sin^2\alpha \right),$$

$$A_5 = \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 - \Omega_e^2)} \frac{\Omega_e}{\omega} \left( 1 + \frac{\Omega_e}{\omega} \cos\alpha \right) \sin\alpha, \quad A_6 = \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 - \Omega_e^2)} \frac{\Omega_e}{\omega} \left( 1 - \frac{\Omega_e}{\omega} \cos\alpha \right) \sin\alpha, \quad \omega_0^2 = \frac{4\pi e^2 N}{m}.$$

Подставляя составляющие векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{P}$  в выражения для  $\vec{D}$ , получим

$$D_{x'} = (1 - A_1) E_1 \sin(\omega t - k_1 z') - (1 - A_2) E_2 \sin(\omega t - k_2 z'), \quad (22)$$

$$D_{y'} = (1 - A_3) E_1 \cos(\omega t - k_1 z') + (1 - A_4) E_2 \cos(\omega t - k_2 z'), \quad (23)$$

$$D_{z'} = A_5 E_1 \cos(\omega t - k_1 z') - A_6 E_2 \cos(\omega t - k_2 z'). \quad (24)$$

В результате проекции на оси координат уравнения (18) и уравнения Максвелла

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c_0} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \text{ имеют вид}$$

$$-\frac{\partial B_{y'}}{\partial z'} = \frac{1}{c_0} \frac{\partial D_{x'}}{\partial t}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial B_{x'}}{\partial z'} = \frac{1}{c_0} \frac{\partial D_{y'}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c_0} J_{osy'}, \quad (26)$$

$$\frac{\partial P_{z'}}{\partial t} = -J_{osz'}, \quad (27)$$

$$\frac{\partial E_{y'}}{\partial z'} = \frac{1}{c_0} \frac{\partial B_{x'}}{\partial t}, \quad (28)$$

$$\frac{\partial E_{x'}}{\partial z'} = \frac{1}{c_0} \frac{\partial B_{y'}}{\partial t}. \quad (29)$$

Подставляя в эти уравнения выражения (19)-(24) и (4)-(5) нетрудно получить:  $J_{osy'} = \sigma_{y'} (E_{1x'} + E_{2x'})$  и  $J_{osz'} = \sigma_{z'1} E_{1x'} - \sigma_{z'2} E_{2x'}$ , где проводимость должна определяться по модулю, так как потери энергии поля радиоволны происходят только в одном направлении. Тогда имеем

$$\frac{4\pi\sigma_{y'}}{\omega} = \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 - \Omega_e^2)} \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} \sin^2 \alpha, \quad (30)$$

$$\frac{4\pi\sigma_{z'1}}{\omega} = \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left( \frac{|\Omega_e|}{\omega} + \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} \cos \alpha \right) \sin \alpha, \quad (31)$$

$$\frac{4\pi\sigma_{z'2}}{\omega} = \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left( \frac{|\Omega_e|}{\omega} - \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} \cos \alpha \right) \sin \alpha, \quad (32)$$

где  $\sigma_{y'}$  – проводимость плазмы вдоль оси  $y'$ ;  $\sigma_{z'1}$  и  $\sigma_{z'2}$  – вдоль оси  $z'$ , соответственно, при распространении волн  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$ .

Комбинируя (29) и (25) можно получить  $k_1^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} (1 - A_1)$  и  $k_2^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} (1 - A_2)$ ,

откуда диэлектрическая проницаемость плазмы равна

$$\varepsilon_1 = (1 - A_1) = 1 - \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left( 1 + \frac{\Omega_e}{\omega} \cos \alpha \right), \quad (33)$$

$$\varepsilon_2 = (1 - A_2) = 1 - \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left( 1 - \frac{\Omega_e}{\omega} \cos \alpha \right). \quad (34)$$

## 1.2. Распространение двух плоских радиоволн вдоль оси $z'$ с электрическими векторами, вращающимися в противоположных направлениях в плоскости $x'y'$ при $\omega < |\Omega_e|$

Условие  $\omega < |\Omega_e|$  может выполняться, как при  $\omega < \Omega_i$ , так и при  $\omega > \Omega_i$ .

Определим значения гирочастот и проведем вывод выражений для условий распространения радиоволн от передатчика NWC на частоте 19.8 кГц 01.10.2005 г. в 22:30 LT, когда аппаратура спутника DEMETER зарегистрировала увеличение потока высыпавшихся электронов из радиационных поясов Земли [1]. Траектория линии и величины геомагнитного поля от передатчика до точки ее входа в ионосферу были определены на основе расчетов по модели IGRF13, а профиль ионосферы – на основе модели IRI2016. На рис. 3 представлены зависимости склонения, наклонения и величины магнитного поля Земли от высоты для координат передатчика, а на рис. 4 – профиль концентрации электронов.

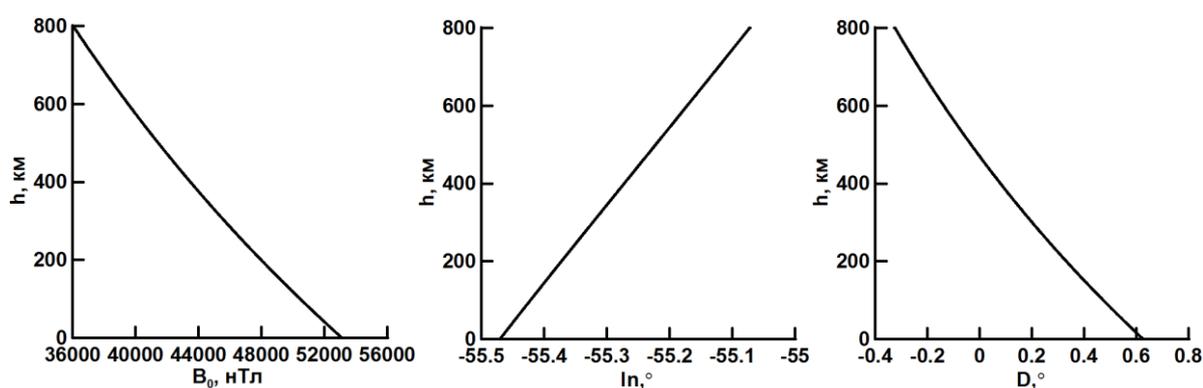


Рис. 3. Профили магнитной индукции ( $B_0$ ), наклонения ( $In$ ) и склонения ( $D$ ) магнитного поля Земли 01.10.2005 г.

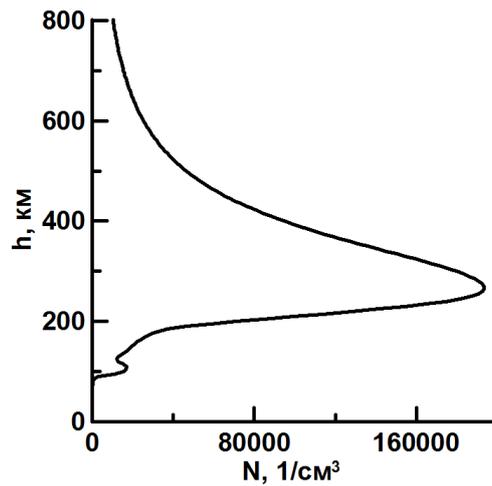


Рис. 4. Профиль концентрации электронов 01.10.2005 г., 22:30 LT.

Из рис. 4 видно, что профиль концентрации электронов начинается с высоты  $\sim 70$  км; слой D – отсутствует, слой E имеет максимум на высоте 110 км и слой F – на высоте 265 км. Критическая частота слоя E равняется  $f_0E = 1.16$  МГц, а F –  $f_0F = 3.95$  МГц. Для высоты 70 км величины параметров геомагнитного поля составляют:  $D = 0.518^\circ$ ,  $In = -55.44^\circ$ ,  $B_0 = 51242$  нТл. Величина гирочастоты электрона  $\Omega_e = -1.434$  МГц, а положительного иона  $\Omega_i = 781$  Гц. Частота радиопередатчика равнялась 19.8 кГц; таким образом,  $\frac{|\Omega_e|}{\omega} > 1$ , а  $\frac{\Omega_i}{\omega} < 1$ .

Ранее было получено решение уравнения движения заряженных частиц (3) в виде (12)-(14) для произвольного угла между направлением распространения волны и линией магнитного поля  $\alpha$ .

Далее рассмотрим случай, когда волна распространяется под малым углом  $\alpha$  к линии магнитного поля. Малость угла  $\alpha$  дополнительно обеспечивает справедливость перехода от уравнений (12)-(14) к уравнениям (15)-(17), описывающим вращение ионов по круговым орбитам. Движение иона для случая  $\frac{\Omega_i}{\omega} < 1$  рассмотрено ранее.

Для электронов, когда  $\frac{|\Omega_e|}{\omega} > 1$  и достаточно малом угле  $\alpha$  уравнения (12)-(14) приводятся к виду

$$X \approx -\frac{\Omega_e}{B_0(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left(1 + \frac{\Omega_e}{\omega}\right) E_1 \sin(\omega t - k_1 z') + \frac{\Omega_e}{B_0(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left(1 - \frac{\Omega_e}{\omega}\right) E_2 \sin(\omega t - k_2 z'), \quad (35)$$

$$Y \approx -\frac{\Omega_e}{B_0(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left(1 + \frac{\Omega_e}{\omega}\right) E_1 \cos(\omega t - k_1 z') - \frac{\Omega_e}{B_0(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left(1 - \frac{\Omega_e}{\omega}\right) E_2 \cos(\omega t - k_2 z'), \quad (36)$$

$$Z \approx 0. \quad (37)$$

Откуда видно, что электроны вращаются по круговым орбитам в плоскости  $x'y'$  (перпендикулярной направлению движения радиоволн) с угловой скоростью  $\omega$ . Согласно (4)-(5) вектор  $\vec{E}_1$  при  $\varphi_1 = \omega t - k_1 z' = 0$  направлен вдоль оси  $y'$ , и с течением времени вращается по часовой стрелке. Согласно (15)-(17) при  $\varphi_1 = \omega t - k_1 z' = 0$  и  $\cos\alpha \approx 1$  положительный ион находится в точке

$$X_{oi} = 0, Y_{oi} = -\frac{\Omega_i}{B_0(\omega^2 - \Omega_i^2)} \left(1 + \frac{\Omega_i}{\omega}\right) E_1,$$

т.е. сдвинут по углу вращения относительно вектора  $\vec{E}_1$  на  $180^\circ$  и его вращение происходит по часовой стрелке. В тоже время электрон (согласно (35)-(36))

находится в точке  $X_{oe} = 0, Y_{oe} = -\frac{\Omega_e}{B_0(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left(1 + \frac{\Omega_e}{\omega}\right) E_1$ . Учитывая, что  $\Omega_e < 0$ ,

$\left(1 + \frac{\Omega_e}{\omega}\right) < 0$  и  $(\omega^2 - \Omega_e^2) < 0$  электрон окажется сдвинутым относительно вектора

$\vec{E}_1$  по углу вращения на  $0^\circ$  и его вращение происходит по часовой стрелке. В результате пара зарядов: ион-электрон – образуют диполь с электрическим моментом диполя противоположным по направлению вектору  $\vec{E}_1$ . Другая ситуация возникает при рассмотрении влияния вектора  $\vec{E}_2$  на плазму: электрон оказывается сдвинутым относительно вектора  $\vec{E}_2$  по углу вращения, как и ион, на  $180^\circ$ , а его вращение также происходит против часовой стрелки. При этом

образуется диполь с электрическим моментом, совпадающим по направлению с вектором  $\vec{E}_2$ . Следовательно, в первом случае под действием  $\vec{E}_1$  внутри диполя возникает поле, противодействующее «проникновению» в плазму внешнего электрического поля, а во втором случае: под действием  $\vec{E}_2$  такого противодействия плазмы проникновению внешнего поля не возникает. При этом также важно отметить, что при движении зарядов по круговым орбитам расстояние между ионом и электроном не меняется; т.е. нет ускоренного движения зарядов в диполе, и, следовательно, не возникает сила, действующая на диполь и приводящая к поглощению энергии электрического поля волны.

Вместе с тем, в общем случае, как уже показывалось на основе анализа выражений (12)-(14), синхронное вращение ионов и электронов будет происходить по эллиптическим орбитам в плоскости  $x'y'$ . При этом размер полуоси эллипса вдоль  $x'$  останется равным радиусу круговой орбиты, а по оси  $y'$  полуось эллипса сожмется на величину члена с множителем  $\frac{\Omega^2}{\omega^2} \sin^2 \alpha$ . Кроме того, произойдет поворот на разный угол плоскости эллипса вращения электронов и ионов относительно оси  $x'$ . В результате будет происходить ускоренное относительное движение электронов и ионов в диполе, а, следовательно, возникнет осциллирующий поляризационный ток  $\vec{J}_{os}$  с составляющими  $J_{osx'} = 0, J_{osy'} \neq 0, J_{osz'} \neq 0$ .

Поскольку для рассмотренных случаев:  $\omega > \Omega$  и  $\omega < \Omega$  – используются одни те же решения уравнения движения (12)-(14), то выражения для расчета:  $\vec{P}$  – (19)-(21),  $\vec{D}$  – (22)-(24) и система уравнений Максвелла (25)-(29) имеют один и тот же вид. При этом учет соотношения  $\omega < |\Omega_e|$  приводит к следующим выражениям для проводимости плазмы

$$\frac{4\pi\sigma_{y'}}{\omega} = \frac{\omega_0^2}{|\omega^2 - \Omega_e^2|} \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} \sin^2 \alpha, \quad (38)$$

$$\frac{4\pi\sigma_{z'1}}{\omega} = \frac{\omega_0^2}{|\omega^2 - \Omega_e^2|} \left( \frac{\Omega_e}{\omega} + \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} \cos \alpha \right) \sin \alpha, \quad (39)$$

$$\frac{4\pi\sigma_{z'2}}{\omega} = \frac{\omega_0^2}{|\omega^2 - \Omega_e^2|} \left| \frac{\Omega_e}{\omega} - \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} \cos\alpha \right| \sin\alpha, \quad (40)$$

где  $\sigma_{y'}$  – проводимость плазмы вдоль оси  $y'$ ;  $\sigma_{z'1}$  и  $\sigma_{z'2}$  – вдоль оси  $z'$ , соответственно, для волн  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$ .

Из выражений видно, что при распространении ОНЧ-волн вдоль магнитно-силовой линии ( $\alpha = 0$ ) проводимости плазмы стремятся к нулю; т.е. радиоволна будет распространяться с малым затуханием, что объясняет экспериментальный факт: примерно одинаковые по амплитуде максимумы энергетического спектра радиоволн, зарегистрированных спутником DEMETER, в районе расположения передатчика и в районе магнитно-сопряженной точки. Формулы (38)-(40) также показывают, что проводимость плазмы резко возрастает для радиоволн, распространяющихся под углом к магнитному полю: с ростом  $\alpha$  растет их поглощение (рис. 5). В начале слоя, на высоте 70 км, радиоволны с векторами электрического поля, вращающимися в противоположных направлениях, поглощаются примерно одинаково. Поглощение резко возрастает с увеличением величины отклонения  $\alpha$  от нуля. Радиоволна 1 отражается от E-слоя ионосферы и не проникает на высоты выше 75 км. Для радиоволны 2, как на высоте максимума слоя, так и на высоте полета КА поглощение резко возрастает с увеличением величины отклонения  $\alpha$  от нуля.

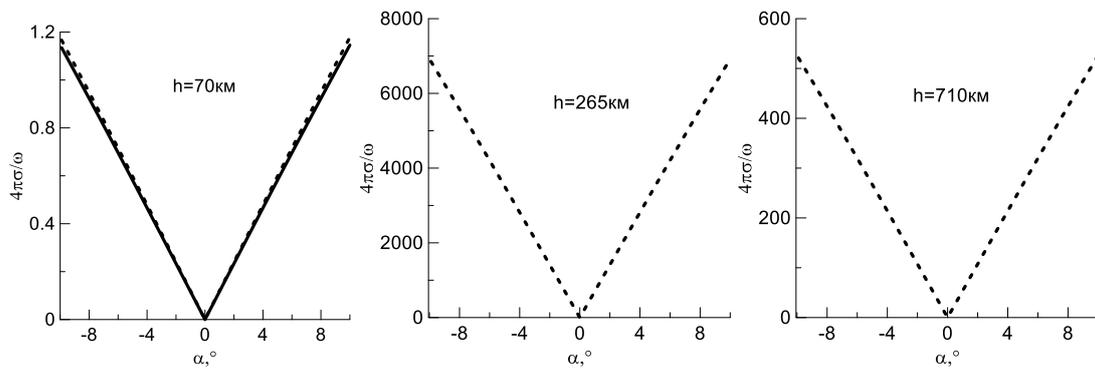


Рис. 5. Зависимость проводимости ионосферы для радиоволны 1 (сплошная линия) и радиоволны 2 (штриховая линия) от угла между вектором магнитного поля и направлением распространения плоской волны при ее входе в ионосферу ( $h = 70$  км), на высоте максимума слоя F ( $h = 265$  км) и на высоте полета КА ( $h = 710$  км).

Диэлектрическая проницаемость плазмы равна

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left( 1 + \frac{\Omega_e}{\omega} \cos \alpha \right), \quad (41)$$

$$\varepsilon_2 = 1 - \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left( 1 - \frac{\Omega_e}{\omega} \cos \alpha \right). \quad (42)$$

При  $|\Omega_e|/\omega \gg 1$  и  $\alpha \rightarrow 0$  имеем  $\varepsilon_1 \approx 1 + \frac{\omega_0^2}{\omega \Omega_e}$ ,  $\varepsilon_2 \approx 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega \Omega_e}$ , а из (1) получим  $\varepsilon \approx 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega \Omega_e}$ . Таким образом, в предельном случае при  $\alpha \rightarrow 0$  формула для  $\varepsilon_2$  и формула для  $\varepsilon$  совпадают.

На рис. 6 представлены результаты расчета диэлектрической проницаемости по формулам (41)-(42) и (1) для разных высот для условий распространения радиоволн от передатчика NWC 01.10.2005 г в 22:30 на частоте 19.8 кГц, когда аппаратура спутника DEMETER зарегистрировала увеличение потока высыпавшихся электронов из радиационных поясов Земли. На высоте 70 км диэлектрическая проницаемость для радиоволны 1 меньше единицы и с высотой, в пределах 5 км, становится равной нулю. На высоте 70 км значения диэлектрической проницаемости для радиоволны 2, рассчитанные по формуле (42) и рассчитанные по формуле (1), из-за малой величины  $\omega_0^2$  становятся близкими к единице. В результате, для масштаба, использованного по оси

ординат на рис. 2, отличие значений диэлектрической проницаемости, а также их зависимость от  $\alpha$  не просматриваются. На высоте 265 км и 710 км результаты расчета по обеим формулам совпадают только при  $\alpha = 0$ . Для других  $\alpha$  результаты расчетов существенно различаются.

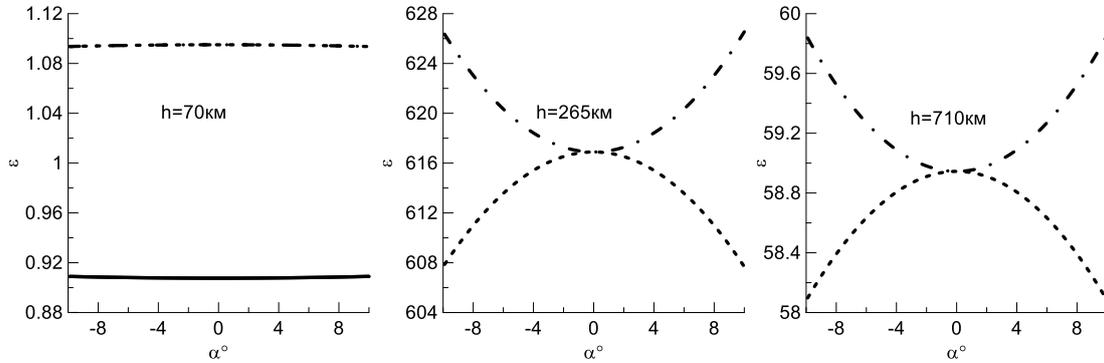


Рис. 6. Зависимость диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_1$  (сплошная линия),  $\varepsilon_2$  (штриховая) и  $\varepsilon_3$  (штрих-пунктирная) от угла между вектором магнитного поля и направлением распространения плоской волны, на высоте начала ионосферы (70 км), максимума слоя F ( $h = 265$  км) и на высоте полета КА ( $h = 710$  км).

### 1.3. Случай распространения плоских радиоволн вдоль оси $z'$ с линейной поляризацией электрического вектора при $\omega < \Omega_e$

Рассмотрим также случай распространения радиоволн с линейной поляризацией, в частности, распространение плоской радиоволны вдоль оси  $z'$  с электрическим вектором  $\vec{E}$ , направленным вдоль оси  $y'$ .

$$E_{y'} = E_0 \cos(\omega t - kz'). \tag{43}$$

По сравнению с предыдущими случаями вектор  $\vec{E}$  имеет только одну составляющую поля: направленную вдоль  $y'$ . В этой связи решения уравнения движения и уравнения Максвелла существенно упрощаются, и по аналогии с методикой решений, используемой в предыдущих разделах, нетрудно получить следующие выражения для диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon_3 = 1 - \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 - \Omega_e^2)} \left( 1 - \frac{\Omega_e^2 \sin^2 \alpha}{\omega^2} \right)$$

и проводимости

$$\frac{4\pi\sigma_{x'}}{\omega} = \frac{\omega_0^2 \Omega_e \cos\alpha}{\omega(\omega^2 - \Omega_e^2)}, \quad \frac{4\pi\sigma_{z'}}{\omega} = \frac{\omega_0^2 \Omega_e^2 \sin\alpha \cos\alpha}{\omega^2 |\omega^2 - \Omega_e^2|}.$$

На рис. 7 представлены графики изменения проводимости ионосферы вдоль осей  $x'$  и  $z'$  для случая распространения линейно поляризованной волны в зависимости от угла между направлением распространения радиоволны и вектором магнитного поля для разных высот ионосферы.

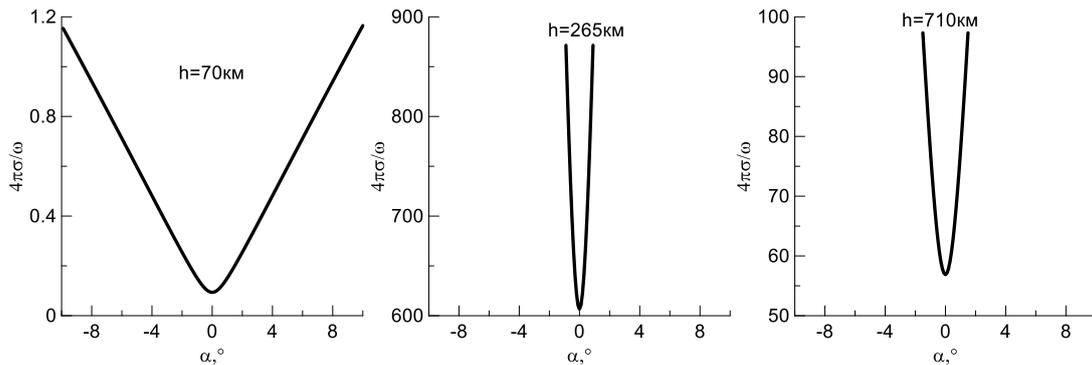


Рис. 7. Зависимость проводимости ионосферы для линейно поляризованной ОНЧ радиоволны от угла между вектором магнитного поля и направлением распространения плоской волны при ее входе в ионосферу ( $h = 70$  км), на высоте максимума слоя F ( $h = 265$  км) и на высоте полета КА ( $h = 710$  км).

Видно, что при распространении линейно поляризованной ОНЧ-волны вдоль магнитно-силовой линии проводимость плазмы стремится к минимальному значению при  $\alpha \rightarrow 0$  и резко возрастает с отклонением  $\alpha$  от нуля

На рис. 8 представлены результаты расчета  $\epsilon_z$  для разных высот.

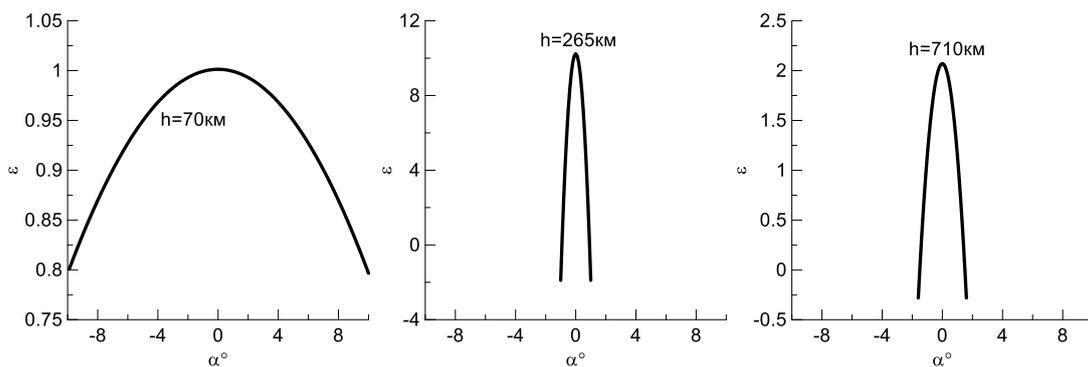


Рис. 8. Зависимость диэлектрической проницаемости от угла между вектором магнитного поля и направлением распространения плоской волны при ее входе в ионосферу ( $h = 70$  км), на высоте максимума слоя F ( $h = 265$  км) и на высоте полета КА ( $h = 710$  км).

Видно, что радиоволна с линейной поляризацией может распространяться вдоль линии геомагнитного поля от земной поверхности до высот выше

максимума F-слоя ионосферы. При этом «полоса пропускания» волны по углу  $\alpha$  может составлять несколько градусов. За пределами этой полосы резко возрастает проводимость и, соответственно поглощение радиоволны. Волна с линейной поляризацией электрического поля испытывает поглощение, в том числе и при  $\alpha = 0$ .

## Заключение

Учет в уравнениях Максвелла осциллирующего поляризационного тока позволил определить для ОНЧ-радиоволн «полосу пропускания» ионосферы по углу между направлением магнитного поля и волновым вектором. В принципе, на высоты выше максимума слоя ионосферы могут проникать волны, как с линейной поляризацией вектора электрического поля, так и необыкновенная волна. Поглощение радиоволн в значительной степени определяется величиной угла между вектором геомагнитного поля и направлением распространения радиоволны. При распространении радиоволн строго вдоль линии геомагнитного поля необыкновенная волна не поглощается, а волна с линейной поляризацией поглощается.

## Литература

1. Sauvaud J.A., Maggiolo R., Jacquey C., Parrot M., Berthelier J.J., Gamble R.J., Rodger C.J. Radiation belt electron precipitation due to VLF transmitters: Satellite observations. *Geophys. Res. Lett.* 2008. 35. L09101. <https://doi.org/10.1029/2008GL033194>
2. Долуханов М.П. *Распространение радиоволн. Учебник для вузов.* Москва, СВЯЗЬ.1972. 336 с.
3. Rapoport Yu., et al. Model of the propagation of very low-frequency beams in the Earth-ionosphere waveguide: principles of the tensor impedance method in multi-layered gyrotropic waveguides. *Ann. Geophys.* 2020, 38, P.207-230. <https://doi.org/10.5194/angeo-38-207-2020>

4. Inan U.S., Chang H.C., Helliwell R.A. Electron Precipitation Zones Around Major Ground-Based VLF Signal Sources. *Journal of Geophysical Research*. 1984, Vol. 89, No. A5, P.2891-2906.
5. Budden K.G. *Radio waves in the ionosphere*. Cambridge. At the university press. 1961. 562 p.
6. Гинзбург В.Л. *Распространение электромагнитных волн в плазме*. Москва, Физматгиз. 1960. 550 с.
7. Shaikh D. Theory and simulations of whistler wave propagation. *J. Plasma Physics*. 2009. Vol. 75. Part 1. P. 117-132.  
<https://doi.org/10.1017/S0022377808007198>
8. Krasnov V.M. Propagation of radiowaves at frequencies below than electron gyro-frequency from the earth surface to the higher atmosphere. *In a book Solar Physics Research Trends*. Nova Science Publishers. Washington. 2008. P. 381-399.
9. Krasnov V.M., Kuleshov Yu.V., Koristin A.A., Drobzheva Ya.V. Influence of the geomagnetic field on absorption of radiowaves. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. 2021. Vol. 227(11):105806. P.1-9.  
<https://doi.org/10.1016/j.jastp.2021.105806>
10. Chen F. *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*, second ed. Vol.1. NewYork and London. Plenum Press. 1984. 392 p.

**Для цитирования:**

Краснов В.М., Кулешов Ю.В., Готюр И.А., Дробжева Я.В. Влияние осциллирующего поляризационного тока на поглощение ОНЧ-радиоволн, распространяющихся вдоль линии геомагнитного поля. // Журнал радиоэлектроники. – 2023. – №. 10.  
<https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.10.5>