# УДК 621.396.67

# СИНТЕЗ И АНАЛИЗ БИФОКАЛЬНЫХ ДВУХЗЕРКАЛЬНЫХ СИСТЕМ

В. А. Калошин<sup>1</sup>, Д. Т. Ле<sup>2</sup>

## <sup>1</sup> Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова Российской академии наук, 125007, г. Москва, ул. Моховая д. 11, стр.7. <sup>2</sup> Московский физико-технический институт (ГУ), 141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер. 9

Статья поступила в редакцию 4 сентября 2018 г.

Аннотация. Развита методика синтеза бифокальных двухзеркальных систем, преобразующих две расходящиеся цилиндрические волны в сходящиеся или плоские. Методика основана на известном подходе с заданием начального участка зеркала и последовательного нахождения других участков. Методика обеспечивает гладкость полученного решения. В качестве примера проведен синтез двух вариантов бифокальных двухзеркальных систем с разными наборами параметров и анализ их аберраций. С использованием метода конечных элементов проведено численное исследование характеристик сканирования планарной бифокальных антенны.

Ключевые слова: двухзеркальные системы, бифокальные системы, планарные антенны, аберрации, сканирование.

Abstract. A technique is developed for the synthesis of bifocal two-mirror systems that convert two divergent cylindrical waves into convergent or flat ones. The technique is based on the well-known approach with setting the initial portion of the mirrors surface and sequentially finding other areas. The technique ensures the smoothness of the obtained solution. As an example, we synthesized two variants of bifocal two-mirror systems with different sets of parameters and an analysis of their aberrations. Analysis of aberrations showed that the lens, which forms flat fronts at the output, has a mean-square aberration  $5 \cdot 10^{-4}$ , and for a lens with symmetrical focal curves it is  $3.5 \cdot 10^{-3}$ .Using the finite element method, a numerical study of the scanning characteristics of a planar

bifocal two-mirror antenna was carried out. A numerical experiment was performed to confirm the scanning properties of the synthesized two-mirror systems. A cylindrical two-mirror antenna with a width of 160 mm and a height of 1.7 mm was located inside a planar metal waveguide of the same height and was excited by an H- sectorial horn with an input section of  $7.2 \times 1.7$  mm and an output cross-section of  $14 \times 1.7$  mm at a frequency of 37.5 GHz. The geometry of the focal curve was obtained by optimization by the criterion of maximum gain. In this case, the direction of the axis of the horn radiator was also optimized. Losses in metal were not taken into account in the calculation. The antenna efficiency is more than 0.8 in the sector of angles  $\pm 25$  degrees. **Key words:** two-mirror systems, bifocal systems, planar antennas, aberrations, scanning.

## Введение

Задача синтеза бифокальной двухзеркальной системы формирующей на выходной поверхности два плоских волновых фронта, рассматривалась многими авторами [1 - 22]. Как правило, для решения задачи использовалась методика синтеза, предложенная в работах [1 - 3] и развитая в работах [6, 8, 13-20, 22]. Эта методика основана на нахождении узловых (опорных) точек, в которых с законов геометрической оптики использованием находятся нормали К поверхности зеркал, удовлетворяющие условиям фокусировки при расположении источника в двух точках (фокусах). Затем, путем интерполяции определяются поверхности зеркал. Недостатком подхода такого является априори приближенный характер полученного решения. При этом также остается открытым вопрос о сходимости соответствующего алгоритма при увеличении числа опорных точек с целью повышения точности решения задачи.

В работах Б.Е.Кинбера и его учеников [5, 7, 9 - 11] была предложена методика решения задачи синтеза двухзеркальной системы, преобразующей две расходящиеся сферические или цилиндрические волны в сходящиеся или плоские,

основанная на известном подходе к решению дифференциальных уравнений с запаздывающим (отклоняющимся) аргументом [23]. Методика основана на задании начального участка поверхности одного из зеркал и последовательного нахождения других участков зеркал. Для получения гладкого решения в работах приведены условия сопряжения с требованием непрерывности функций, описывающих поверхности, а также их производных на границах этих участков. К сожалению, эта методика была реализована только для одного частного случая двумерной двухзеркальной системы с практическим полным отсутствием описания полученного решения [11]. Кроме того, в этих работах отсутствует ответ на вопрос о выборе начального участка.

Следует отметить, что для трехмерного случая в работе [12] был проведен синтез бифокальной трехзеркальной системы с параболическим главным зеркалом и двумя соприкасающимися вспомогательными зеркалами.

В работе [21] также для трехмерного случая с использованием, близкой методики и оптимизации поверхностей обеих зеркал было получено приближенное решение задачи синтеза бифокальной двухзеркальной антенны.

В данной работе на основе последовательного нахождения участков зеркал развита методика точного решения задачи синтеза двумерных (цилиндрических) бифокальных двухзеркальных систем в приближении геометрической оптики, приведены примеры синтезированных систем и проведен анализ их аберраций. С использованием метода конечных элементов для случая планарной бифокальной двухзеркальной антенны, формирующей два идеальных плоских фронта, проведен численный эксперимент, в результате которого получены характеристики сканирования при перемещении рупорного облучателя по оптимизированной фокальной кривой.

## 1. Синтез бифокальной двухзеркальной системы

Рассмотрим двумерную задачу синтеза бифокальной двухзеркальной системы, с каждой стороны которой расположены два симметричных

относительно оси *y* (рис. 1) фокуса (точки идеальной фокусировки). Зеркальная система фокусирует поле источника цилиндрической волны, расположенного в одном из двух ее фокусов (точка  $F_1$  или  $F_2$ , рис.1), соответственно, в фокус  $F_3$  или  $F_4$  или наоборот.



Рис. 1. Бифокальная двухзеркальная система.

Предположим, что лучи цилиндрической волны из точек идеальной фокусировки  $F_1$  и  $F_2$ , проходящие через центр системы (точку O), отражаются от второго зеркала в точках A и C, соответственно, и падают на первое зеркало в точках B и D, соответственно. Зададим профиль центрального участка первого зеркала (BD) в виде параболической функции:  $y_1(x) = a_0 + a_2 x^2$  ( $-h_1 \le x \le h_1$ ), а

центрального участка второго зеркала (*AC*) в виде параболической функции:  $y_2(x) = b_o + b_2 x^2$  ( $-h_2 \le x \le h_2$ ). Отсюда имеем:  $x_D = -h_1$ ;  $y_D = y_1(-h_1)$ ;  $x_B = h_1$ ;  $y_B = y_1(h_1)$ ;  $x_A = -h_2$ ;  $y_A = y_2(-h_2)$ ;  $x_C = h_2$ ;  $y_C = y_2(h_2)$ ;  $\alpha = arctg(x_A / y_A)$  - угол между осью y и центральным лучом *AB*;  $\gamma_A = arctg(y'_2(x_A))$  - угол между осью x и касательной прямой второго зеркала в точке A;  $\theta_A = 90^0 - \alpha$  - угол между осью x и лучом *AB* в точке A;  $\phi_A = \theta_A + 2\gamma_A$  - угол между осью x и падающим лучом в точке A;  $F_1A = \rho_1$  - первое фокальное расстояние;  $\gamma_B = arctg(y'_1(x_B))$  - угол между осью x и лучом x и касательной прямой первого зеркала в точке B;  $\theta_B = 90^0 - \alpha$  угол между осью x и лучом x и касательной прямой первого зеркала в точке B;  $\theta_B = 90^0 - \alpha$  угол между осью x и лучом x и касательной прямой первого зеркала в точке B;  $\theta_B = 90^0 - \alpha$  угол между осью x и лучом из точке B;  $\phi_B = \theta_B + 2\gamma_B$  - угол между осью x и падающим лучом из точке B;  $F_3 = \rho_2$  - второе фокальное расстояние.

Из геометрии лучей на рис. 1 нетрудно получить координаты фокусов  $F_1$  и  $F_3$ :

$$x_{F1} = x_A - \rho_1 \cos \phi_A \; ; \; y_{F1} = y_A - \rho_1 \sin \phi_A \; ;$$
$$x_{F3} = x_B + \rho_2 \cos \phi_B \; ; \; y_{F3} = y_B + \rho_2 \sin \phi_B .$$

Пусть луч из фокуса  $F_1$  отражается от второго зеркала в некоторой точке Pв интервале  $-h_2 \le x_P \le h_2$ . Тогда угол между осью x и падающим лучом в точке P $\phi_P = arctg((y_P - y_{F1})/(x_P - x_{F1}))$ , где  $y_P = y_2(x_P)$ ;  $\gamma_P = arctg(-y'_2(x_P))$  - угол между осью x и касательной прямой второго зеркала в точке P;  $\theta_P = \phi_P + 2\gamma_P$ угол между осью x и отраженным лучом в точке P.

Предположим, что отраженный луч падает на первое зеркало в точке *Q*. Координаты точки *Q* имеют вид:

$$x_Q = x_P + t_1 \cos \theta_P; \ y_Q = y_P - t_1 \sin \theta_P \tag{1}$$

где -  $t_1 = |PQ|$ .

 $r_{1} = \sqrt{(x_{P} - x_{F1})^{2} + (y_{P} - y_{F1})^{2}}; \qquad |AB| = \sqrt{(x_{R} - x_{A})^{2} + (y_{R} - y_{A})^{2}};$ 

Для обеспечения фокусировки потребуем равенство эйконалов всех лучей, выходящих из фокуса  $F_1$  и после отражения от зеркалов попадающих в точку  $F_3$ . В результате получаем уравнение:

$$r_1 + t_1 + r'_1 = \rho_1 + AB + \rho_2; \qquad (2)$$

где

$$r'_{1} = \sqrt{(x_{F3} - x_{Q})^{2} + (y_{F3} - y_{Q})^{2}} = \sqrt{(x_{F3} - x_{P} - t_{1}\cos\theta_{P})^{2} + (y_{F3} - y_{P} + t_{1}\sin\theta_{P})^{2}}$$
Перегруппируя и возводя обе части уравнения (2) в квадрат, получаем:

$$t_1 = -B_1 / A_1; (3)$$

где 
$$A_1 = 2(y_{F3} - y_P)\sin\theta_P - 2(x_{F3} - x_P)\cos\theta_P + 2(l_0 - r_1);$$
  $l_0 = \rho_1 + AB + \rho_2;$   
 $B_1 = (x_{F3} - x_P)^2 + (y_{F3} - y_P)^2 - (l_0 - r_1)^2.$ 

После определения  $t_1$  из (3), находим  $x_Q$  и  $y_Q$  из (1). При изменении  $x_P$  от  $-h_2$  до  $h_2$  получаем участок *BE* на первом зеркале.

Для определения нового участка второго зеркала, из фокуса  $F_4$  пускаем на первое зеркало луч, отражающийся от него в некоторой точке M в интервале –  $h_1 \le x_M \le h_1$ . Тогда угол между осью x и падающим лучом в точке M:  $\theta_M = arctg(-(y_{F4} - y_M)/(x_{F4} - x_M))$ , где  $y_M = y_1(x_M)$ ;  $\gamma_M = -arctg(y'_1(x_M))$  - угол между осью x и касательной прямой первого зеркала в точке M;  $\phi_M = \theta_M - 2\gamma_M$  угол между осью x и отраженным лучом в точке M.

Предположим, что отраженный луч от второго зеркала падает на первое зеркало в точке *N*. Координаты точки *N* имеют вид:

$$x_N = x_M + t_2 \cos \phi_M; \ y_N = y_M + t_2 \sin \phi_M$$
 (4)

где  $t_2 = |MN|$ .

Для обеспечения фокусировки потребуем равенство эйконалов всех лучей, выходящих из фокуса  $F_4$  и после отражения от зеркалов попадающих в точку  $F_2$ . В результате, получаем уравнение:

$$r_2 + t_2 + r'_2 = \rho_1 + AB + \rho_2;$$
 (5)

где  $r_2 = \sqrt{(x_{F4} - x_M)^2 + (y_{F4} - y_M)^2};$ 

$$r'_{2} = \sqrt{(x_{F2} - x_{N})^{2} + (y_{F2} - y_{N})^{2}} = \sqrt{(x_{F2} - x_{M} - t_{2}\cos\phi_{M})^{2} + (y_{F2} - y_{M} - t_{2}\sin\phi_{M})^{2}}.$$

Перегруппируя и возводя обе части уравнения (5) в квадрат, получаем:

$$t_2 = -B_2 / A_2; (6)$$

где  $A_2 = 2(l_0 - r_2) - 2(y_{F2} - y_M) \sin \phi_M - 2(x_{F2} - x_M) \cos \phi_M$ ;  $B_2 = (x_{F2} - x_M)^2 + (y_{F2} - y_M)^2 - (l_0 - r_2)^2$ .

После определения  $t_2$ , находим  $x_N$  из (6) и  $y_N$  из (4). При изменении  $x_M$  от  $-h_1$  до  $h_1$  находим участок *CW* в втором зеркале.

Затем из фокуса  $F_1$  снова пускаем на найденный участок *CW* второго зеркала луч и определяем новый участок первого зеркала. Затем из фокуса  $F_4$  пускаем на найденный участок *BE* первого зеркала луч, определяем новый участок второго зеркала и т.д.

В качестве примера были синтезированы две бифокальные двухзеркальные системы с величиной апертуры D=1, толщиной  $d_0=0.5$  и различными величинами  $\rho_2$ : 1)  $\rho_2 = \rho_1 = 1.2$  2)  $\rho_1=1.2, \rho_2 = \infty$ .

# 2. Анализ бифокальных систем

Для анализа качества синтезированных двухзеркальных систем вычислялась нормированная среднеквадратическая аберрация (СКА) эйконала на выходе системы:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (L_i - L_o)^2 / N};$$
(9)

где  $L_i$  – длина оптического пути луча с номером *i* от источника до точки фокусировки;  $L_0$  – длина центрального луча; N = 50 – число учтенных лучей.

Значение параметров центральных участков поверхностей линзы  $a_0$ ,  $a_2$ ,  $h_1$ ,  $b_0$ ,  $b_2$ ,  $h_2$  оптимизирровалмсь так, чтобы величина СКА в заданном угле зрения была наименьшей (в данной работе для угла зрения 50 градусов). В результате оптимизации получаем следующие величины параметров:

- для линзы с симметричными фокальными кривыми: - $a_0=b_0=-0.25$ ; - $a_2=b_2=0.25$ ;  $h_1=h_2=0.1$ ;

- для линзы, формирующей на выходе плоские фронты: *a*<sub>0</sub>=0.25; *a*<sub>2</sub>=-0.01; *h*<sub>1</sub>=0.005; *b*<sub>0</sub>=-0.25; *b*<sub>2</sub>=0.1; *h*<sub>2</sub>=0.055.

На рис. 2 показана геометрия системы с симметричными фокальными кривыми и ход лучей для положения источника в фокусе системы (рис. 2а) и в центре фокальной кривой (рис. 2б). Синие линии – лучи из первого фокуса, зеленые линии – отраженные лучи от второго зеркала и красные – отраженные лучи от первого зеркала. В силу симметрии расположения фокусов оба зеркал – одинаковые. Зависимость от угла зрения нормированной СКА бифокальной двухзеркальной системы с симметричными фокальными кривыми показана на рис. 4 (кривая 1). На рис. 3 показана геометрия синтезированной бифокальной двухзеркальной системы, формирующей плоские фронты и ход лучей для положения источника в фокусе системы (рис. 3а) и в центре фокальной кривой (рис. 3б). Синие линии –лучи из первого фокуса, зеленые линии – отраженные лучи от второго зеркала и красные – отраженные лучи от первого зеркала. Зависимость от угла зрения нормированной СКА бифокальной двухзеркальной системы, формирующей плоские фронты и ход лучей для.

На рис.26 видно, что при положении источника в центре фокальной кривой лучи, прошедшие через двухзеркальную систему, не пересекаются в одной точке (как на рис.2а), т.е. появляется аберрация. Также, из-за возникновения аберрации,

лучи на рис.36 после прохождения двухзеркальной системы не являются в точности параллельными.



б) источник в центре фокальной кривой

Рис. 2. Геометрия бифокальной двухзеркальной системы с симметричными фокальными кривыми и ход лучей



Рис. 3. Геометрия бифокальной двухзеркальной системы, формирующей плоские фронты и ход лучей.



Рис. 4. Зависимость нормированной СКА от угла зрения бифокальной двухзеркальной системы. Кривая *1* – для системы с симметричными фокальными кривыми, кривая 2 – для системы, формирующей плоские фронты.

Как видно на рис.4, для двухзеркальной системы, формирующей на выходе плоские фронты, величина СКА для угла зрения 50 градусов примерно равна 5<sup>-10<sup>-4</sup></sup>, что существенно меньше, чем для системы с симметричными фокальными кривыми (3.510<sup>-3</sup>).

Для подтверждения сканирующих свойств второй синтезированной системы был проведен численный эксперимент. Трехэтажная бифокальная двухзеркальная антенна (рис. 5) с апертурой  $D=160 \times 11.7$  мм и высотой этажей (планарных волноводов) h=1.7 мм возбуждалась H- секториальным рупором с входным сечением  $7.2\times1.7$  мм, выходным сечением  $14\times1.7$  мм на частоте 37.5 ГГц. Переходы между этажами выполнены в виде щелей шириной d1=d2=1.7мм одинаковой формы с примыкающими к ним зеркалами (на рис.5 не показаны).

На рис. 6. приведены характеристики сканирования антенны при перемещении рупорного облучателя по фокальной кривой. Расчет проводился методом конечных элементов. Геометрия фокальной кривой была получена путем оптимизации по критерию максимального усиления. При этом также

оптимизировалось направление оси рупорного облучателя.



Рис. 5. Конструкция бифокальной двухзеркальной системы.



Рис. 6. Зависимость коэффициента усиления бифокальной двухзеркальной системы от угла сканирования при  $\beta = 10^{0}$ .

На рис. 7. показана соответствующая зависимость КИПа бифокальной двухзеркальной системы от угла сканирования.



Рис. 7. Зависимость КИП бифокальной двухзеркальной системы от угла сканирования.

Несмотря на небольшой провал в центре сектора сканирования, уровень КИПа в 50 – градусном секторе углов сканирования достаточно высок (более 0.8). Постепенное его уменьшение с увеличением угла сканирования объясняется как увеличением аберраций, так и уменьшением эквивалентной апертуры. При этом сектор сканирования по уровню КИПа 0.5 превышает 85 градусов.

#### Заключение

Как показал анализ аберраций синтезированных двухзеркальных систем, развитая в работе методика позволяет получать точное решение задачи синтеза бифокальной двухзеркальной системы с заданными параметрами. Численное исследование характеристик сканирования электродинамической модели бифокальной двухзеркальной антенны подтвердило ее широкий угол зрения.

### Литература

- Rao B.L.J., Wolf E.A., Schmidt R.F. Bifocal dual reflector antenna // Proc. of IEEE AP–S Int. Simp. – 1972. - V.10.- P.225.
- 2. Kujiazawa H., Karikomi M. Multiple-beam antenna for domestic communication satellites // IEEE Trans. on AP. 1973. vol. 21. C.

876-878.

- 3. Rao B.L.J. Bifocal dual reflector antenna // IEEE Trans. on AP. 1974. vol.22. P. 711-714.
- Галимов Г.К., Кузнецов Л.Н. К расчету профилей бифокальных двухзеркальных апланатических антенн // Радиотехника. — 1975. — № 5, т. 10. — С. 43-48.
- 5. Кинбер Б.Е., Классен В.И., Стеблин В.И. К теории бифокальных систем //В кн.: Волны и диффракция. М.: ИРЭ АН СССР. 1981. С. 101-104.
- Rappaport C.M. The Offset Bifocal Reflector Antenna // in Proc. Int. IEEE APS Symp. — 1982. — P. 265-268.
- 7. Кинбер Б.Е., Классен В.И., Стеблин В.И. Теория трехмерных бифокальных антенн // Радиотехника и электроника. 1983. вып. 8. С. 1509-1517.
- Rappaport C.M. An Offset Bifocal Reflector Antenna Design for Wide-Angle Beam Scanning // IEEE Trans. on AP. — 1984. — vol. 32. — C. 1196-1204.
- Вааз И.Л., Кинбер Б.Е. Полифокальные системы метод согласованных отображений // Радиотехника и электроника. — 1986. — вып. 8. — С. 1507-1515
- 10.Бодулинский В.К. Трехмерные симметричные бифокальные системы // Компьютерная оптика. 1987. № 1. С. 79-84.
- Классен В.И., Кинбер Б.Е., Шишлов А.В., Тоболев А.К. Гибридные и полифокальные антенны. Обзор // Антенны. — 1987. — № 34. — С. 3-24.
- Shishlov A.V., Shitikov A.M. Multibeam offset reflector antenna with wide field of view in one plane // in Proc. of 27 Sci. Conf. on Antenna Theory and Technology. — Moscow, 1994. — P. 227-230.
- 13. Lorenzo M.E., Rappaport C.M., Pino A.G. A bifocal reflector antenna with Gregorian configuration // in Proc. Int. IEEE APS Symp. — 1996. — vol. 1. — P. 234-237.

- Rappaport C.M., Craig W.P. High aperture efficiency symmetric reflector antennas with up to 60° field of view // IEEE Trans. on Antennas and Propag. 1991. V. AP-39. No. 3. P. 336-344.
- Craig W.P., Rappaport C.M., Jeffrey S.M. A high aperture efficiency, wide angle scanning offset reflector antenna // IEEE Trans. on Antennas and Propag. — 1993. — vol. 41, no. 11. — C. 1481-1490.
- 16. Pino A.G., et al. A Shaped Dual-Reflector Antenna with a Tilting Flat Subreflector for Scanning Applications // IEEE Trans. on AP. — 1995. vol. 43, no. 10. — P. 1022-1028.
- Lorenzo M.E., Rappaport C.M., Pino A.G. An offset bifocal reflector antenna with Gregorian configuration // in Proc. Int. IEEE APS Symp. — 1997. — vol. 3.— P. 1655-1658.
- Pino A.G., et al. Reflector antenna solutions for multisatellite DBS reception // in Proc. of IEEE AP-S Intern. Symp. — 2001. — vol. 2. — C. 284-287.
- Garcia-Pino A., Llombart N., Gonzalez-Valdes B., Rubinos-Lopez O. A bifocal ellipsoidal Gregorian reflector system for THz imaging applications // IEEE Trans. on AP. — 2012. — vol. 60, no. 9. — P. 4119-4129.
- 20. Antonio García-Pino, Borja Gonzalez-Valdes Beatriz, Mencia-Oliva Jesús Graj al de la Fuente and others. Bifocal Reflector Antenna System for Radar Imaging at 300 GHz // 2013 7th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP), pp. 3814 - 3818, April 2013.
- Plastikov A.N. A High-Gain Multi-beam Bifocal Reflector Antenna with 40° Field of View for Satellite Ground Station Applications // IEEE Trans. on Antennas and Propag. 2016. V. 64. N.7. P. 3251 – 3254.
- 22. Deliang Zhou, Liwei Hou, Yi Yuan, Yuanzhang Zang, Xuecou Tu, Jian Chen, and Peiheng Wu, "Bifocal dual reflector system for active terahertz imaging," Appl. Opt. 2018. - V. 57. - P. 3224-3230.

23. Л.Э.Эльсгольц, С.Б.Норкин. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. М.: Наука. 1971.

### Для цитирования:

В. А. Калошин, Д. Т. Ле. Синтез и анализ бифокальных двухзеркальных систем. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 9. Режим доступа: http://jre.cplire.ru/jre/sep18/13/text.pdf DOI 10.30898/1684-1719.2018.9.13