DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.10.9
УДК: 621.391

ПЕРЕДАЧА ДВОИЧНЫХ СООБЩЕНИЙ ОРТОГОНАЛИЗОВАННЫМИ ЧАСТИЧНО ПЕРЕКРЫВАЮЩИМИСЯ СИГНАЛАМИ

В.А. Вершинин

Статья поступила в редакцию 8 мая 2024 г.

Аннотация. Частотная эффективность, помехоустойчивость и сложность реализации являются важнейшими параметрами передачи двоичных сообщений. Одним из направлений повышения частотной эффективности является сознательное или контролируемое введение в передаваемый сигнал межсимвольной интерференции при приемлемом снижении помехоустойчивости и усложнении реализации. В статье анализируется передача двоичных сообщений ортогонализованными узкополосными частично перекрывающимися сигналами. Рассмотрено формирование передаваемого сигнала и обработка принимаемого сигнала. Определена вероятность ошибки при воздействии помехи в виде белого шума. Произведена оценка помехоустойчивости передачи с использованием моделирования. Рассматриваемый способ передачи двоичных сообщений обеспечивает хорошую частотную эффективность без использования формирователя спектра при высокой помехоустойчивости.

Ключевые слова: перекрывающиеся сигналы, ортогонализация, межсимвольная интерференция, частотная эффективность, комплексная огибающая.

Автор для переписки: Вершинин Владимир Александрович, vershinin-vladimir@yandex.ru

Введение

Сознательное или контролируемое введение в передаваемый сигнал межсимвольной интерференции является одним из направлений повышения частотной эффективности передачи двоичных сообщений. Межсимвольная интерференция приводит к ухудшению помехоустойчивости передачи и усложнению алгоритма приема.

В [1] рассматривалось использование взаимного базиса при приеме перекрывающихся сигналов определенного вида. В [2, 3] анализировался прием таких сигналов с использованием алгоритма Витерби.

В [3] на интервале $-T/2 \le t < T/2$ определены сигналы:

$$c(t) = \cos(2\pi Kt/T) + \cos[2\pi(K+1)t/T];\ s(t) = \sin(2\pi Kt/T) + \sin[2\pi(K+1)t/T]. \quad (1)$$

Вне указанного интервала сигналы равны нулю. Здесь K – целое положительное число, определяющее расположение полосы частот, занимаемой сигналами. На рис. 1 показан сигнал $c(t)$, а на рис. 2 – сигнал $s(t)$ при $K = 5$.

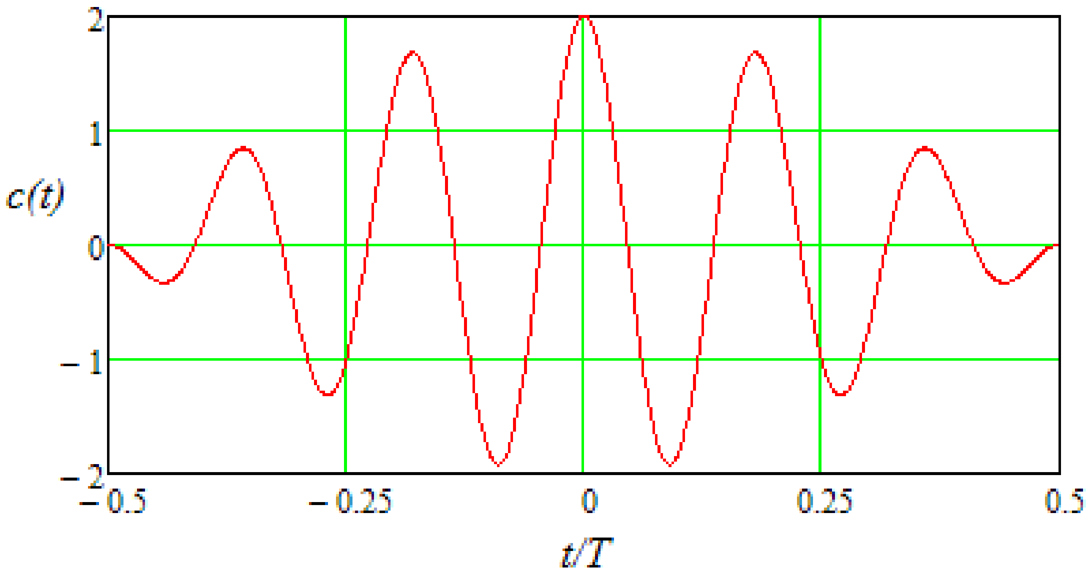

Рис. 1. Сигнал $c(t)$.

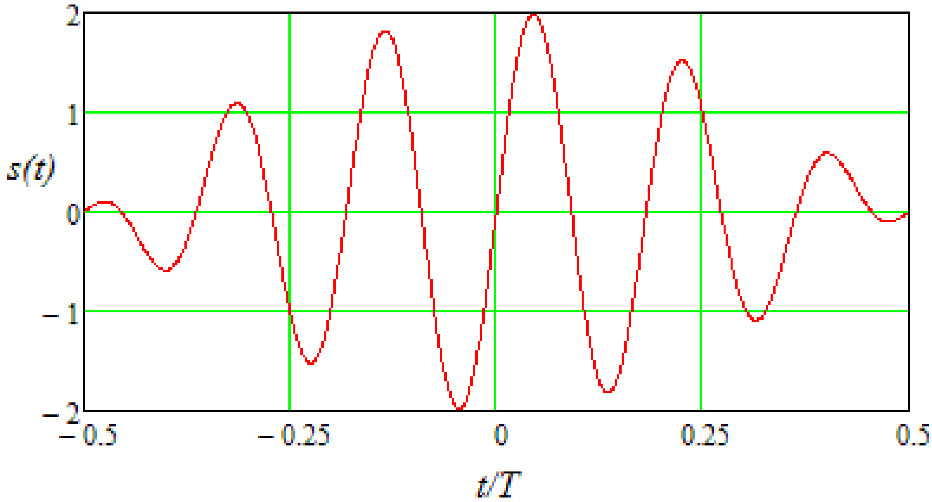

Рис. 2. Сигнал $s(t)$.

Передаваемому сообщению соответствует сигнал:

$$y(t)=\sum_{m=1}^{M} A\left[a_m c(t-mT/2)+b_m s(t-mT/2)\right], \tag{2}$$

где M – число передаваемых пар элементов в сообщении; a_m и b_m принимают значения 1 или -1 в зависимости от значений 1 или 0 элемента сообщения; A – постоянный коэффициент. Сигнал $y(t)$ локализован на интервале $0 \le t < (M+1)T/2$.

Из (2) следует, что одновременно передаются два элемента сообщения (пара элементов) с помощью сигналов (1) длительностью T. Сигналы, соответствующие последовательно передаваемым парам элементов, частично перекрываются во времени на величину $T/2$. В результате имеется контролируемая межсимвольная интерференция.

Формирование передаваемого сигнала осуществляется исходя из комплексной огибающей этого сигнала. Комплексная огибающая сигнала (2):

$$y_c(t)=\sum_{m=1}^{M}\left[A(b_m+ia_m)g(t-mT/2)\right], \tag{3}$$

где $g(t)=\begin{cases} \sin(2\pi t/T)-i[1+\cos(2\pi t/T)]\,\textit{четные}\,K \\ -\sin(2\pi t/T)-i[1+\cos(2\pi t/T)]\,\textit{нечетные}\,K \end{cases}$; i – мнимая единица.

Сигнальная функция $g(t)$ определена на интервале $-T/2 \le t < T/2$, вне этого интервала она равна нулю. На рис. 3 показан модуль сигнальной функции.

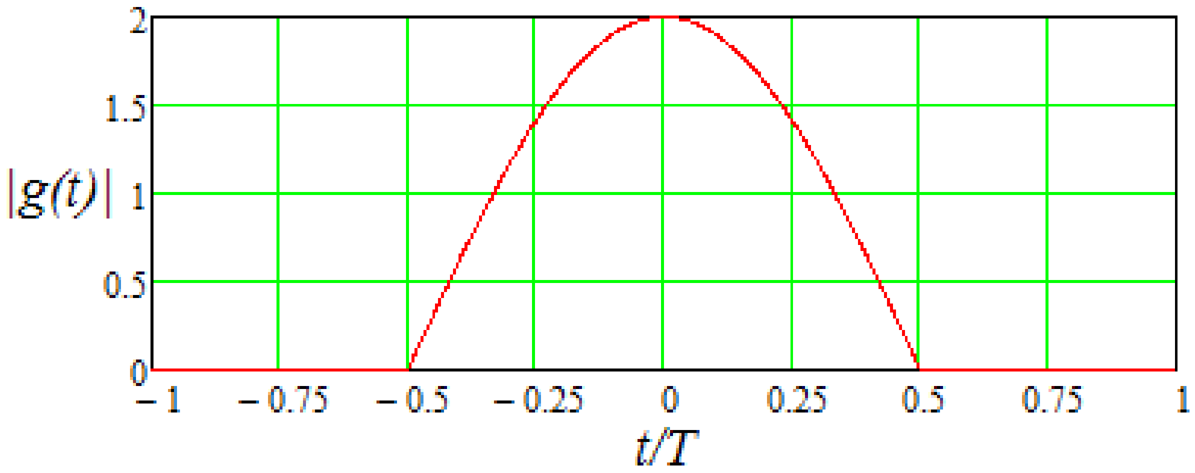

Рис. 3. Модуль сигнальной функции $g(t)$.

Далее формируется передаваемый сигнал и в приемнике происходит его обработка с использованием алгоритма Витерби. Средняя мощность сигнала (2) $P = 4A^2$, амплитуда $4A$, а пик-фактор равен $\frac{4A}{\sqrt{P}} = 2$. Полоса частот, в которой сосредоточено 99% средней энергии сигнала, $F \approx 2.36/T$. Удельные затраты полосы $F/R \approx \frac{2.36(M+1)}{4M} \approx 0.59$, где $R = \frac{4M}{T(M+1)}$ – скорость передачи элементов двоичного сообщения (бит/с).

Использование сигнала (2) обеспечивает хорошую частотную эффективность без использования формирователя спектра при высокой помехоустойчивости. К недостаткам следует отнести сложность реализации, связанную с использованием алгоритма Витерби.

Целью данной работы является анализ передачи двоичных сообщений узкополосными частично перекрывающимися сигналами, полученных на основе ортогонализации базиса сигнала (3).

1. Формирование сигнала

Определим базис сигнала (3): $e_m(t) = g[t - mT/2]$, $m = 1, 2, ..., M$. Используя процедуру Грамма-Шмидта, получаем ортогональный базис:

$$f_1(t) = e_1(t), \quad \text{для} \quad m = 2, 3, ..., M \quad f_m(t) = e_m(t) - \frac{\int_0^{(M+1)T/2} e_m(t) f_{m-1}^*(t) dt}{\int_0^{(M+1)T/2} f_{m-1}(t) f_{m-1}^*(t) dt} f_{m-1}(t),$$

затем нормированные ортогональные сигнальные функции:

$$v_m(t) = \frac{f_m(t)}{\sqrt{\frac{1}{2T} \int_0^{(M+1)T/2} f_m(t) f_m^*(t) dt}}. \tag{4}$$

На рис. 4, рис. 5 и рис. 6 показан модуль сигнальной функции $v_1(t)$, $v_3(t)$ и $v_5(t)$.

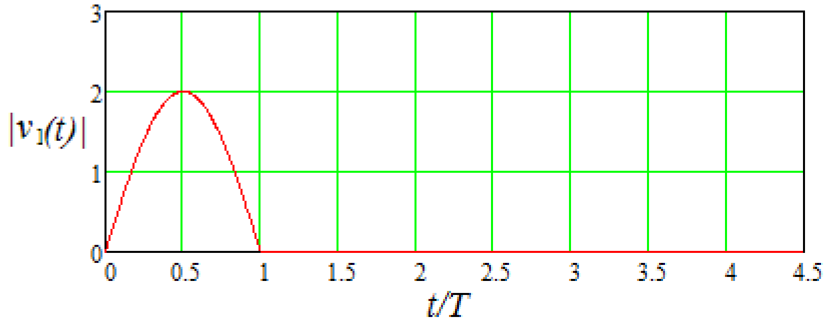

Рис. 4. Модуль сигнальной функции $v_1(t)$.

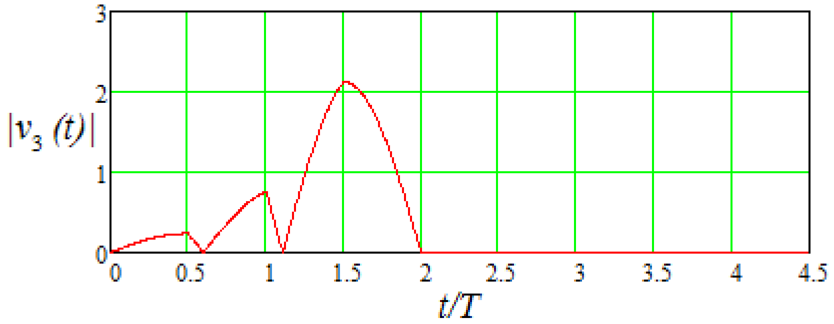

Рис. 5. Модуль сигнальной функции $v_3(t)$.

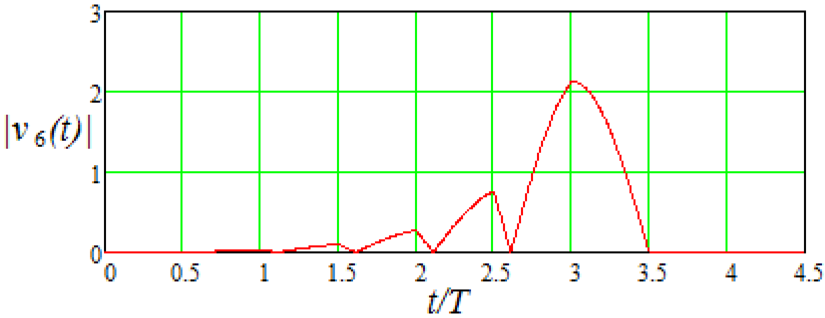

Рис. 6. Модуль сигнальной функции $v_6(t)$.

Сигнальные функции (4) определены на интервале $0 \le t < (M+1)T/2$, вне этого интервала они равны нулю. При практической реализации передачи с достаточной точностью можно считать, что $v_m(t) = v_6[(t-(m-6)T/2)]$ при $m > 6$.

Комплексная огибающая передаваемого сигнала:

$$y_c(t) = \sum_{m=1}^{M} [A(b_m + ia_m)v_m(t)].$$

Спектральная плотность мощности [4]:

$$Y_c(f) = \frac{4A^2}{(M+1)T} \sum_{j=1}^{M} |V_j(f)|^2 ,$$

где $V_j(f) = \int_0^{(M+1)T/2} v_j(t) e^{-i2\pi ft} dt$. На рис. 7 показана зависимость $Y_c(f)$ при нечетном K и $M = 100$.

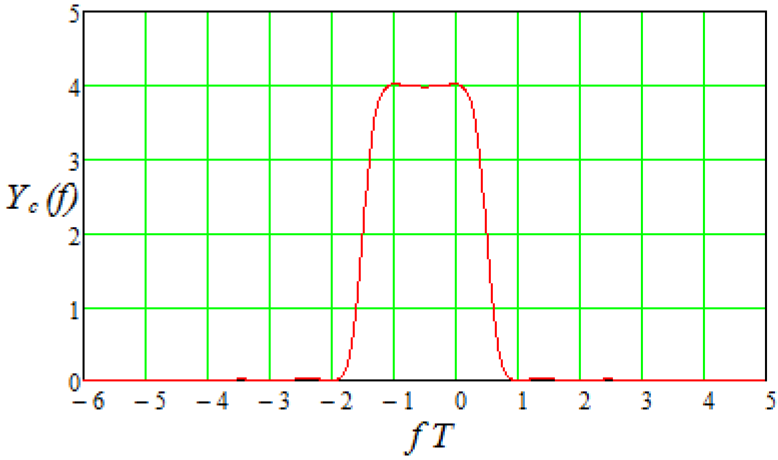

Рис. 7. Спектральная плотность мощности $Y_c(f)$.

Передаваемый сигнал:

$$y(t) = \mathrm{Re}\left[y_c(t) r^*(t)\right],$$

где $r(t) = \begin{cases} e^{-i2\pi K t/T} & четные\, K \\ e^{-i2\pi(K+1)t/T} & нечетные\, K \end{cases}$.

Нетрудно получить:

$$y(t) = \begin{cases} \mathrm{Re}\left[y_c(t)\right]\cos(2\pi K t/T) - \mathrm{Im}\left[y_c(t)\right]\sin(2\pi K t/T), & четные\, K \\ \mathrm{Re}\left[y_c(t)\right]\cos\left[2\pi(K+1)t/T\right] - \mathrm{Im}\left[y_c(t)\right]\sin\left[2\pi(K+1)t/T\right], & нечетные\, K \end{cases}.$$

Последнее выражение показывает, что сигнал $y(t)$ можно формировать из его комплексной огибающей с помощью квадратурного модулятора. На рис. 8 показана возможная реализация этого сигнала при $M = 8$, $K = 5$.

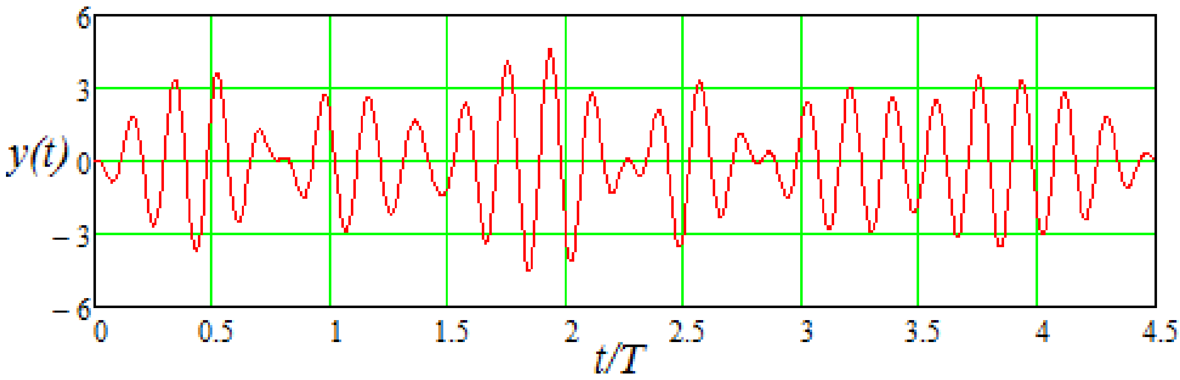

Рис. 8. Реализация сигнала $y(t)$.

Энергия сигнала $y(t)$ равна $E = 2MA^2T$. Средняя мощность $P = 4A^2$, амплитуда $y_{\max} \approx 4.6A$, пик-фактор $\frac{y_{\max}}{\sqrt{P}} \approx 2.3$. Полоса частот, в которой сосредоточено 99% энергии сигнала, $F \approx 2.44/T$. Удельные затраты полосы $F/R \approx \frac{2.44(M+1)}{4M} \approx 0.61$, где $R = \frac{4M}{T(M+1)}$ – скорость передачи элементов двоичного сообщения (бит/с).

2. Обработка сигнала

Пусть на входе приемника на интервале $0 \le t < (M+1)T/2$ имеет место сигнал

$$z(t) = y(t) + n(t), \tag{5}$$

где $n(t)$ – помеха с односторонней спектральной плотностью мощности N в диапазоне частот, занимаемом сигналом $y(t)$. Значения помехи имеют нормальное распределение.

Комплексная огибающая сигнала (5) $z_c(t) = y_c(t) + n_c(t)$, где $n_c(t)$ – комплексная огибающая, соответствующая помехе $n(t)$. Для получения комплексной огибающей $z_c(t)$ предварительно формируется сигнал

$$2z(t)r(t) = \begin{cases} 2z(t)\cos(2\pi Kt/T) - i2z(t)\sin(2\pi Kt/T), & \text{\textit{четные} } K \\ 2z(t)\cos[2\pi(K+1)t/T] - i2z(t)\sin[2\pi(K+1)t/T], & \text{\textit{нечетные} } K \end{cases}.$$

Действительная и мнимая части этого сигнала поступают на входы фильтров нижних частот (ФНЧ). На выходах фильтров будем иметь $\mathrm{Re}[z_c(t)]$ и $\mathrm{Im}[z_c(t)]$ соответственно. Таким образом, для получения комплексной огибающей $z_c(t)$ применяется квадратурная демодуляция.

Для обработки $z_c(t)$ используется ортогональные сигнальные функции (4), поскольку $\frac{1}{2T}\int_0^{(M+1)T/2} y_c(t)v_m^*(t)dt = A(b_m + ia_m)$. С учетом этого свойства, результат обработки:

$$a_m^1 = \begin{cases} 1 \text{ \textit{при} } \mathrm{Im}(z_m) > 0 \\ 0 \text{ \textit{при} } \mathrm{Im}(z_m) \le 0 \end{cases}, \quad b_m^1 = \begin{cases} 1 \text{ \textit{при} } \mathrm{Re}(z_m) > 0 \\ 0 \text{ \textit{при} } \mathrm{Re}(z_m) \le 0 \end{cases},$$

$$\text{где } z_m = \frac{1}{2T}\int_0^{(M+1)T/2} z_c(t)v_m^*(t)dt.$$

Вероятность ошибки при приеме [4]

$$p = 1 - F\left(\sqrt{2h^2}\right), \tag{6}$$

где $F(x)=\left(1/\sqrt{2\pi}\right)\int\limits_{-\infty}^{x}\exp\left(-y^2/2\right)dy$ – функция ошибок; $h^2=A^2T/N$ – отношение энергии сигнала, приходящейся на элемент передаваемого сообщения, к спектральной плотностью мощности помехи.

3. Моделирование

Моделирование процесса передачи проводится в среде Matlab. При этом сигналы на интервале $0\le t<(M+1)T/2$, рассматриваются в дискретные моменты времени $t_d=(d-1)T_0$, где $d=1, 2, ..., (M+1)D/2$; T_0 – период дискретизации; $D=T/T_0$ – число дискретных моментов времени на интервале длительностью *T*, это число должно быть четным. Пусть средняя частота $(K+0.5)/T$ спектральной плотности мощности сигнала $y(t)$ находится в середине первой зоны Найквиста. Тогда первая зона Найквиста заканчивается частотой $f_1=(2K+1)/T$. Полоса частот, занимаемая сигналом $y(t)$, находится в пределах этой зоны. Период дискретизации $T_0=\dfrac{1}{2f_1}$, $D=2(2K+1)$. Будем также считать, что диапазон частот помехи $n(t)$ равен первой зоне. Значения помехи в дискретные моменты времени при условии $T_0=\dfrac{1}{2f_1}$ являются независимыми случайными величинами [4], дисперсия этих величин равна $Nf_1=\dfrac{N}{2T_0}=\dfrac{A^2T}{2T_0h^2}=\dfrac{A^2D}{2h^2}$.

Необходимо отметить, что выбор *D* при моделировании определяется точностью воспроизведения процессов, описанных в предыдущих разделах, а не желанием перехода к цифровой обработке сигналов. Чем большее значение *D* выбирается, тем точнее моделирование, однако при этом увеличивается время выполнения программы моделирования.

Ниже приведена программа моделирования. Входные параметры программы: *K*; h^2 (в программе h2); *U* – число формируемых сигналов вида (5).

В программе также задаются *M*, *A*, и *T*. Результат работы программы – число ошибочно принятых элементов сообщения er.

```
function er = gr_ort1(K, h2, U)
   rng('default');
   M = 100;
   A = 1;
   T = 1;
   D = 2 * (2 * K + 1);
   T0 = T / D;
   td = 0:T0:(M + 1) * T / 2 - T0;
   if rem(K, 2) == 0
      r = exp(-1i * 2 * pi * K * td / T);
      g = sin(2 * pi * (td(1:D) / T - 0.5)) - 1i * (1 + cos(2 * pi * (td(1:D) / T - 0.5)));
   else
      r = exp(-1i * 2 * pi * (K + 1) * td / T);
      g = -sin(2 * pi * (td(1:D) / T - 0.5)) - 1i * (1 + cos(2 * pi * (td(1:D) / T - 0.5)));
   end
   sigma = A * sqrt(D / (2 * h2));
   e = zeros(M, (M + 1) * D / 2);
   f = zeros(M, (M + 1) * D / 2);
   v = zeros(M, (M + 1) * D / 2);
   for j = 1:M
      e(j, 1 + (j - 1) * D / 2:(j + 1) * D / 2) = g;
   end
   f(1, :) = e(1, :);
   for m = 2:M
      f(m, :) = e(m, :) - (e(m, :) * f(m - 1, :)') / (f(m - 1, :) * f(m - 1, :)') * f(m - 1, :);
   end
   for j = 1:M
      v(j, :) = f(j, :) * sqrt(2 * D / (f(j, :) * f(j, :)'));
   end
   er = 0;
   for u = 1:U
      a = 2 * randi([0, 1], 1, M) - 1;
      b = 2 * randi([0, 1], 1, M) - 1;
      yc = A * (b + 1i * a) * v;
      y = real(yc .* (r').');
      n = normrnd(0, sigma, 1, (M + 1) * D / 2);
      z = y + n;
      zc = r .* hilbert(z);
      z1 = zc * v';
      b1 = 2 * (real(z1) > 0) - 1;
      a1 = 2 * (imag(z1) > 0) - 1;
      er1 = sum(ne(a, a1)) + sum(ne(b, b1));
      er = er + er1;
   end
end
```

Результаты моделирования с помощью приведенной выше программы приведены в таблице 1. Моделирование производилось при $M = 100$, $K = 5$ и различных значениях h^2, U. Число ошибочно принятых элементов сообщения обозначено N_e (в программе er). Число переданных элементов двоичного сообщения $2MU$. Определена оценка вероятности ошибки $p_e = N_e/(2MU)$. Значения p в таблице получены по формуле (6).

Таблица 1. Результаты моделирования.

h^2	5	10	15
U	10^4	10^6	10^8
$2MU$	2×10^6	2×10^8	2×10^{10}
N_e	1584	765	463
p_e	7.92×10^{-4}	3.83×10^{-6}	2.32×10^{-8}
p	7.83×10^{-4}	3.87×10^{-6}	2.16×10^{-8}

Заключение

Рассматриваемый способ передачи двоичных сообщений обеспечивает хорошую частотную эффективность без использования формирователя спектра.

По сравнению с использованием алгоритма Витерби и обеляющего фильтра [3] реализация приема с использованием узкополосных ортогональных перекрывающихся сигналов существенно упрощается.

Частотная эффективность и полученные оценки вероятности ошибки практически не отличаются от полученных с использованием алгоритма Витерби и обеляющего фильтра.

В качестве недостатка можно отметить некоторое увеличение пик-фактора.

Сравним изложенный в статье способ передачи двоичного сообщения с известным способом передачи, который принято называть гауссовской частотной модуляцией с минимальным сдвигом (GMSK). Из [5] следует, что спектральная эффективность GMSK равна 0.8 (удельные затраты полосы – 1.25). При этом считалось, что в полосе сигнала сосредоточено 99% мощности сигнала.

Таким образом, рассматриваемый в статье способ передачи имеет в два раза лучшую спектральную эффективность, но больший пик-фактор.

В [5] также отмечено, что вероятность ошибки при приеме сигнала с GMSK хуже, чем при обычной MSK и, следовательно, хуже, чем при описанном в статье способе передачи.

Литература

1. Вершинин В.А. Поэлементный прием и прием в целом при перекрывающихся элементарных сигналах // Журнал радиоэлектроники. – 2018.– № 10.
2. Вершинин В.А. Использование алгоритма Витерби при передаче перекрывающимися элементарными сигналами // Цифровая обработка сигналов. – 2020. – №4.
3. Вершинин В.А. Моделирование приема перекрывающихся сигналов при использовании обеляющего фильтра и алгоритма Витерби // Информационные технологии и телекоммуникации. – 2022. – Том 10. – № 4.
4. Прокис Джон. Цифровая связь. Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь. 2000.– 800 с.
5. Феер К. Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра. Пер. с англ. / Под ред. В.И. Журавлева. – М.: Радио и связь. 2000. – 520 с.

Для цитирования:

Вершинин В.А. Передача двоичных сообщений ортогонализованными частично перекрывающимися сигналами. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 10. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.10.9