

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.10.13>

УДК: 621.391

ПЕРЕДАЧА ДВОИЧНЫХ СООБЩЕНИЙ ОРТОГОНАЛИЗОВАННЫМИ СИГНАЛАМИ НА ОСНОВЕ МАТРИЦЫ АДАМАРА ПРИ ИМПУЛЬСНОЙ ПОМЕХЕ

В.А. Вершинин

Статья поступила в редакцию 20 июля 2025 г.

Аннотация. Частотная эффективность, помехоустойчивость являются важнейшими параметрами передачи двоичных сообщений. Повышение устойчивости передачи двоичных сообщений к импульсной помехе можно осуществить путем организации одновременной (параллельной) передачи элементов сообщения ортогональными сигнальными функциями. В статье анализируется передача двоичных сообщений непосредственно сигнальными функциями, полученными путем ортогонализации перекрывающихся узкополосных сигналов, и передача сигнальными функциями, сформированными с использованием матрицы Адамара. Рассмотрено формирование передаваемого сигнала и обработка принимаемого сигнала. Произведена оценка устойчивости передачи к импульсной помехе с использованием моделирования. Передача с использованием матрицы Адамара обладает лучшей помехоустойчивостью к импульсной помехе. Это связано более равномерным распределением во времени огибающих сигнальных функций.

Ключевые слова: узкополосные сигналы, импульсная помеха, ортогонализация, матрица Адамара, комплексная огибающая, частотная эффективность, пик-фактор.

Автор для переписки: Вершинин Владимир Александрович, vershinin-vladimir@yandex.ru

Введение

Повышение устойчивости передачи двоичных сообщений к импульсной помехе можно осуществить путем организации одновременной (параллельной) передачи элементов сообщения ортогональными сигнальными функциями.

Необходимо отметить, что основы теории линейного (в том числе ортогонального) уплотнения и разделения сигналов разработаны советским ученым Д.В. Агеевым.

В [1] организация передачи двоичных сообщений состоит в следующем. Определяются сигналы:

$$c(t) = \begin{cases} \cos(2\pi Kt/T) + \cos[2\pi(K+1)t/T], & -T/2 \leq t < T/2; \\ 0, & \text{другие } t \end{cases};$$

$$s(t) = \begin{cases} \sin(2\pi Kt/T) + \sin[2\pi(K+1)t/T], & -T/2 \leq t < T/2; \\ 0, & \text{другие } t \end{cases}.$$

Здесь K – целое положительное число. Передаваемому сообщению соответствует сигнал на интервале $0 \leq t < (M+1)T/2$:

$$y(t) = \sum_{m=1}^M \left\{ A \left[a_m c(t - mT/2) + b_m s(t - mT/2) \right] \right\}.$$

Одновременно передается пара элементов сообщения; M – число пар элементов в сообщении; a_m и b_m принимают значения 1 или -1 в зависимости от значений 1 или 0 элемента сообщения; A – постоянный коэффициент. Сигналы, соответствующие последовательно передаваемым парам элементов частично перекрываются во времени на величину $T/2$. В результате имеется контролируемая межсимвольная интерференция.

Формирование передаваемого сигнала осуществляется исходя из комплексной огибающей этого сигнала:

$$y_c(t) = \sum_{m=1}^M \left[A(b_m + ia_m)g(t - mT/2) \right], \quad (1)$$

где; $g(t) = \begin{cases} \sin(2\pi t/T) - i[1 + \cos(2\pi t/T)] & \text{четные } K \\ -\sin(2\pi t/T) - i[1 + \cos(2\pi t/T)] & \text{нечетные } K \end{cases}$ – сигнальная функция

на интервале $-T/2 \leq t < T/2$, вне этого интервала равна нулю; i – мнимая единица. Сигнал $y_c(t)$ локализован на интервале $0 \leq t < (M+1)T/2$.

Передаваемый сигнал $y(t) = \text{Re}[y_c(t)r^*(t)]$, где $r(t) = \begin{cases} e^{-i2\pi Kt/T} & \text{четные } K \\ e^{-i2\pi(K+1)t/T} & \text{нечетные } K \end{cases}$.

В [2] для формирования передаваемого сигнала использовалась ортогонализация. На интервале $(M+1)T/2 > t \geq 0$ определен базис сигнала (1):

$e_m(t) = g[t - mT/2]$, $m = 1, 2, \dots, M$. Используя процедуру Грамма-Шмидта получаем нормированные ортогональные сигнальные функции $q_m(t)$.

Передаваемый сигнал

$$y(t) = \text{Re}[y_c(t)r^*(t)], \quad (2)$$

где $y_c(t) = \sum_{m=1}^M [A(b_m + ia_m)q_m(t)]$ – комплексная огибающая передаваемого сигнала.

Для повышения устойчивости передачи к импульсной помехе предлагается использовать сигнальные функции вида: $v_m(t) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{j=1}^M w_{j,m} q_j(t)$,

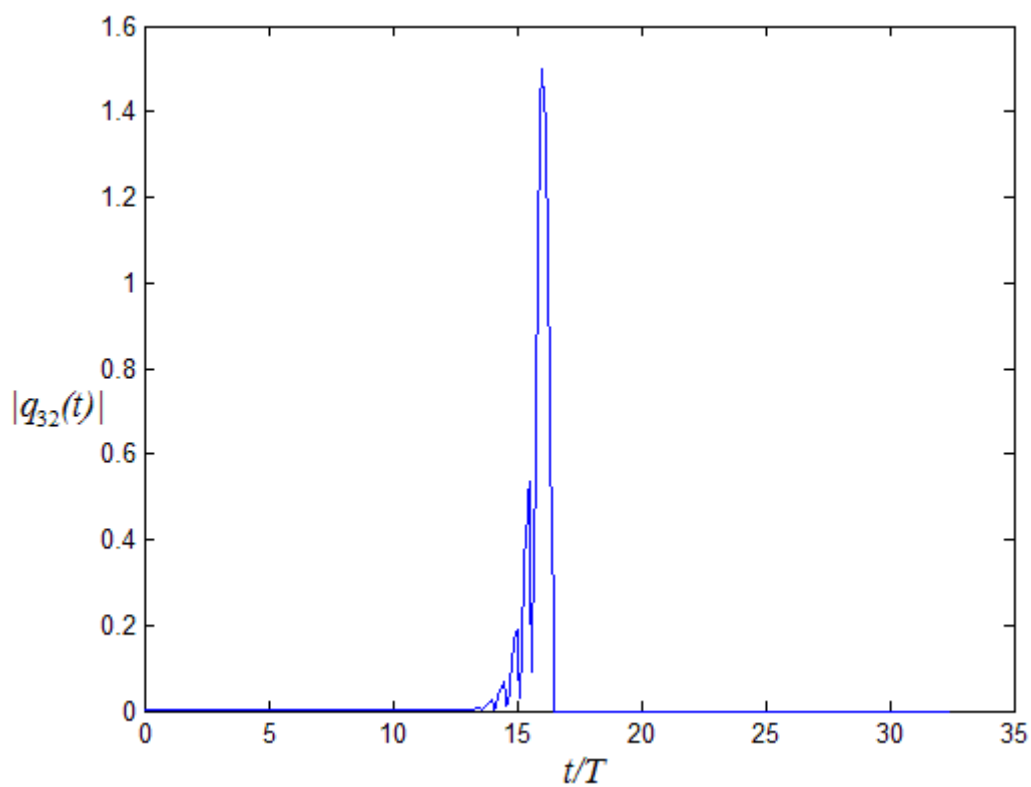
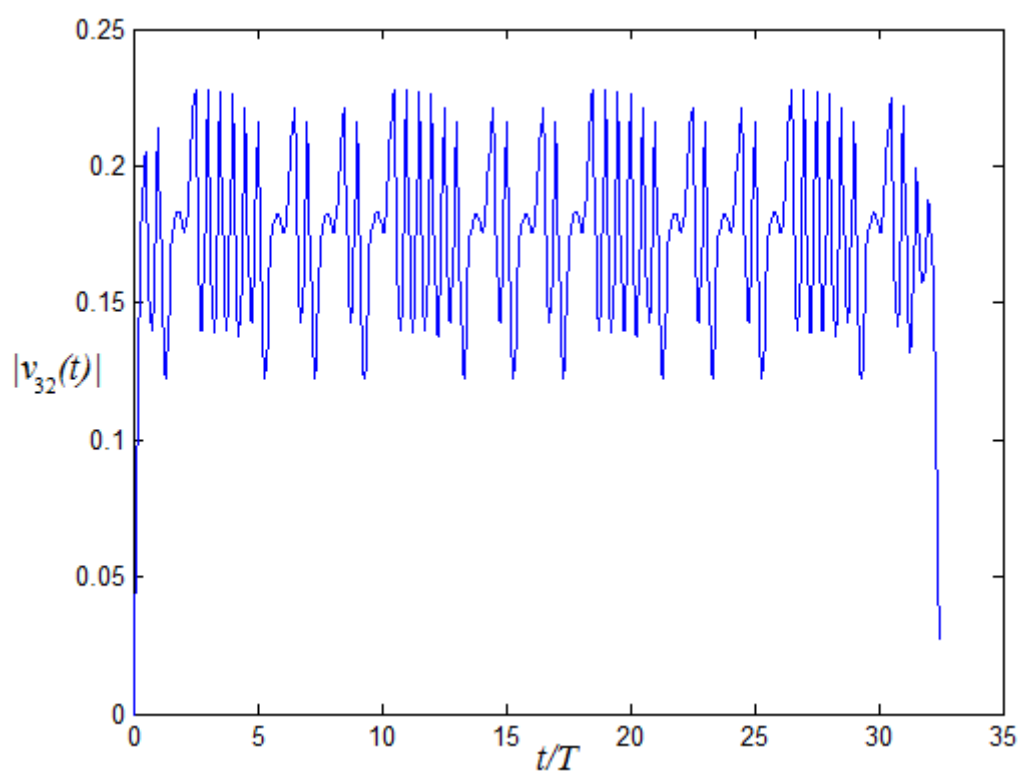
где $w_{j,m}$ – элементы матрицы Адамара. Передаваемый сигнал

$$y(t) = \text{Re}[y_c(t)r^*(t)], \quad (3)$$

где $y_c(t) = \sum_{m=1}^M [A(b_m + ia_m)v_m(t)]$ – комплексная огибающая передаваемого сигнала.

Целью данной работы является сравнительный анализ передачи на основе сигналов (2) и (3) при воздействии импульсной помехи.

На рис. 1 и рис. 2 показаны огибающие сигнальных функций $q_{32}(t)$ и $v_{32}(t)$ соответственно.

Рис. 1. Огибающая сигнальной функции $q_{32}(t)$.Рис. 2. Огибающая сигнальной функции $v_{32}(t)$.

1. Параметры и организация приема

Энергия передаваемого сигнала (2) и (3) $E = A^2 TM$, средняя мощность $P = \frac{2A^2 M}{M+1}$, энергия на элемент передаваемого сообщения $W = A^2 T/2$. Полоса частот, в которой сосредоточено 99 % мощности сигнала, $F \approx 2.48/T$. Удельные затраты полосы $F/R \approx \frac{2.48(M+1)}{4M} \approx 0.62$, где $R = \frac{4M}{T(M+1)}$ – скорость передачи элементов двоичного сообщения (бит/с). При $M = 64$ для сигнала (2) амплитуда $y_{\max} \approx 3.43A$, пик-фактор $\frac{y_{\max}}{\sqrt{P}} \approx 2.44$; для сигнала (3) $y_{\max} \approx 18.1A$, пик-фактор $\frac{y_{\max}}{\sqrt{P}} \approx 12.9$.

Пусть на входе приемника имеется идеальный фильтр нижних частот с частотой среза, равной частоте Найквиста $f_1 = (2K+1)/T$. Тогда на выходе фильтра на интервале $0 \leq t < (M+1)T/2$ имеет место сигнал

$$z(t) = y(t) + n(t) + n_1(t - t_{\max}), \quad (4)$$

где $n(t)$ – помеха в виде нормального белого шума с односторонней спектральной плотностью мощности N в полосе частот от нуля до f_1 ;

$n_1(t) = B \frac{\sin(2\pi f_1 t)}{2\pi f_1 t}$ – импульс помехи с амплитудой B , совпадающий по форме с

импульсной характеристикой входного фильтра $2f_1 \frac{\sin(2\pi f_1 t)}{2\pi f_1 t}$; $t_{\max}$ – момент

максимального значения импульса помехи, $0 \leq t_{\max} < (M+1)T/2$. Энергия

импульса помехи $W_1 = \int_{-\infty}^{\infty} [n_1(t)]^2 dt = \frac{B^2}{2f_1} = B^2 T_0$.

Обработка сигнала (4) начинается с получения комплексной огибающей этого сигнала $z_c(t)$. Далее следует корреляционная обработка.

При использовании сигнала (2) определяется $z_m = \frac{1}{T} \int_0^{(M+1)T/2} z_c(t) q_m^*(t) dt$, а при

использовании сигнала (3) $z_m = \frac{1}{T} \int_0^{(M+1)T/2} z_c(t) v_m^*(t) dt$. Принятыми элементами

сообщения считаются $a_m^1 = \begin{cases} 1 & \text{при } \operatorname{Im}(z_m) > 0 \\ 0 & \text{при } \operatorname{Im}(z_m) \leq 0 \end{cases}, b_m^1 = \begin{cases} 1 & \text{при } \operatorname{Re}(z_m) > 0 \\ 0 & \text{при } \operatorname{Re}(z_m) \leq 0 \end{cases}$.

2. Моделирование

При моделировании сигналы на интервале $0 \leq t < (M+1)T/2$, рассматриваются в дискретные моменты времени $t_d = (d-1)T_0$, где $d = 1, 2, \dots, (M+1)D/2$; $T_0 = \frac{1}{2f_1}$ – период дискретизации; $D = T/T_0 = 2(2K+1)$ – число дискретных моментов времени на интервале длительностью T , это число должно быть четным.

Значения помехи $n(t)$ при дискретизации являются независимыми случайными величинами, дисперсия этих величин равна $Nf_1 = \frac{N}{2T_0}$.

При заданном $h = \frac{W}{N}$, дисперсия $Nf_1 = \frac{N}{2T_0} = \frac{A^2T}{4T_0h} = \frac{A^2D}{4h}$.

Пусть при дискретизации импульса помехи $n_1(t - t_{\max})$ момент времени $t_{\max}$ совпадает с одним из моментов t_d . Тогда структура $n_1(t_d)$ такова, что ненулевой отсчет импульса помехи, равный B , имеет место при $t_d = t_{\max}$. При

заданном $h_1 = \frac{W}{W_1} = \frac{A^2T}{2B^2T_0} = \frac{A^2D}{2B^2}$, значение $B = \sqrt{\frac{A^2D}{2h_1}} = A\sqrt{\frac{D}{2h_1}}$.

Ниже приведена программа моделирования в среде Matlab. Входные параметры программы: K , h , h_1 (в программе $h1$); U – число испытаний. При $\text{var} = 0$ используется сигнал (2); при $\text{var} = 1$ используется сигнал (3).

В программе также задаются M , A , T . Результат работы программы – число ошибочно принятых элементов сообщения er .

```
function er = grw_ort(K, h, h1, U, var)
    rng('default');
    % === Параметры ===
    M = 64;
    A = 1;
    T = 1;
    D = 2 * (2*K + 1);
    T0 = T / D;
    B = A * sqrt(D / (2*h1));

    td = 0:T0:(M + 1)*T/2 - T0;

    % === Формирование r и g ===
    if rem(K,2) == 0
        r = exp(-1i * 2*pi*K * td / T);
        g = sin(2*pi*(td(1:D)/T - 0.5)) ...
            - 1i * (1 + cos(2*pi*(td(1:D)/T - 0.5)));
    else
        r = exp(-1i * 2*pi*(K + 1) * td / T);
        g = -sin(2*pi*(td(1:D)/T - 0.5)) ...
            - 1i * (1 + cos(2*pi*(td(1:D)/T - 0.5)));
    end

    % === Сигма ===
    sigma = A * sqrt(D / (4*h));

    % === Инициализация массивов ===
    e = zeros(M, (M + 1)*D/2);
    f = zeros(M, (M + 1)*D/2);
    fn = zeros(M, (M + 1)*D/2);

    % === Заполнение e ===
    for j = 1:M
        e(j, 1 + (j - 1)*D/2 : (j + 1)*D/2) = g;
    end

    % === Ортогонализация ===
    f(1,:) = e(1,:);
    for m = 2:M
        f(m,:) = e(m,:) ...
            - (e(m,:) * f(m-1,:)' ) / (f(m-1,:) * f(m-1,:)' ) * f(m-1,:);
    end
```

```

% === Нормализация ===
for j = 1:M
    fn(j,:) = f(j,:) * sqrt(D / (f(j,:) * f(j,:)));
end

% === Применение матрицы Адамара ===
W = hadamard(M);
if var == 1
    v = W * fn / sqrt(M);
else
    v = fn;
end

% === Основной цикл ===
er = [0 0];
for u = 1:U
    a = 2 * randi([0 1], 1, M) - 1;
    b = 2 * randi([0 1], 1, M) - 1;

    yc = A * (b + 1i*a) * v;
    y = real(yc .* (r').');

    n = normrnd(0, sigma, 1, (M + 1)*D/2);
    n1 = zeros(1, (M + 1)*D/2);
    n1(1, randi((M + 1)*D/2)) = B;

    z = y + n + n1;
    % z = y + n1; % Альтернативный вариант

    zc = r .* hilbert(z);
    z1 = zc * v' / D;

    b1 = 2 * (real(z1) > 0) - 1;
    a1 = 2 * (imag(z1) > 0) - 1;

    er1 = sum(a ~= a1) + sum(b ~= b1);
    er(1) = er(1) + er1;
    er(2) = u;
end
end

```

Результаты моделирования с помощью приведенной выше программы приведены в таблице 1 при использовании сигнала (2) и в таблице 2 при использовании сигнала (3). Моделирование производилось при $L = 64$, $K = 5$ и различных значениях h , h_1 , U . Число ошибочно принятых элементов сообщения обозначено N_e (в программе *er*). Число переданных элементов двоичного сообщения $2MU$. Определена оценка вероятности ошибки $p_e = N_e / (2MU)$. Приведена вероятность ошибки p при отсутствии импульса помехи.

Таблица 1. Результаты при использовании сигнала (2).

h	5	10	15
h_1	0.2	0.2	0.2
U	10^4	10^6	10^7
$2MU$	128×10^4	128×10^6	128×10^7
N_e	2773	146142	1306610
p_e	2.14×10^{-3}	1.14×10^{-3}	1.02×10^{-3}
p	7.83×10^{-4}	3.87×10^{-6}	2.16×10^{-8}

Таблица 2. Результаты при использовании сигнала (3).

h	5	10	15
h_1	0.2	0.2	0.2
U	10^4	10^6	10^7
$2MU$	128×10^4	128×10^6	128×10^7
N_e	1417	1510	227
p_e	1.08×10^{-3}	1.18×10^{-5}	1.77×10^{-7}
p	7.83×10^{-4}	3.87×10^{-6}	2.16×10^{-8}

Заключение

Передача двоичных сообщений на основе сигналов (2) и (3) обеспечивает хорошую частотную эффективность без использования формирователя спектра.

Передача с помощью сигнала (2) обладает лучшей помехоустойчивостью к импульсу помехи. Это связано более равномерным распределением во времени огибающих сигнальных функций.

Недостатком использования сигнала (2) является увеличение пик-фактора.

Литература

1. Вершинин В.А. Моделирование приема перекрывающихся сигналов при использовании обесцарапывающего фильтра и алгоритма Витерби // Информационные технологии и телекоммуникации. – 2022. – Том 10. – № 4.
2. Вершинин В.А. Передача двоичных сообщений ортогонализированными частично перекрывающимися сигналами // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – № 10. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.10.9>

Для цитирования:

Вершинин В.А. Передача двоичных сообщений ортогонализированными сигналами на основе матрицы Адамара при импульсной помехе // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – №. 10. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.10.13>