

УДК 53.082.53,621.396.11, 535.391.4.015.1

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ФРЕНЕЛЯ-ЭЙРИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ РЕЗОНАНСНЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ПЛОСКИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

М. Г. Евтихов

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,

Фрязинский филиал,

141120, Московская область, г. Фрязино, пл. академика Введенского, д.1.

Статья поступила в редакцию 10 марта 2017 г., после доработки – 18 сентября 2017 г.

Аннотация. Формулы коэффициентов отражения и пропускания плоскопараллельной пластины при нормальном падении плоских электромагнитных волн выведены в экспериментально наблюдаемых действительных переменных в рамках модели Френеля-Эйри. Эта модель позволяет учесть некогерентность электромагнитных волн, рассматриваемых в статье. Даны формульные соотношения между коэффициентами Френеля, упрощающие их использование. Анализируется явление уменьшения амплитуд резонансных осцилляций, обусловленное некогерентностью электромагнитных волн, а также стохастичностью диэлектрической проницаемости и толщины пластины. Обсуждается возможность более точных измерений мнимой части комплексной диэлектрической проницаемости. В приложении приводятся полуэмпирические формулы для сглаженных кривых.

Ключевые слова: отражение, преломление, формулы Френеля, диэлектрическая проницаемость, миллиметровые волны, снег, лед.

Abstract. Formulas for the reflection and transmission coefficients of a plane-parallel plate with a normal incidence of plane electromagnetic waves are derived in experimentally observed real variables. Formulas of dielectric loss tangents are given. The Fresnel and Airy formulas are used. To simplify the analysis of formulas, we derive the relations between the Fresnel coefficients. The consideration of ensembles

of Fresnel-Airy models allows us to get a numerical model for the reflection and transmission coefficients of a plane-parallel plate in the microwave range to the case of nonmonochromatic electromagnetic waves. The equivalence of frequency and plate thickness, which takes place in the Fresnel-Airy model, is analyzed. Dependences of the reflection and transmission coefficients on the plate thickness are considered. The decrease in the amplitudes of the resonance oscillations on these dependences due to the nonmonochromaticity of electromagnetic waves is analyzed. With a small absorption of electromagnetic waves, the term "smoothing the dependences" is inadequate. Despite the decrease in amplitudes, there are resonant oscillations of a relatively small amplitude and they limit the accuracy of measurements of the reflection and transmission coefficients. The possibilities of increasing the accuracy of measurements of the imaginary part of the complex dielectric permittivity from measurements of the transmission coefficients for sufficiently thick plates are discussed. The appendix contains semiempirical formulas for the smoothed dependences of the reflection and transmission coefficients on the plate thickness.

Key words: reflection, refraction, Fresnel equations, permittivity, millimeter waves, snow, ice.

Введение

Формулы Френеля используются в оптике, они позволяют решать задачи о прохождении однородной плоской монохроматической электромагнитной волны через системы из плоскопараллельных пластин [1]. Предполагается, что эти пластины имеют гладкие границы, состоят из однородных изотропных веществ без пространственной дисперсии. В [1,2] приведен вывод формул Френеля из уравнений Максвелла в терминах диэлектрической проницаемости, в этой редакции формулы нашли широкие применения. В [3] формулы Френеля рассматриваются как теоретическая основа методов дистанционного зондирования, использующих радиометры. Обобщенные формулы Френеля для плоскопараллельной однородной изотропной пластины, полученные на основе

уравнений Максвелла, приведены в [1,4]. В [1] отмечается приоритет Эйри [5] при получении этих формул. Результирующие формулы Френеля-Эйри находят применения в оптике [1], эллипсометрии [4], дистанционном зондировании [3].

В данной работе рассматривается относительно простой, но важный для лабораторных измерений вариант нормального падения волны на свободную плоскопараллельную пластину. Если затухание волны в пластине мало, то при толщинах пластины, кратных четверти длины волны, возникают резонансное усиление или ослабление амплитуды волн [1,4]. Однако в эксперименте такие осцилляции обнаруживаются только при достаточно малых толщинах пластин [6], хотя в соответствии с математическими моделями, построенными в предположении монохроматичности волн, резонансные осцилляции должны иметь место и при больших толщинах пластин. Осцилляции наблюдаемых параметров, возникающие при изменении толщины пластин, ослабляются при увеличении затухания волн в пластине. В качестве второго фактора, влияющего на ослабление резонансных осцилляций, можно рассматривать диффузное рассеяние излучения внутри пластины. Совместное влияние затухания волны и диффузного рассеяния на прохождение излучения через вещество называют экстинкцией [7]. Третий фактор, способный значительно ослабить резонансные осцилляции, не сводящийся к экстинкции, состоит в немонохроматичности электромагнитных волн [1]. Теории переноса излучения и многократного рассеяния волн [8-10] детально развивают принципы, установленные в результате фотометрических исследований [11,12]. Они применимы для расчетов прохождения излучения в ряде веществ и позволяют учесть экстинкцию, преобразование части излучения в диффузное, немонохроматичность излучения, произвольное направление распространения волн, однако резонансные осцилляции в этих теориях не рассматриваются. Формулы Френеля-Эйри имеют более узкую область применения, но имеют свои преимущества. Они устанавливают связь между комплексными амплитудами волн и удобны для описания резонансных осцилляций. В формулах Френеля-Эйри не учитывается немонохроматичность волн и не

учитывается преобразование части излучения в диффузное излучение. Кроме того, экспериментально наблюдаемыми величинами являются интенсивности, но не комплексные амплитуды волн. В данной работе, в соответствии с идеями [8,11,12], рассматривается усреднение по ансамблю моделей Френеля-Эйри с целью учета некогерентности плоских электромагнитных волн при оценке коэффициентов прохождения и отражения.

Целью настоящей работы является построение математической модели на основе формул Френеля-Эйри для расчета коэффициентов отражения и пропускания плоских электромагнитных волн в плоскопараллельной пластине и ее применение для оценки влияния резонансных осцилляций на точность определения коэффициентов отражения и пропускания пластин льда и снега. Требованием к модели является учет некогерентности электромагнитных волн, также представление исходных формул модели в комплекснозначном формате в виде формульных соотношений для коэффициентов отражения и пропускания, в которых используются экспериментально наблюдаемые действительные величины.

1. Расчетные формулы модели Френеля-Эйри

Формулы Френеля-Эйри для плоскопараллельной пластины имеют вид [1,4]:

$$\begin{aligned} \tilde{r}_p &= \frac{\tilde{r}_{p12} + \tilde{r}_{p23}e^{i2\tilde{\beta}}}{1 + \tilde{r}_{p12}\tilde{r}_{p23}e^{i2\tilde{\beta}}}; \tilde{r}_s = \frac{\tilde{r}_{s12} + \tilde{r}_{s23}e^{i2\tilde{\beta}}}{1 + \tilde{r}_{s12}\tilde{r}_{s23}e^{i2\tilde{\beta}}}; \\ \tilde{t}_p &= \frac{\tilde{t}_{p12}\tilde{t}_{p23}e^{i\tilde{\beta}}}{1 + \tilde{r}_{p12}\tilde{r}_{p23}e^{i2\tilde{\beta}}}; \tilde{t}_s = \frac{\tilde{t}_{s12}\tilde{t}_{s23}e^{i\tilde{\beta}}}{1 + \tilde{r}_{s12}\tilde{r}_{s23}e^{i2\tilde{\beta}}}. \end{aligned} \quad (1)$$

Комплексные переменные в (1) помечены знаком “~”. В [1] s-поляризация обозначается как \perp (перпендикулярность плоскости падения), p-поляризация обозначается как \parallel (параллельность плоскости падения). Величины \tilde{r}_p, \tilde{r}_s - это обобщенные комплексные коэффициенты отражения для плоско параллельной пластины для p- и s-поляризации, \tilde{t}_p, \tilde{t}_s - обобщенные коэффициенты пропускания для плоской параллельной пластины для p- и s-поляризации.

Величины $\tilde{r}_p, \tilde{r}_s, \tilde{t}_p, \tilde{t}_s$ записываются в (1) через комплексные коэффициенты Френеля для границ раздела двух сред в пластине $\tilde{r}_{p12}, \tilde{r}_{s12}, \tilde{t}_{p12}, \tilde{t}_{s12}, \tilde{r}_{p23}, \tilde{r}_{s23}, \tilde{t}_{p23}, \tilde{t}_{s23}$ (в формулах пластина обозначается индексом 2, а окружающие ее внешние среды индексами 1 и 3). Фазовый множитель β обсуждается в [1].

Рассмотрим нормальное падение, в этом случае с использованием соотношений, приведенных в [1], имеем $\tilde{\beta} = d\tilde{k}_d$; $\tilde{k}_d = \frac{2\pi}{\lambda_0} \tilde{n}_2 = \frac{2\pi f}{c} \tilde{n}_2$. Здесь d - толщина пластины; \tilde{k}_d - проекция комплексного волнового вектора на нормаль к поверхности пластины; $\tilde{n}_2 = \sqrt{\tilde{\epsilon}_2 \tilde{\mu}_2}$ - комплексный показатель преломления в пластине; f - частота; c - скорость света в вакууме; λ_0 - длина волны в вакууме при заданной частоте f ; $\tilde{\epsilon}_2 = \epsilon'_2 + i\epsilon''_2$ - комплексная относительная диэлектрическая проницаемость (магнитная проницаемость $\tilde{\mu}_1 = \tilde{\mu}_2 = 1$).

В рассматриваемом случае нормального падения формулы Френеля имеют вид [1]:

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{s12} &= \frac{\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2}{\tilde{n}_1 + \tilde{n}_2}; & \tilde{t}_{s12} &= \frac{2\tilde{n}_1}{\tilde{n}_1 + \tilde{n}_2}; \\ \tilde{r}_{p12} &= \frac{\tilde{n}_2 - \tilde{n}_1}{\tilde{n}_1 + \tilde{n}_2}; & \tilde{t}_{p12} &= \frac{2\tilde{n}_1}{\tilde{n}_1 + \tilde{n}_2}; \end{aligned} \quad (2)$$

\tilde{n}_1, \tilde{n}_2 - комплексные показатели преломления. Из (2) следуют соотношения симметрии, позволяющие значительно упростить последующие преобразования формул:

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{s12} &= -\tilde{r}_{s21} = -\tilde{r}_{p12} = \tilde{r}_{p21}; \\ \tilde{t}_{s12} &= \tilde{t}_{p12} = 1 + \tilde{r}_{s12}; \\ \tilde{t}_{s21} &= \tilde{t}_{p21} = 1 + \tilde{r}_{s21} = 1 - \tilde{r}_{s12}. \end{aligned} \quad (3)$$

При нормальном падении s- и p- поляризации физически эквивалентны. Однако тройка направлений: s-, p-, и направление распространения волны может быть либо “левой”, либо “правой”. Поэтому формально

неэквивалентность направлений выражается в соотношениях $\tilde{r}_{s12} = -\tilde{r}_{p12}$, $\tilde{r}_{s21} = -\tilde{r}_{p21}$ и является следствием уравнений Максвелла, что отмечено в [1] при записи формул (2). Для пластины в вакууме свойства среды 1 совпадают со свойствами среды 3, поэтому в формулах (1) индекс 3 заменяется индексом 1. Используя (3), формулы Френеля-Эйри (1) для случая пластины в вакууме и нормального падения волны, приводятся к виду:

$$\begin{aligned} \tilde{t}_s &= \frac{(1 - \tilde{r}_{s12}^2)e^{i\tilde{\beta}}}{1 - \tilde{r}_{s12}^2 e^{2i\tilde{\beta}}} = \tilde{t}_p; \\ \tilde{r}_s &= \frac{\tilde{r}_{s12}(1 - e^{2i\tilde{\beta}})}{1 - \tilde{r}_{s12}^2 e^{2i\tilde{\beta}}} = -\tilde{r}_p. \end{aligned} \quad (4)$$

Экспериментально наблюдаются действительные величины. Для пластины в вакууме $\tilde{n}_1 = 1 = \tilde{n}_3$. Комплексный коэффициент преломления \tilde{n}_2 в пластине записывается через действительные величины n и m . $\sqrt{\varepsilon' + i\varepsilon''} = \tilde{n}_2 = n + im$. Экспериментально наблюдаемыми параметрами являются коэффициент пропускания, равный $t = |\tilde{t}_p|^2 = |\tilde{t}_s|^2$, и коэффициент отражения, равный $r = |\tilde{r}_p|^2 = |\tilde{r}_s|^2$. Поэтому возникает задача записи расчетных формул для t и r через действительные параметры m и n . При $m=0$ задача значительно упрощается. Вывод упрощенных и приближенных формул относительно t и r для пластины рассматривался в различных работах, например, в [7]. Общее решение подобной задачи для плоской границы раздела сред обсуждается в [3], кроме коэффициентов t и r приводятся формулы для тангенса угла диэлектрических потерь. Получим аналогичное общее решение для случая пластины в вакууме.

С использованием величин m и n коэффициенты \tilde{r}_{s12} и $\tilde{\beta}$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{s12} &= \frac{1 - n - im}{1 + n + im}; \\ \tilde{\beta} &= 2\pi f\tilde{n}_2 d / c = 2\pi fnd / c + i2\pi fmd / c; \end{aligned} \quad (5)$$

Комплексный множитель $\tilde{y} = e^{i\tilde{\beta}}$ в (4) представим через действительные

параметры в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= u_1 + iu_2 \\ u_1 &= u_0 \cos(2\pi fnd / c); \quad u_2 = u_0 \sin(2\pi fnd / c); \\ u_0 &= \left| e^{i\beta} \right| = e^{-2\pi fnd / c}; \end{aligned} \quad (6)$$

Формулы (4) приведем к форме записи, позволяющей определить коэффициенты пропускания и отражения, а также тангенсы диэлектрических потерь:

$$\begin{aligned} \tilde{t}_s = \tilde{t}_p &= 4 \frac{(u_1 + iu_2)(n + im)}{(B_1 + iB_2)(C_1 + iC_2)}; \\ \tilde{r}_s = -\tilde{r}_p &= \frac{(D_1 + iD_2)(F_1 + iF_2)}{(B_1 + iB_2)(C_1 + iC_2)} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} A_1 &= u_1(n - 1) - u_2m; \\ A_2 &= u_1m + (n - 1)u_2; \\ B_1 &= 1 + n - A_1; \\ B_2 &= m - A_2; \\ C_1 &= 1 + n + A_1; \\ C_2 &= m + A_2; \\ D_1 &= 1 - u_1^2 + u_2^2; \\ D_2 &= -2u_1u_2; \\ F_1 &= 1 - n^2 + m^2; \\ F_2 &= -2nm \end{aligned} \quad (8)$$

Коэффициент пропускания t (для интенсивностей) является действительной величиной и записывается в виде:

$$t = |t_s|^2 = |t_p|^2 = 16 \frac{u_0^2(n^2 + m^2)}{(B_1^2 + B_2^2)(C_1^2 + C_2^2)} \quad (9)$$

Сдвиг фазы имеет вид:

$$\delta = 2\pi fnd / c + \arctg(m / n) - \arctg(B_2 / B_1) - \arctg(C_2 / C_1) \quad (10)$$

Здесь $tg\delta$ - тангенс угла диэлектрических потерь.

Аналогично записывается коэффициент отражения r (для интенсивностей):

$$r = |r_s|^2 = |r_p|^2 = \frac{(D_1^2 + D_2^2)(F_1^2 + F_2^2)}{(B_1^2 + B_2^2)(C_1^2 + C_2^2)}; \quad (11)$$

Сдвиг фазы для отраженной волны имеет вид:

$$\delta = \arctg(D_2 / D_1) + \arctg(F_2 / F_1) - \arctg(B_2 / B_1) - \arctg(C_2 / C_1). \quad (12)$$

Здесь $tg \delta$ - тангенс угла диэлектрических потерь.

Формулы (5)-(12) определяют модель Френеля-Эйри для нормального падения.

2. Резонансные осцилляции

Диэлектрическая проницаемость воды при 20 градусах Цельсия на частоте 3 ГГц, рассчитанная по модели [13], составляет $\varepsilon = 77.3 + 12.8i$. Для этих параметров на рис.1 приведены теоретически рассчитанные графики коэффициентов пропускания (верхняя кривая) и отражения (нижняя кривая) при изменении толщины d . Затухание резонансных осцилляций обусловлено поглощением электромагнитных волн.

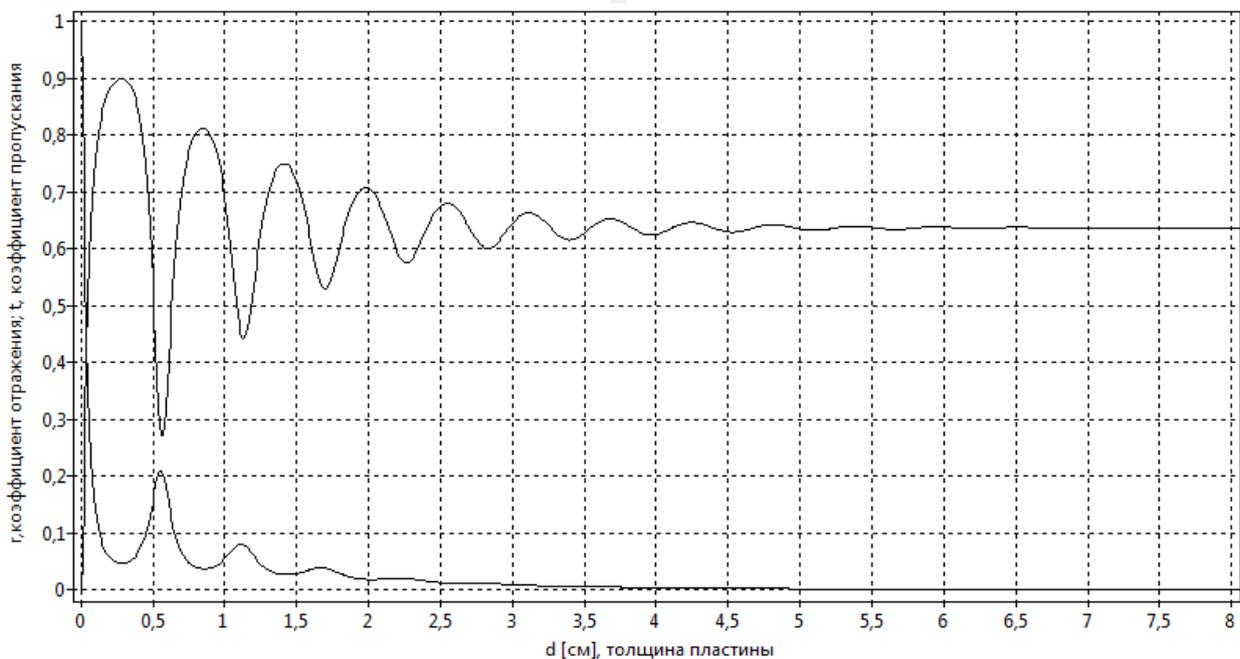


Рис.1 Затухающие резонансные осцилляции коэффициентов пропускания (верхняя кривая) и отражения (нижняя кривая) воды для комнатной температуры на частоте 3 ГГц при изменении толщины пластины d .

Поглощение электромагнитных волн у льда значительно меньше, чем у воды, поэтому осцилляции затухают более медленно. На рис.2 приведены теоретически рассчитанные графики коэффициентов пропускания и отражения для льда (частота 37.5ГГц) для толщины пластин d от 0 до 20см. Графики на рис.2 получены с использованием формул (9), (11) и соответствуют частоте реального радиометра, используемого в работах [6,14,15]. Для льда при температуре 277К на частоте 37.5ГГц имеем $\varepsilon = 3.18 + 0.0029i$ [17,18]. Пространственный период осцилляций равен 2.25мм.

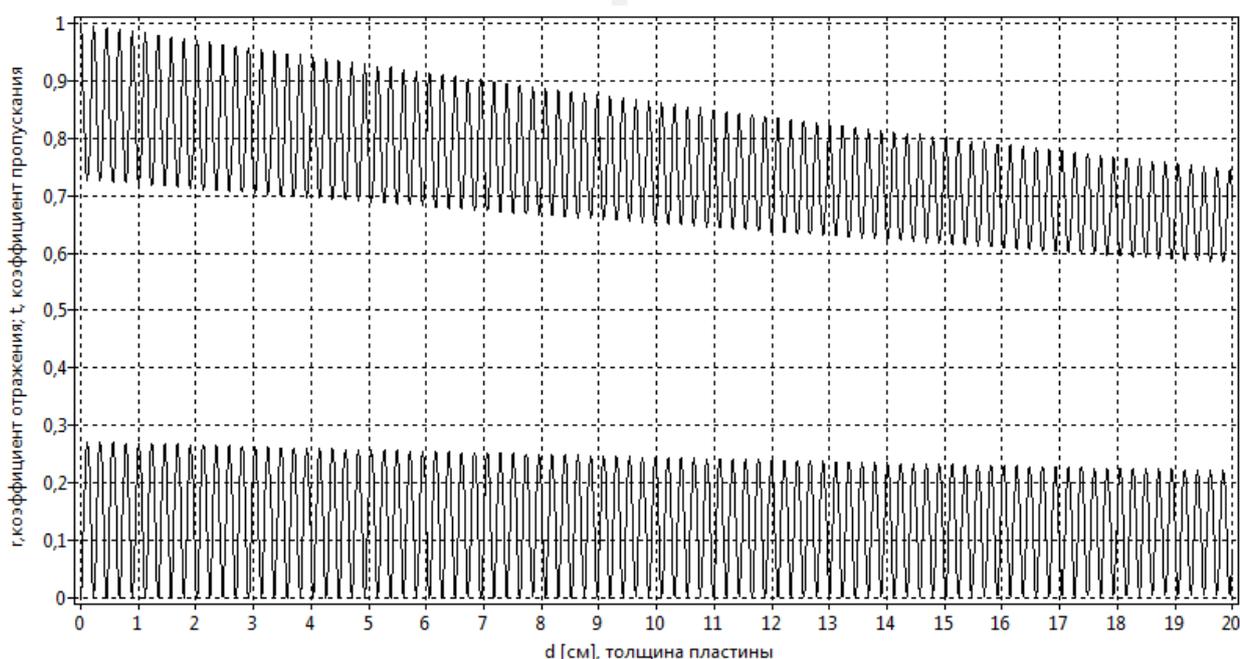


Рис.2 Резонансные осцилляции коэффициентов пропускания (верхняя кривая) и отражения (нижняя кривая) льда при частоте электромагнитных волн 37.5ГГц при изменении толщины пластины d .

Для того чтобы теоретически учесть немонохроматичность волн в модели Френеля-Эйри, рассмотрим ее усреднение по ансамблю реализаций со случайными частотами и воспользуемся принципами [11,12] и методом Монте-Карло [20,22,23]. Анализ и результаты компьютерного моделирования показывают, что усреднение по 2000 – 3000 частотным реализациям определяет устойчивость рассматриваемой модели (анализируемая частотная полоса составляла (36,5-38,6) ГГц [6,14,15,21]).

На рис.3 приведен результат усреднения ансамбля из 2000 реализаций с теми же параметрами, что и на рис.2. На толщинах пластин более 2 см резонансные осцилляции становятся незаметными на масштабах графика. При толщинах пластин, меньших 2см, остаются резонансные осцилляции, поэтому измерения в этом диапазоне параметров затруднены.

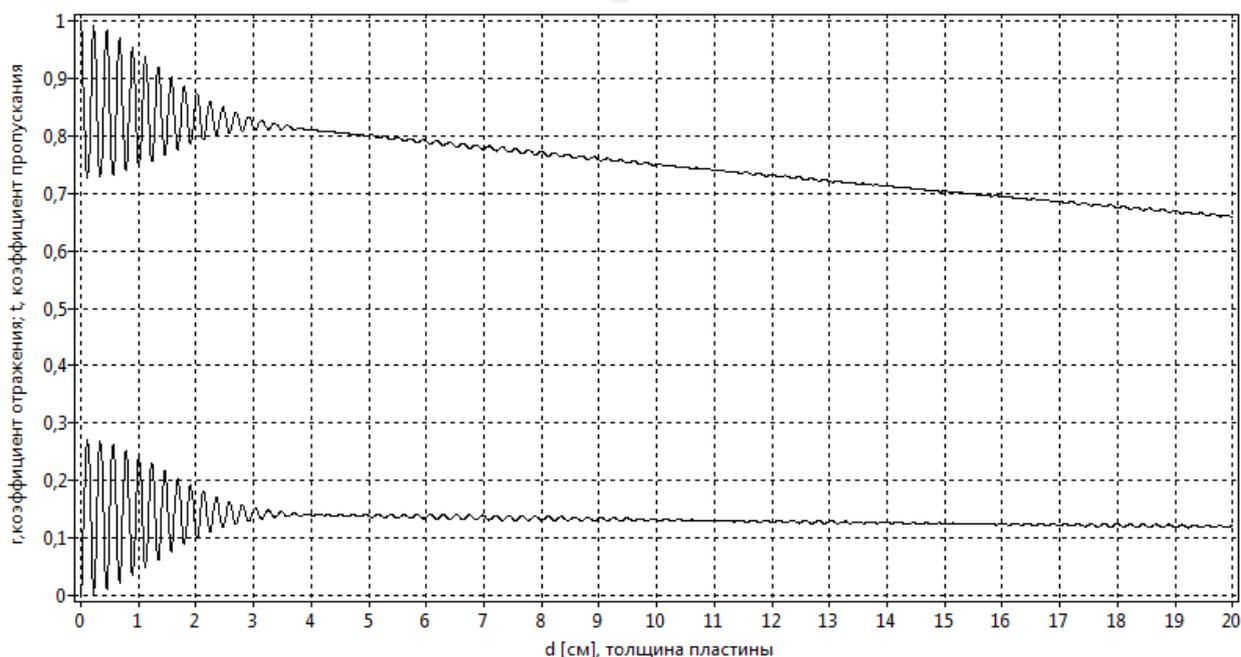


Рис.3 Уменьшение амплитуд резонансных осцилляций льда для частоты 37,5ГГц при полосе частот 2 ГГц.

Рис.4 показывает последствие формального “улучшения” качества радиометра при уменьшении его полосы пропускания до 200 МГц. Область неустранимых резонансных осцилляций увеличивается пропорционально уменьшению полосы пропускания радиометра. Измерения затрудняются при всех толщинах пластин льда, меньших 30см. Относительная ошибка для коэффициента отражения больше, чем для коэффициента прохождения. При узкой полосе частот резонансные осцилляции играют значительную роль на большем диапазоне толщин пластин. При увеличении полосы частот и толщины пластины резонансные осцилляции интерферируют между собой, их относительный вклад в полную интенсивность регистрируемого излучения уменьшается.

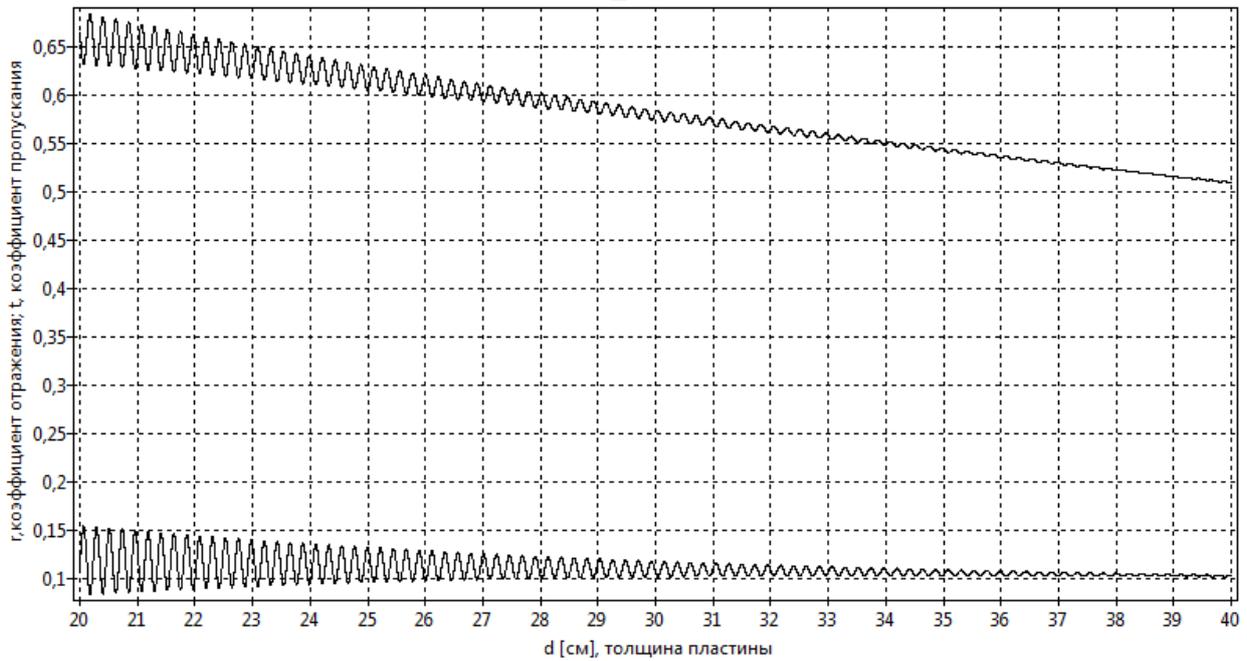


Рис.4. Неустраняемые резонансные осцилляции при полосе частот 200 МГц.

Значения диэлектрической проницаемости снега $\varepsilon = 1.51 + 0.0019i$ на частоте 35 ГГц использовались в работе [16]. В [16] для построения теоретических кривых использовалась модель Кубелки-Мунка. Экспериментально полученные точки, нанесенные на графиках, сравнивались с теоретическими кривыми. Модель Кубелки-Мунка относится к классу моделей теории переноса излучения [8-10] и не учитывает резонансные осцилляции. В работе [14] аналогичным образом использовалась более развитая модель и данные для снега. На рис.5 приведена зависимость коэффициента отражения, теоретически рассчитанная для 35 ГГц, в предположении, что полоса пропускания радиометра 2 ГГц. Из этого рисунка можно сделать общие предварительные выводы. На толщинах снега до 2 см измерения затруднены. Амплитуда малых резонансных осцилляции составляет величину порядка 0.001, она должна ограничивать точность измерения диэлектрической проницаемости. В модели Френеля-Эйри не учитывается преобразование части излучения в диффузное излучение. В модели, используемой в [16], не учитываются резонансные осцилляции. Теоретические подходы к описанию прохождения излучения через вещество многообразны и сложны [8].

Параллельное использование разных моделей для перекрестных проверок и уточнений должно быть полезным при организации лабораторных измерений и интерпретации их результатов.

На рис.6 и рис.7 изображены фрагменты теоретических графиков коэффициентов отражения и пропускания для льда. Резонансные осцилляции малой амплитуды продолжают существовать и ограничивают возможную точность измерений. Иной тип исчезновения резонансных осцилляций приведен на рис.1, он обусловлен поглощением электромагнитных волн в пластине. Эти два различные типа исчезновения резонансных осцилляций по-разному влияют на точность измерений.

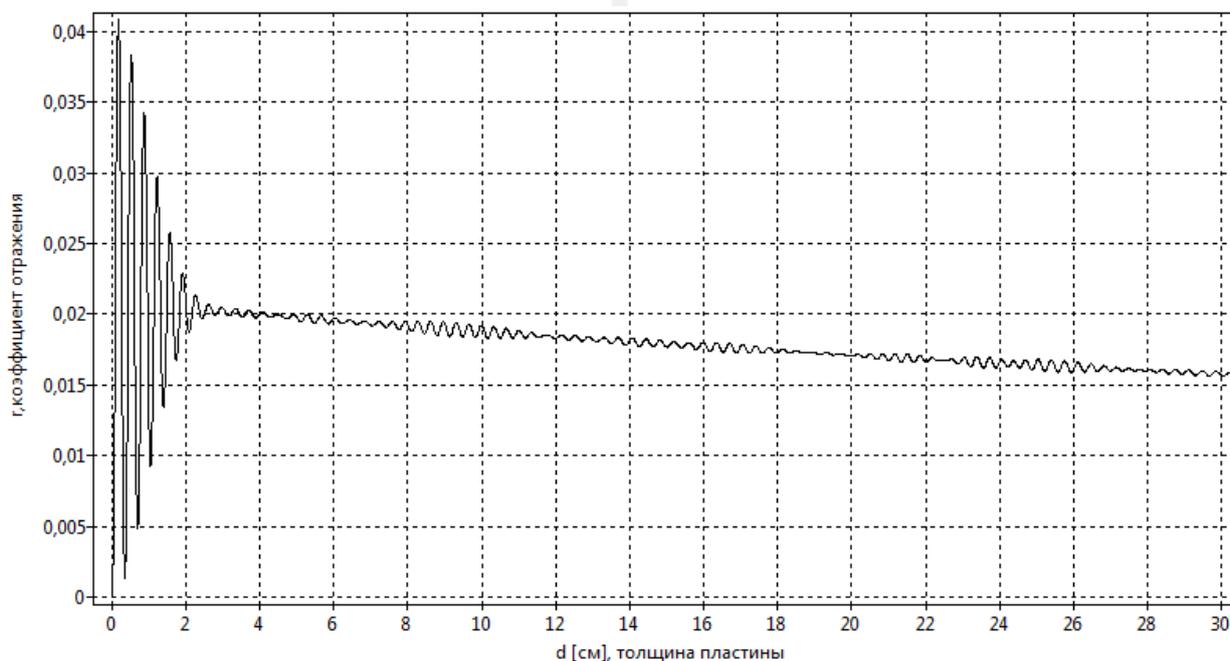


Рис.5. Резонансные осцилляции коэффициентов отражения снега для частоты электромагнитных волн 35 ГГц для толщин пластин от 0 до 30см (полоса пропускания радиометра 2ГГц).

3. Эквивалентность частоты излучения и толщины пластины в модели Френеля-Эйри

В формулах модели Френеля-Эйри (9)-(11) толщина пластины d и частота волн f входят совершенно равноправно через коэффициент $\tilde{\beta} = 2\pi f \tilde{n}_2 d / c$.

Рассмотрим набор случайных частот в виде $f_k = f \left(1 + \frac{\Delta f}{f} \xi_k \right)$, где ξ_k - нормированная случайная величина с нулевым средним значением и единичной дисперсией, f - заданное среднее значение частоты, Δf - заданное среднеквадратичное отклонение. Рассмотрим набор случайных толщин в виде $d_k = d \left(1 + \frac{\Delta d}{d} \xi_k \right)$, где ξ_k - та же нормированная случайная величина с нулевым средним значением и единичной дисперсией, d - заданное среднее значение толщины пластины, Δd - заданное среднее квадратичное отклонение. Коэффициент вариации – это отношение среднеквадратичного отклонения к средней величине [23]. При условии равенства коэффициентов вариации $\left(\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta d}{d} \right)$ имеем тождество относительно $\tilde{\beta}_k$: $\tilde{\beta}_k = 2\pi f_k \tilde{n}_2 d / c \equiv 2\pi f \tilde{n}_2 d_k / c$. Поэтому результаты усреднения по частоте и по толщине пластины должны быть одинаковыми при условии, что f_k и d_k имеют одинаковые коэффициенты вариации и сформированы ξ_k с одинаковыми распределениями.

Зависимости коэффициентов от d на рис.3 получается из зависимости, приведенной на рис.2, путем усреднения по полосе частот f с коэффициентом вариации $v=2/37,5=0.0533$. Из-за симметрии f и d поведение графика3 можно переформулировать в терминах усреднения по d . Для малых d полоса усреднения мала по сравнению с длиной резонансных осцилляций (2,8мм) и резонансные осцилляции сохраняются на графике 3. Для больших значений d полоса усреднения превосходит длину резонансных осцилляций и усреднение приводит к эффективному подавлению амплитуды осцилляций на графике 3. Рис.5 также получен с помощью аналогичного усреднения при другой средней частоте. Видно немонотонное по d уменьшение амплитуды резонансных осцилляций, в некоторых диапазонах d возникают неоднородности.

В формулу $\tilde{\beta} = 2\pi f \tilde{n}_2 d / c$ величина $\tilde{n}_2 = n + im$ входит в качестве множителя. В отличие от частоты \tilde{n}_2 - комплексная величина, кроме того она

входит в другие коэффициенты формул (9),(11). Поэтому нельзя утверждать о возможности замены усреднения по частоте усреднением по \tilde{n}_2 . С целью проверки этого факта рассмотрен вариант ансамбля моделей, в котором волна монохроматическая, но d является случайной величиной с тем же коэффициентом вариации, какой имела частота на рис.2,3,4. Видно, что рисунки практически не изменяются. Был рассмотрен вариант ансамбля моделей, в котором волна монохроматическая, но при этом n является случайной величиной с тем же коэффициентом вариации, какой имела частота на рис.2,3,4. Рисунки также практически не изменяются.

4. Анализ влияния резонансных осцилляций на точность измерения диэлектрической проницаемости

В [24,25] обсуждаются результаты измерений комплексной диэлектрической проницаемости снега на СВЧ частотах от 850 МГц до 12.6 ГГц в лабораторных условиях. В [25] для диапазона 0.5-1 ГГц приводится оценка погрешностей до 5% для действительной и до 10% для мнимой части диэлектрической проницаемости для мокрого снега. В [26] сравниваются различные резонансные методы лабораторных измерений диэлектрической проницаемости на примере полиэтилена, Alumina, $Ba(Mg_{1/3}Ta_{2/3})O_3$. На основе перечисленных литературных данных можно сделать вывод, что на частотах 5 ГГц-100 ГГц ошибки в измерениях действительной части диэлектрической проницаемости составляют 3-5% и мнимой части - в пределах 10-40%.

На рис.6 сравниваются коэффициенты отражения, полученные после усреднения по ансамблю моделей для значений ε' льда, отклоняющиеся от средней величины на величину типичной ошибки этого параметра. Из графиков видно, что резонансные осцилляции не исчезли, но уменьшились по амплитуде, их амплитуда хаотично изменяется в ограниченных пределах. Кривые на рисунке перекрываются при толщине пластины $d < 4$ см, при больших толщинах кривые не перекрываются. При уменьшении разности ε' кривые перекрываются при всех d на графике, это ограничивает возможную точность

измерений ε' . Аналогичные картины наблюдаются для кривых коэффициента пропускания при изменении ε' , а также для коэффициентов отражения ε'' .

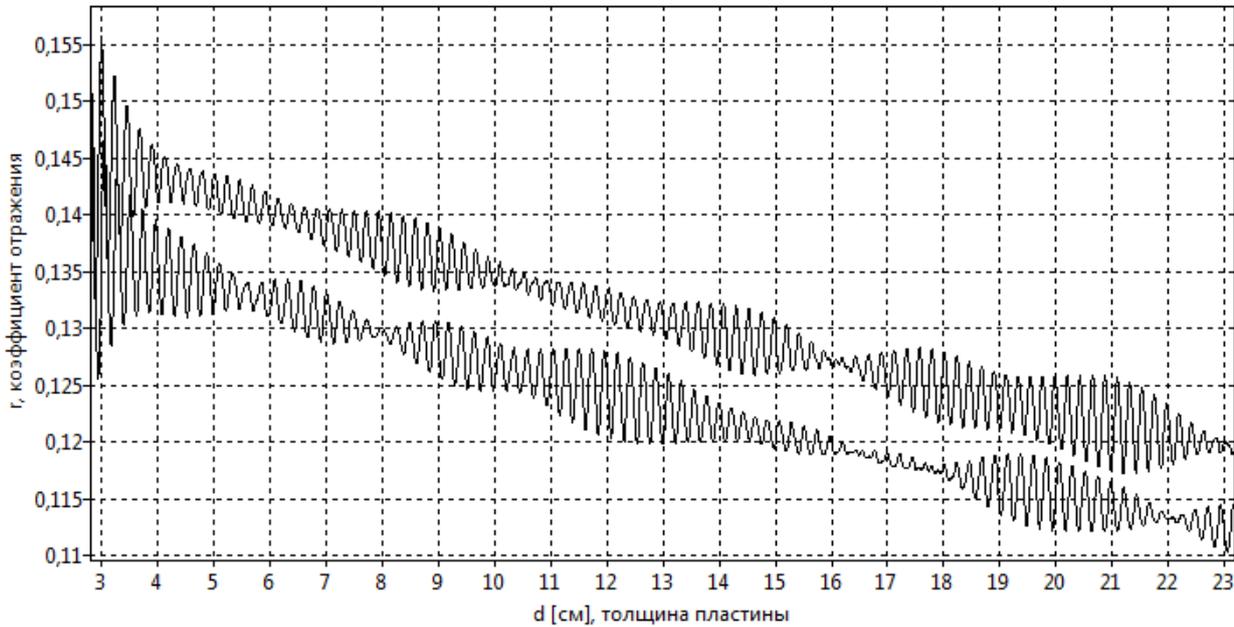


Рис.6 Графики коэффициентов отражения льда при $\varepsilon' = 3.11$ и 3.23 ; $\varepsilon'' = 0.0029$.

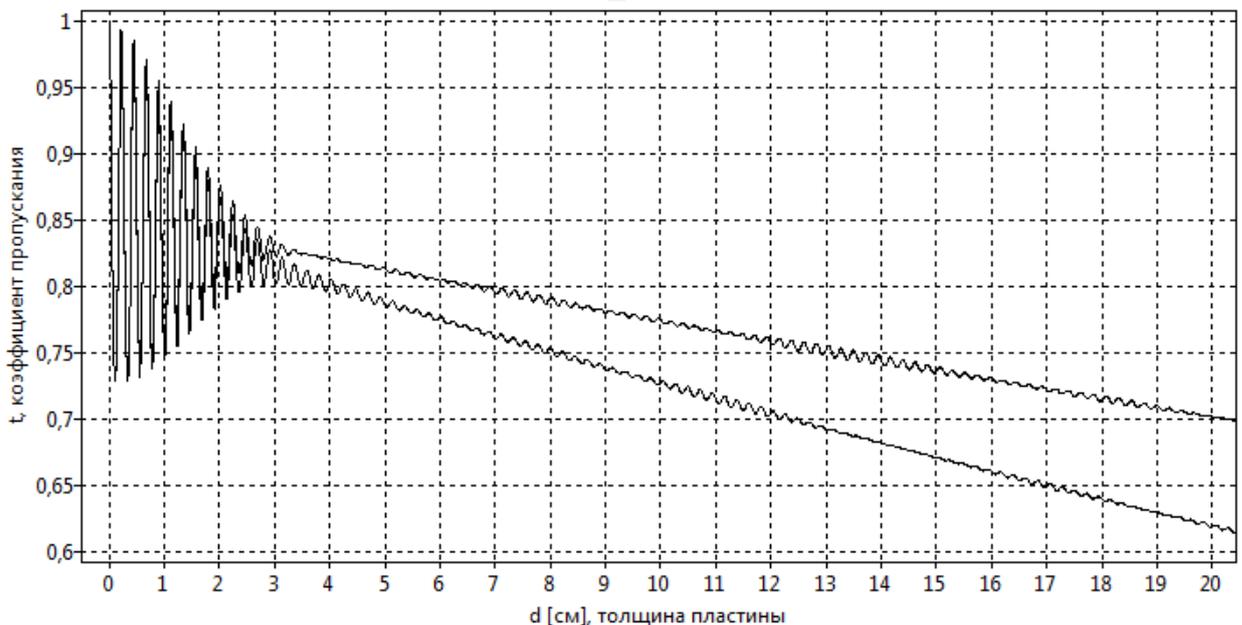


Рис.7. Графики коэффициентов пропускания льда при $\varepsilon'' = 0.0022$ и 0.0036 ; $\varepsilon' = 3.17$.

На рис.6 сравниваются коэффициенты пропускания, полученные после усреднения по ансамблю моделей для значений ε'' снега, отклоняющиеся от средней величины на величину ошибки этого параметра. Из графиков можно сделать вывод, что имеется возможность увеличить точность измерения ε'' в несколько раз, если вычислять ε'' по экспериментальным данным коэффициентов пропускания для достаточно толстых пластин.

Представления о сглаженных кривых не всегда корректно отражает поведение кривых на малых масштабах толщин пластин для сред с малым поглощением. Однако такие приближенные формулы для сглаженных кривых необходимы при построении алгоритмов автоматизированного подбора наиболее вероятных значений параметров n и m под коэффициенты отражения и пропускания, полученные в эксперименте. Эти зависимости недостаточно получить численно, так как необходимо дополнительно учитывать их частные производные по n и m . В приложении приводятся полуэмпирические формулы, полезные в частных случаях. Модель Френеля-Эйри позволяет проверить удовлетворительность таких формул сравнением графиков для коэффициентов отражения и пропускания от толщины пластины (рис.8 в приложении).

Заключение

Даны расчетные формулы коэффициентов отражения и пропускания для интенсивностей плоских электромагнитных волн для модели Френеля-Эйри в экспериментально наблюдаемых действительных переменных. Развитая модель Френеля-Эйри ограничена случаем нормального падения волн и позволяет учесть немонохроматичность электромагнитных волн.

Рассматриваемая модель применяется для изучения особенностей прохождения электромагнитного излучения в области 37.5 ГГц через плоскопараллельные пластины льда и снега. В этой области частот на зависимостях коэффициентов отражения и пропускания от толщины пластины имеются резонансные осцилляции с периодом 2.8мм для снега. Учет немонохроматичности волн, соответствующий ширине полосы пропускания радиометра 2ГГц в области частот 37.5ГГц, приводит к значительному

уменьшению амплитуд резонансных осцилляций для определенных диапазонов толщин пластин.

Термин “сглаживание” резонансных осцилляций оказывается адекватным для сред с большим поглощением, таким как вода. Для сред с малым поглощением, таких как снег и лед, в которых $\varepsilon' \gg \varepsilon''$, нельзя говорить о “сглаживании” зависимостей, хотя учет немонохроматичности приводит к значительному уменьшению амплитуд резонансных осцилляций. Расчет относительно малых неоднородных резонансных осцилляций в модели Френеля-Эйри позволяет оценивать возможную точность измерений коэффициентов отражения и пропускания в различных диапазонах толщин образцов и значений комплексной диэлектрической проницаемости пластины. Предварительные оценки указывают на возможность увеличить точность определения ε'' для льда и снега на основе измерений коэффициента пропускания для толстых образцов.

С целью уточнений результатов обработки экспериментальных данных для сред, подобных снегу, представляется перспективным параллельное использование модели Френеля-Эйри и моделей, построенных на основе теорий переноса излучения и многократного отражения волн.

Автор благодарит Короткова В.А., Новичихина Е.П., Голунова В.А., за внимание к работе и критические замечания.

Литература

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 1973, 720 с.
2. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. – М.: Наука, 1973, 343 с.
3. Шутко А. М. СВЧ-радиометрия водной поверхности и почвогрунтов. - М.: Наука, 1986, 188 с.
4. Горшков М.М. Эллипсометрия. - М.: Сов.радио, 1974, 200 с.
5. Airy В. On the Phenomena of Newton's Rings when formed between two

transparent Substances of different refractive Powers. Phil. Mag.2, 20, (1833).

6. Голунов В.А., Коротков В.А. Радиометрическое исследование диэлектрических свойств пресноводного льда в диапазоне миллиметровых волн. Препринт №24(499) ИРЭ РАН, 1988, 24 с.

7. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. – М.: Мир, 1986, 664 с.

8. Барабаненков Ю.Н. Многократное рассеяние волн на ансамбле частиц и теория переноса излучения. УФН, 1975, т.117, вып.1, С.49-78.

9. Апресян Л.А., Кравцов Ю.А. Теория переноса излучения. - М.: Наука, 1983, 216 с.

10. Кочубей В.И., Башкатов А.Н. Спектроскопия рассеивающих сред. – Саратов: Новый ветер, 2014, 87 с.

11. Rosenberg G.V. Coherence, Observability, and the Photometric Aspect of Beam Optics, App.Opt., 1973, Vol.12, No.12, pp. 2855-2862.

12. Розенберг Г.В. Абсорбционная спектроскопия диспергированных веществ, УФН, 1959, т. 69, вып. 1, с. 57-104.

13. Liebe H.J, Hufford G.A., Manabe T. A model for the complex permittivity of water at frequencies below 1 THz. International Journal of Infrared and Millimeter Waves 1991, 12(7) pp. 659-675.

14. Голунов В. А., Кузьмин А. В., Скулачев Д. П., Хохлов Г. И. Экспериментальные спектры ослабления, рассеяния и поглощения миллиметровых волн в сухом свежеснеге. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2016. №9. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/sep16/4/text.pdf>

15. Голунов В.А. Когерентное ослабление электромагнитных волн в слабопоглощающих плотных случайных дискретных (снегоподобных) средах. Радиотехника и электроника, 2015, т.60, №1, с. 31-37.

16. Devis R.E., Dozier J., Chang A.T.C. Snow Property Measurements Correlative to Microwave Emission at 35 GHz. IEEE Transactions on Geoscience and remote sensing, Vol. GE-25, No.6, 1987, 751-757.

17. Jonathan H. Jiang, Dong L. Wu. Ice and water permittivities for millimeter and sub-millimeter remote sensing applications. *Atmos. Sci. Let.* (2004) 5: 146–151.
18. Узлов В.А., Шишков Г.И., Щербаков В.В. Основные физические параметры снежного покрова. Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева, 2014. № 1(103), с. 119-129.
19. Голунов В.А., Коротков В.А., Сухонин Е.В. Эффекты рассеяния при излучении миллиметровых волн атмосферой и снежным покровом. Итоги науки и техники, сер. Радиотехника, т.41, М., ВИНТИ, 1990, с. 68-136.
20. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975, 648 с.
21. Golunov V. A., Varabanenkov Yu.N. Radiometric methods of measurement of the total reflectivity, the total transmissivity and the coherent transmissivity of a weakly absorbing random discrete medium layer in the millimeter wavelengths range // Proc. Progress In Electromagnetics Research Symp. Moscow, Russia, August 19-23, 2012, pp. 1415-1418.
22. Box G. E. P. and Muller Mervin E. A Note on the Generation of Random Normal Deviates, *The Annals of Mathematical Statistics* (1958), Vol. 29, No. 2 pp. 610–611.
23. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – СПб: Лань, 2003. 832 с.
24. Tiuri M., Sihvola A.H., Nyfors E.G., Hallikainen M.T.. The complex dielectric constant of snow at microwave frequencies. *IEEE J.Ocean Eng.*, Vol.OE-9, 1984, pp. 377-382.
25. Devis R.E., Dozier J., Chang A.T.C. Snow Property Measurements Correlative to Microwave Emission at 35 GHz. *IEEE Transactions on Geoscience and remote sensing*, Vol. GE-25, No.6, 1987, pp. 751-757.
26. Jyh Sheen. Comparisons of microwave dielectric property measurements by transmission/reflection techniques and resonance techniques Comparisons of microwave dielectric property measurements by transmission/reflection techniques and resonance techniques. *Meas. Sci. Technol.* 20 (2009) 042001 (12p.).

Приложение. Приближенные формулы для сглаженных коэффициентов отражения и пропускания.

Перепишем формулы (9) и (11) в виде

$$t = 16u_0^2(n^2 + m^2)Z$$

$$r = ((1 - n^2 + m^2)^2 + 4m^2n^2)ZD^2;$$

$$Z = \frac{1}{\left((1+n)^2 + m^2 + A_1^2 + A_2^2\right)^2 - 4(A_1(1+n) + A_2m)^2}$$

$$D^2 = D_1^2 + D_2^2 = 1 + u_0^4 + 2u_0^2 \cos 2\eta;$$

$$\eta = 2\pi fnd / c$$

Для значений параметров $m \ll n < 2$ (для снега и снегоподобных сред) удовлетворительным оказывается приближение, когда в Z опущены члены с осциллирующими переменными A_1, A_2 ; а в D опущен осциллирующий член, содержащий $\cos(2\eta)$.

$$\begin{aligned} \bar{t} &= \frac{16u_0^2(n^2 + m^2)}{(1 - n^2 + m^2)^2}; \\ \bar{r} &= \frac{(1 + u_0^2)((1 - n^2 + m^2)^2 + 4m^2n^2)}{(1 - n^2 + m^2)^2} \end{aligned} \quad (\text{П1})$$

В [25] в качестве примера среды с малым поглощением и большим коэффициентом преломления приводится alumina (глинозем), имеющая на частоте 18.2 ГГц $\varepsilon = 10 + 0.001i$. Для гауссовского распределения частот с полосой равной 1 ГГц после усреднения получается зависимость коэффициентов от толщины пластины, приведенная на рис.8. Горизонтальные сплошные линии – сглаженные кривые, получены по формулам:

$$\begin{aligned} \bar{t} &= \frac{16u_0^2(n^2 + m^2)}{\left((1+n)^2 + m^2\right)^2 - u_0^4 \left((1-n)^2 + m^2\right)^2}; \\ \bar{r} &= \frac{(1 + u_0^2)((1 - n^2 + m^2)^2 + 4m^2n^2)}{(1 - n^2 + m^2)^2} \end{aligned} \quad (\text{П2})$$

Эти же формулы опробовались также на модели дистиллированной воды, имеющей более сложные графики.

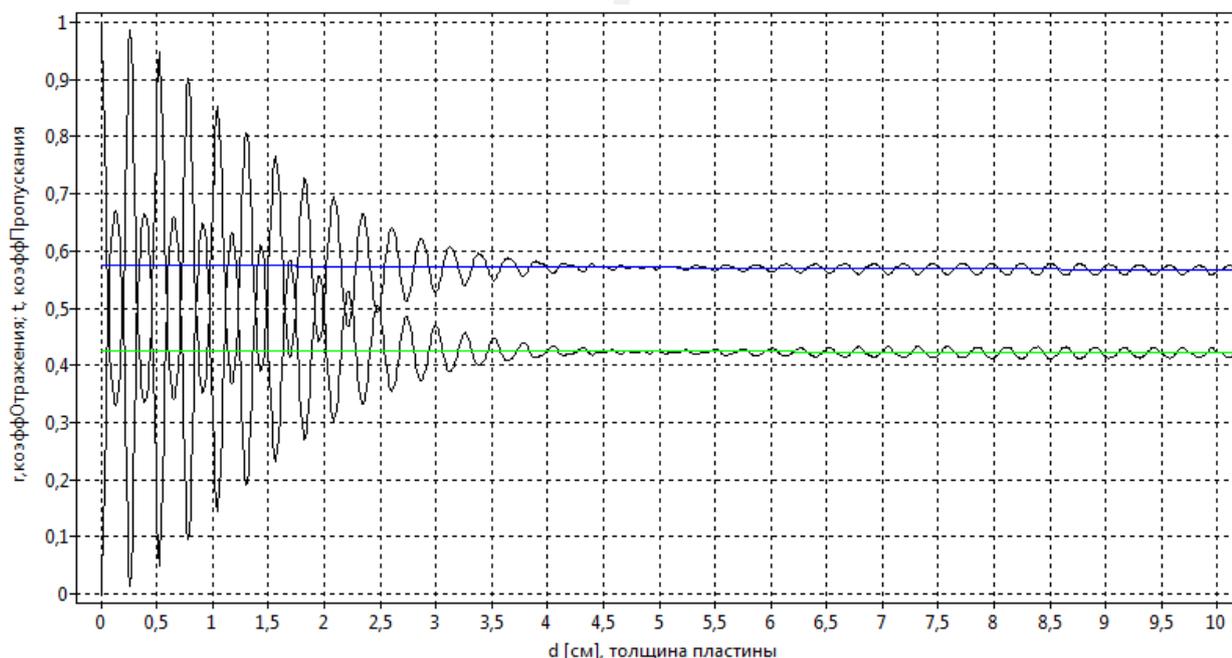


Рис.8 Затухание резонансных осцилляций в среде с малым поглощением и большим коэффициентом преломления.

Для подбора n и m по экспериментальным данным t и g недостаточно воспроизвести численно зависимости t и g от толщины пластины. Необходимы также частные производные по n и m , поэтому приходится строить полуэмпирические формулы. Модель Френеля-Эйри позволяет проверить удовлетворительность таких формул сравнением графиков для коэффициентов отражения и пропускания от толщины пластин. Кроме того, модель Френеля-Эйри позволяет оценить ограничения на точность измерений из-за резонансных осцилляций (рис.6,7), а также диапазоны толщин пластин, где измерения оказываются затруднены (см. рис3,4,5). Выражения (П1) и (П2) носят полуэмпирический характер и могут служить образцами при попытках построить варианты аналогичных формул для других диапазонов параметров.

Ссылка на статью:

М. Г. Евтихов. Применение модели Френеля-Эйри при исследовании резонансных осцилляций плоских электромагнитных волн. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2017. №9. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/sep17/11/text.pdf>