

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.9.1>

УДК: 57.087, 616-073.756.8

РЕКОНСТРУКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ТЕПЛОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ В ТКАНЯХ ЧЕЛОВЕКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ТОМОГРАФИИ

К.М. Бограчев

ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН
125009, Москва, ул. Моховая, 11, корп.7

Статья поступила в редакцию 27 декабря 2022 г.

Аннотация. Гипертермия является перспективным и неинвазивным методом терапии. В процессе гипертермии необходимо контролировать температуру в нагреваемой ткани, причем также неинвазивным методом. Сквозная ультразвуковая томография – удобный неинвазивный метод, который позволяет визуализировать внутренние сечения распределения акустических свойств. Так как акустические свойства зависят от температуры, это позволяет выполнять визуализацию распределения температуры внутри тканей. Однако, точность этой техники существенно уменьшается для областей ткани, содержащих акустически непрозрачные объекты, такие как медицинские приборы или импланты, так как такие объекты не пропускают УЗ-лучи, что приводит к отсутствию части проекционных данных. Нагретый участок может также искажать проходящие лучи. Сравниваются методы решения обратной задачи для восстановления в УЗ-томографии. Разработан специальный метод в верной проходящей УЗ томографии, для восстановления температурного распределения из проекций, содержащих искажения с частично отсутствующими данными. Точность метода исследована компьютерным моделированием и сравнена с

обычным EM методом. Показано, что разработанный метод дает большую точность и меньше искажений при восстановлении чем стандартный EM метод.

Ключевые слова: гипертермия, онкология, неинвазивный мониторинг, УЗ-томография, измерение температуры.

Автор для переписки: Бограчев Константин Маркович, link4900@gmail.com

Введение

Восстановление с использованием неполных данных – это стандартная задача, которая обсуждается во многих работах по томографии: по медицинской визуализации (в том числе тепловой визуализации [1], позитронной эмиссионной томографии [2], промышленной рентгеновской томографии [3] и многих других. Есть несколько причин пропуска данных, например, непрозрачности в исследуемом объекте, неравномерность линейки приемников, и неполадки в аппаратуре. Каждое томографическое оборудование и каждый тип пропуска данных требует своей техники обработки и компенсации данных; в этой работе будут ссылки только на работы, в которых исследуется модель, близкая к нашей.

В модели данной работы предполагаются следующие параметры: веерная томографическая схема применяется для визуализации 2D распределения скорости звука $c(x,y)$ через измерение времени прохождения звука; задача состоит в измерении малых (~ 5 м/с, ~ 6 мм в диаметре) флуктуаций, которые типичны при гипертермальной терапии. Предполагалось, что функция $c(T)$ возрастает линейно, то есть измеряемая флуктуация температуры ~ 5 К. Также предполагалось, что есть пропущенные данные в результирующих временных лучевых суммах из-за непрозрачности в ткани. Поэтому система линейных уравнений (СЛУ) является недоопределенной из-за пропущенных данных.

В реконструктивной томографии обычно применяется несколько методов: фильтрационный метод обратной проекции [4], метод Фурье преобразования [5], а также итеративные техники [6]. Было показано ранее, что для температурной визуализации итеративные техники наиболее эффективны [1].

Задача с неполными данными обширно исследована [7]. Наиболее эффективные реконструктивные техники при неполных данных – детерминированные методы и статистические методы. Среди детерминированных – метод проекций на выпуклые множества (POCS) был исследован Пенгом [8] для одноступенчатого применения алгебраической техники восстановления из неполных данных. Статистические техники, такие как метод максимального правдоподобия (ML) или максимального математического ожидания (EM-метод) [9] очень эффективны, когда статистика измерений доминирует над качеством изображения [10, 11]. Исследуемая в этой работе модель базируется на EM-методе так как статистика измерений определяется электронным шумом.

В некоторых ситуациях может быть применена интерполяция пропущенных данных величинами, располагающимися до и после пропущенных данных [1]. Ранее было показано [2] для PET что исключение пропущенных данных из решения дает лучшие результаты, чем примерная оценка пропущенных данных (то есть замена их интерполяционными) и затем восстановление из полученного полного набора данных. В этой работе будет показано, что для рассматриваемой модели метод интерполяции приводит к такой большой ошибке, что на практике не применим. Другой способ удалить пропущенные данные – это увеличить размер пиксела, что уменьшит количество неизвестных в СЛУ и позволит ей стать переопределенной. Но этот метод уменьшает разрешение и поэтому в этой работе не исследуется.

В ходе данной работы, следующая *a priori* информация была принята: неотрицательное ограничение $c(x,y) > 0$ и непрерывность $c(x,y)$, что позволяет интерполяцию на билинейный базис при вычислениях. Поэтому между узлами сетки, в которых восстанавливается $c(x,y)$, выполняется билинейная интерполяция.

1. Моделирование томографического восстановления температуры

Модель, исследуемая в данной работе, рассматривает веерную геометрию датчиков и направлений УЗ-лучей, которые они принимают. Оценивается 36 поворотов (проекций), как показано на Рис. 1. При каждой проекции излучатель испускает УЗ, который принимается линейкой из 60 датчиков. Дистанцией между соседними датчиками 2 мм. Полное количество лучей R во всех проекциях $R = 2160$. Температура и скорость звука в воде предполагается известной.

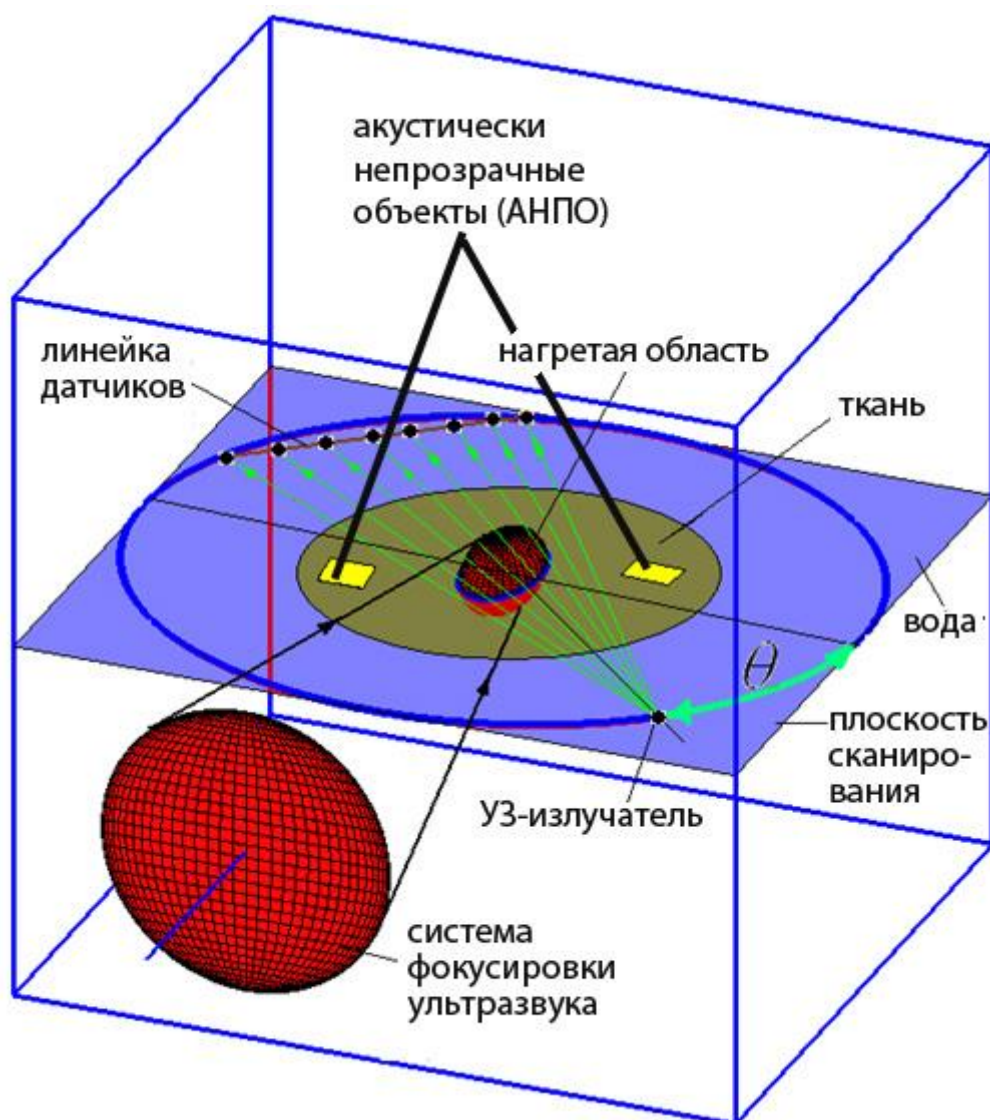


Рис. 1. Схема установки для томографии с веерной геометрией сканирования

Сканируется круглая область, с учетом веерной схемы сканирования, как показано на Рис. 2. В модели эта область заполнена водой и содержит объект (ткань). Исследуемый внутренний квадрат, в котором восстанавливается

скорость звука, покрывается абстрактной сеткой. Размер сетки примерно определяется кругом, в котором пересекаются все сканирующие лучи ('круг пересечения' на Рис. 2).

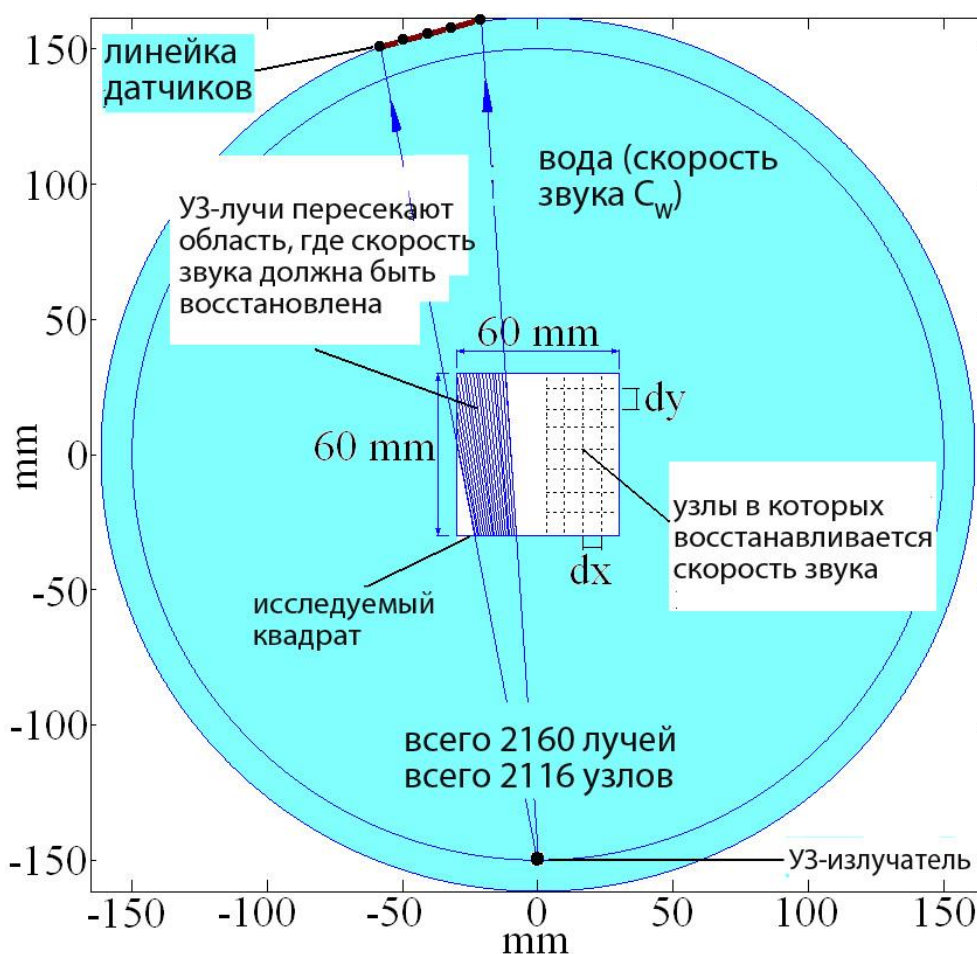


Рис. 2. Схема томографического восстановления температуры

В процессе гипертермии нагретая с использованием УЗ область ткани с температурой $T = 41.83^{\circ}\text{C}$ располагается где-то внутри квадрата; внешняя область ткани предполагается с нормальной температурой $T = 37^{\circ}\text{C}$. Для нашей модели скорость звука везде вне внутреннего квадрата (размером 60мм*60мм) предполагается известной, в воде и ткани. Эти величины могут быть определены, например, предполагаемой скоростью звука в воде при данной температуре, а также тем, что средняя скорость звука в ткани 1540 м/с (это стандартная практика в большинстве коммерческих УЗ сканнеров). Следуя этим базовым предположениям и предварительным измерениям в воде и ткани вдоль каждого луча, может быть вычислено t_r^{outer} – время распространения по лучу вне

квадрата. Затем сумму по лучу t_r внутри квадрата может быть вычислена как $t_r = t_r^{measured} - t_r^{outer}$. Температурное распределение восстанавливалось во всех узлах сетки в образце ткани, при этом полное число узлов $N = 46 \cdot 46 = 2116$. Между узлами, величины температуры определялись через билинейную интерполяцию.

Скорость звука c зависит линейно от температуры, для разных видов ткани в интервале 36-43°C [14]. Это определяет связь распределения скорости звука, которое определяется при УЗ томографии, с распределением температуры. В этой работе предполагалось, что свойства ткани соответствуют нормальной ткани печени, где функция $c(T)$ примерно линейна. Таким образом, все температурные распределения, показанные в этой работе, также представляют распределения скорости звука. Если будет нужно, достаточно явно можно также подставить другую (нелинейную) зависимость $c(T)$.

В каждой проекции УЗ-датчики измеряют время распространения звука, которое зависит от распределения скорости звука $c(x,y)$. Для r^{th} луча измеренное время t_r равно интегралу функции $f(x,y) = 1/c(x,y)$ по всем точкам этого луча:

$$t_r = \int_l \frac{dl}{c(x,y)} = \int_l f(x,y)dl, \tag{1}$$

где l – расстояние вдоль луча r^{th} между излучателем и приемником. Для всех лучей получается система линейных уравнений (СЛУ):

$$\begin{cases} a_{11}w_1 + \dots + a_{1N}w_N = t_1 \\ \dots \\ a_{r1}w_1 + \dots + a_{rn}w_n + \dots + a_{rN}w_N = t_r \\ \dots \\ a_{R1}w_1 + \dots + a_{RN}w_N = t_R \end{cases} \tag{2}$$

или в матричной форме:

$$\mathbf{A} * \mathbf{w} = \mathbf{t}, \tag{3}$$

где вектор $\mathbf{t} = [t_1, \dots, t_R]$; вектор $\mathbf{w} = [f(x_1, y_1), \dots, f(x_n, y_n), \dots, f(x_N, y_N)]$ – величины контрастной функции во всех узлах, $\mathbf{A} = (a_{rn})$ – матрица отображения \mathbf{w} на \mathbf{t} , и a_{rn} определяет вклад w_n в t_r . СЛУ (2), таким образом содержит $R = 2160$ уравнений

и $N = 2116$ неизвестных и является слегка недоопределенной ($R > N$); то есть размер матрицы $A = 2160 * 2116$. Для решения СЛУ в этой работе использован итерационный EM-метод.

Модель также учитывает электронный измерительный шум (то есть ошибки в измерении времен распространения УЗ). Предполагалось, что шум имеет случайное гауссово распределение с нулевым средним значением. Примерный минимальный уровень ($I_{min} = 1.4 * 10^{-9}$ s) стандартного отклонения электронного шума был измерен с использованием приемо-передающую пару из 5 МГц иммерсионных преобразователей в воде.

Для мониторинга процесса гипертермии нужно точное измерение наибольшей температуры T_{max} . Поэтому, в качестве критерия оценки качества восстановления сравнивались: восстановленная величина температуры в фокусе нагрева (T_{max}^{rec}) и оригинальная величина температуры в фокусе T_{max} . Другой критерий оценки качества восстановления – среднеквадратичная ошибка восстановления по всем узлам сетки

$$dT^{rec} = \sqrt{\sum_{n=1}^N (T_n - T_n^{rec})^2 / N}. \quad (4)$$

При мониторинге процесса гипертермии, в исследуемой области могут присутствовать акустически непрозрачные объекты (АНПО), например хирургические инструменты или кости. Также, было получено, что собственно нагретая область может мешать прохождению ультразвука. Пример ткани с круговой нагретой областью и 2 квадратными АНПО показаны на Рис. 3, хотя АНПО могут иметь произвольную форму. Эти объекты непрозрачны для ультразвука, поэтому времена (t) распространения лучей, проходящих через них, невозможно измерить, и итоговый набор t имеет пропущенные части. То есть СЛУ является недоопределенной. Есть несколько методов чтобы решить недоопределенную систему линейных уравнений, и восстановить распределение температуры из неполного набора данных.

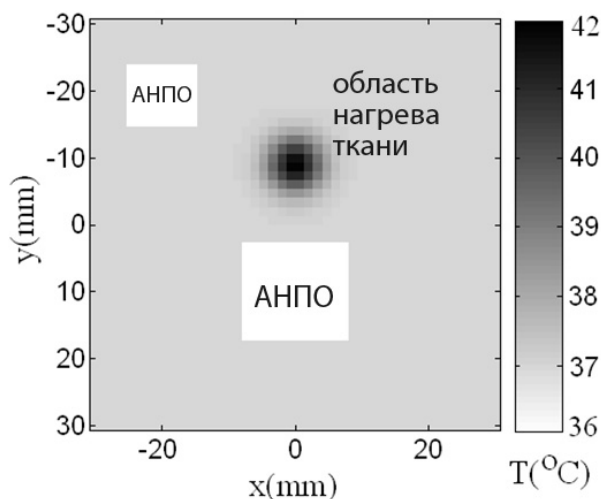


Рис. 3. Исходное распределение температуры с нагретой областью и двумя АНПО

2. Метод интерполяции

Предыдущие работы [12, 1] исследовали восстановление с линейной интерполяцией пропущенных данных. В [12] было показано, что линейная интерполяция эффективна, если размер препятствия (АНПО) меньше, чем размер измеряемой флуктуации. Если размер препятствия большой и пропущенных данных много, то метод интерполяции не эффективен [12].

Для АНПО, похожих на показанные на Рис. 3, метод интерполяции неприменим, так как флуктуация времени распространения t из-за нагрева малой области ткани настолько мала, что даже при отсутствии измерительного шума интерполяционный график слишком отличается от реального.

Рис. 4(a) показывает пример зависимости времен распространения до (сплошная линия) и после нагрева (кружки), которые в этом масштабе почти совпадают, а также интерполяцию неполных данных полиномами 1st, 3rd и 5th степени (в присутствии одного АНПО). Рис. 4(b) показывает разницу между временами распространения УЗ до и после нагрева, которая собственно должна быть измерена для точного восстановления нагретой области. Рис 4 показывает, что типичная ошибка интерполяции $\sim 1 \mu\text{s}$ намного больше, чем разница $\leq 10 \text{ ns}$ которая должна быть измерена. При такой ошибке восстановление невыполнимо. Поэтому, восстановление с обычной интерполяцией

пропущенных данных не применимо к данной модели томографического процесса.

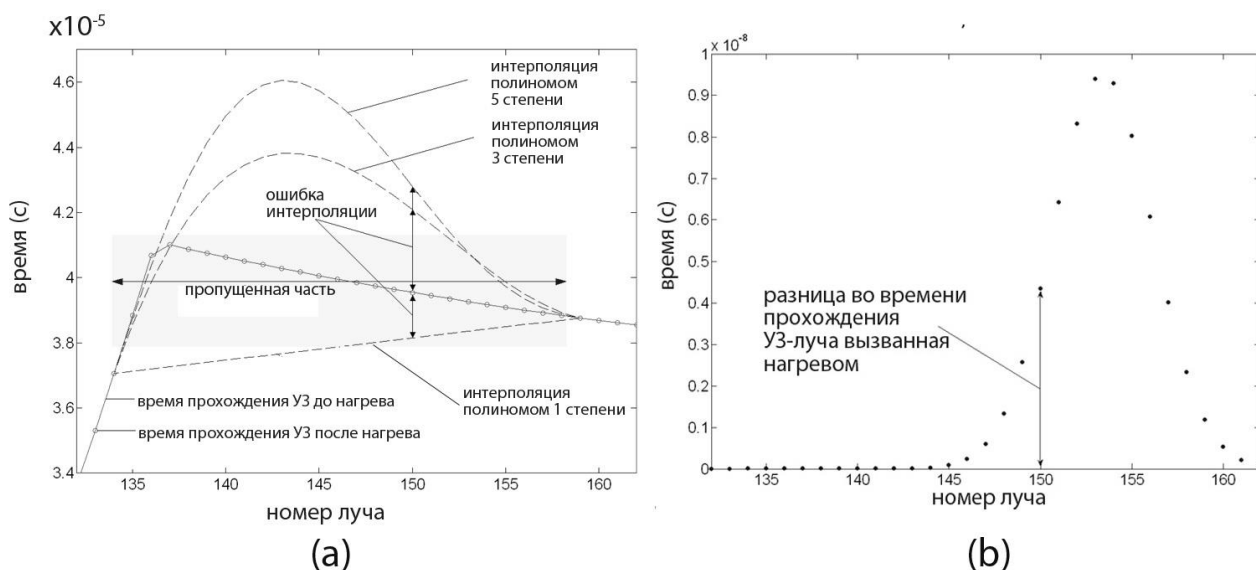


Рис. 4. (а) интерполяция пропущенных частей полиномами; (б) разница во времени прохождения луча (между измерениями до и после нагрева)

3. Метод оптимизации

Если в ткани есть препятствие (АНПО), то часть лучей не проходит к сенсору. Например, если луч r^{th} ray не проходит, то соответствующее ему r^{th} уравнение исключается из системы уравнений (2). После исключения всех уравнений, соответствующих загороженным лучам, получается уменьшенная система линейных уравнений:

$$\begin{cases} a_{11}w_1 + \dots + a_{1N}w_N = t_1 \\ \dots \\ a_{\bar{R}1}w_1 + \dots + a_{\bar{R}N}w_N = t_{\bar{R}} \end{cases} \quad (5)$$

Или в матричной форма:

$$A1 * w = t1, \quad (6)$$

где матрица $A1$ содержит 1029×2116 элементов (a_{1rn}), и уменьшенное число лучей $\bar{R} = 1029$.

Внутри АНПО располагается 188 узлов сетки, как показано на Рис. 3; в этих узлах скорость звука не может быть измерена. На предыдущем шаге, то есть на преобразовании уравнения (3) в (6), исключались все лучи, проходящие через препятствие. Поэтому узлы, расположенные внутри препятствия, не дают вклада

в оставшиеся лучи, и все коэффициенты матрицы A_1 с индексами $(r, n) \in N_0$ равны нулю, где N_0 – множество узлов, расположенных внутри АНПО. Соответственно, все 188 колонок с нулевыми компонентами (которые соответствуют узлам сетки внутри АНПО) могут быть исключены из матрицы A_1 . Для полученной уменьшенной матрицы (обозначенной A_2), уменьшенное число узлов $\bar{N} = 2116 - 188 = 1928$ и величины контрастной функции в оставшихся узлах сетки (после исключения узлов внутри АНПО) обозначим w_1 . После исключения этих 188 узлов из СЛУ(5) получается уменьшенная СЛУ(7), в которой остаются 1928 неизвестных:

$$\begin{cases} a_{11}w_1 + \dots + a_{1\bar{N}}w_{\bar{N}} = t_1 \\ \dots \\ a_{\bar{R}1}w_1 + \dots + a_{\bar{R}\bar{N}}w_{\bar{N}} = t_{\bar{R}} \end{cases} \quad (7)$$

Или в матричной форме:

$$A_2 * w_1 = t_1. \quad (8)$$

Где матрица A_2 содержит 1029×1928 элементов (a_{2m}).

Схема по уменьшению размера СЛУ показана на рис. 5. Каждый акустически непрозрачный пиксель обычно препятствует многим лучам по разным направлениям. Поэтому уменьшенная СЛУ (7) обычно недоопределена и остаются только 1029 уравнений и 1928 неизвестных, так что $\bar{R} < \bar{N}$.

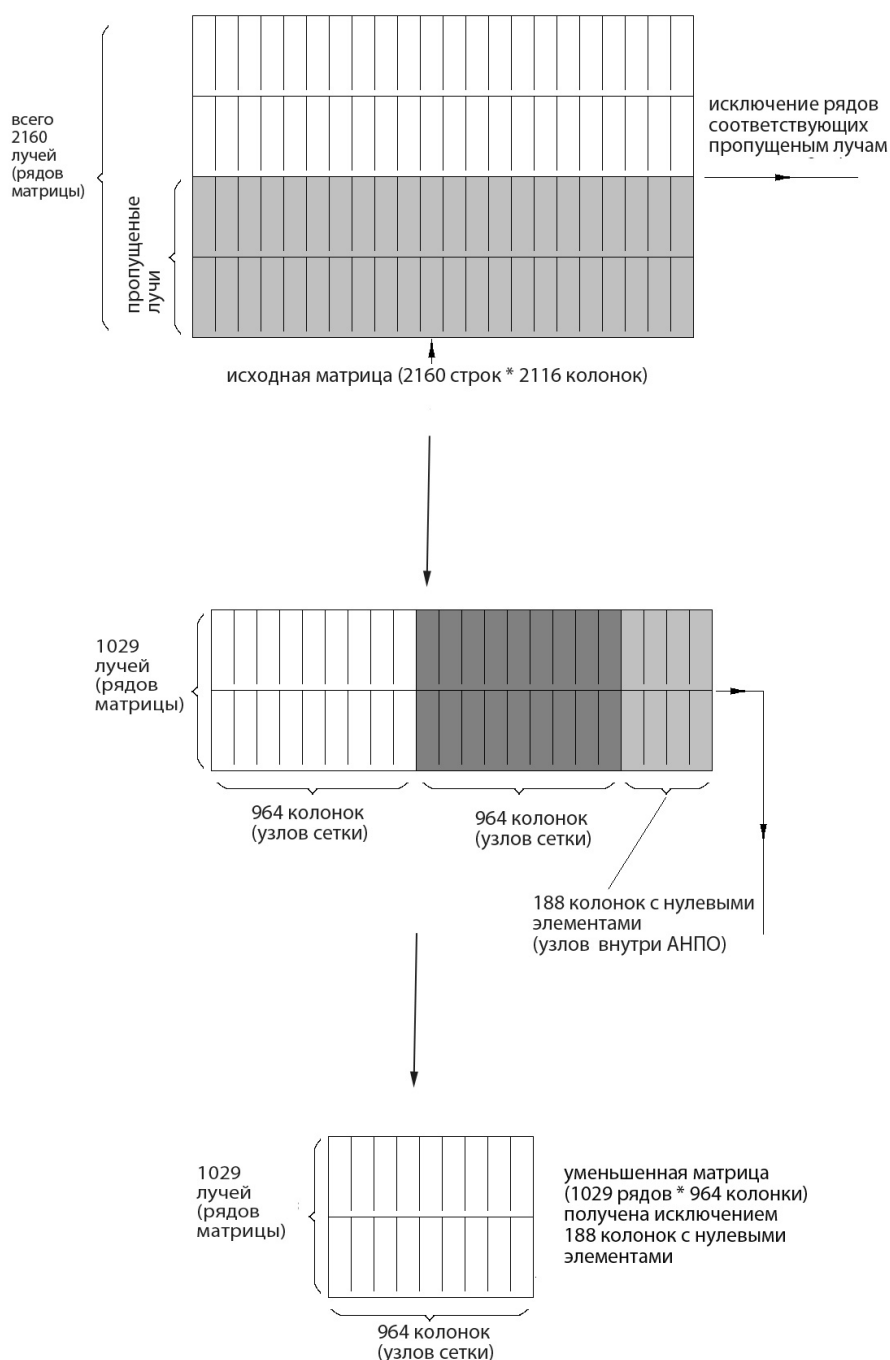


Рис. 5. Схема уменьшения матрицы A удалением строк, которые соответствуют пропущенным лучам, и колонок, которые соответствуют узлам в АНПО

Недоопределенная система линейных уравнений обычно имеет бесконечное количество решений. Чтобы получить единственное, надежное решение нужно выполнить несколько дополнительных ограничений (например принцип минимальной нормы или принцип максимальной энтропии и условие неотрицательности). В общем случае, задача может быть переформулирована

как задача на оптимизацию: минимизировать объектную функцию $f(\mathbf{w}_1)$, подверженную дополнительным ограничениям $A_2^* \mathbf{w}_1 = t_1$.

В данной работе был исследован широко используемый для восстановления EM метод. EM формула выполняет оценку максимального правдоподобия в окружении Пуассона. Используя EM метод, неизвестный вектор \mathbf{w}_1 может быть оценен через максимизацию логарифма функции правдоподобия, который для рассматриваемого примера выглядит как [Todd, 13]:

$$f(\mathbf{w}_1) = \sum [-\sum a_{2_{ij}} w_{2_j} + t_{1_i} \ln(\sum a_{2_{ij}} w_{2_j}) - \ln(t_{1_i})]. \quad (9)$$

Рис. 6 показывает пример восстановления температуры с применением EM метода, применённый к уменьшенной СЛУ (7). Рис. 6(a) показывает восстановление в отсутствие электронного измерительного шума ($l_n=0$); Рис. 6(b) показывает восстановление если уровень шума $l_n=l_{min}$. Наибольшие искажения имеют место в узлах, расположенных около внешних границ или границ АНПО; примеры этих искажений показаны стрелками на Рис. 6(a) и (b). Чтобы уменьшить граничные искажения, были применены дополнительные граничные условия: при восстановлении величины температуры во всех граничных узлах, показанных на Рис. 7, были фиксированы на 37°C. Схема восстановления температурного распределения с этими граничными условиями показана на Рис.8. Примеры восстановления с граничными условиями показаны на Рис. 6 (c) и (d), без шума ($l_n=0$) и с шумом ($l_n=l_{min}$) соответственно.

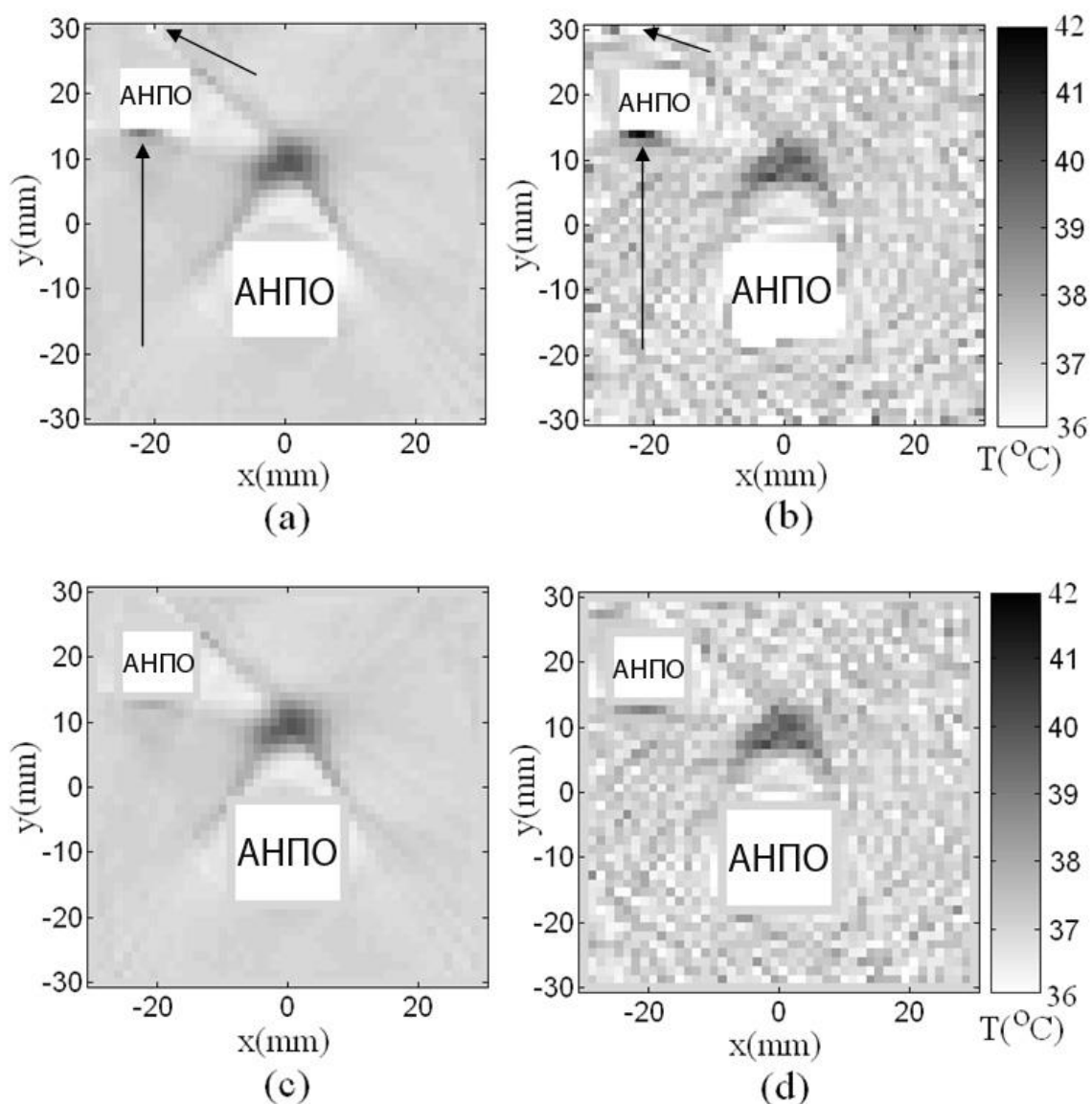


Рис. 6. Примеры восстановления температуры после 100 итераций EM-метода: (a) $l_n=0$; (b) $l_n=l_{min}$; (c) $l_n=0$, с применением граничных условий; (d) $l_n=l_{min}$, с применением граничных условий

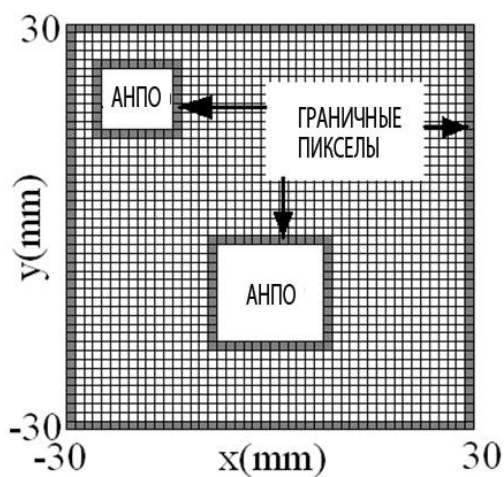


Рис. 7. Граничные пиксели, в которых значения температуры полагаются 37°C

модель томографии с пропущенными лучами
из-за наличия в ткани АНПО
(акустически непрозрачных объектов)



Рис. 8. Схема восстановления температурного распределения EM-методом

Обозначим ошибку восстановления как dT^{rec-o} и температуру, восстановленную в фокусе нагрева (“EM-методом”) как T_{max}^{rec-o} . По мере увеличения числа итераций T_{max}^{rec-o} сходится к величине 39.75°C , что немного меньше тем исходная величина T_{max} , как показано на Рис. 9(а). При отсутствии шума ошибка восстановления dT^{rec-o} уменьшается при увеличении числа итераций; однако при наличии шума dT^{rec} сильно возрастает, как показано на Рис. 9(с).

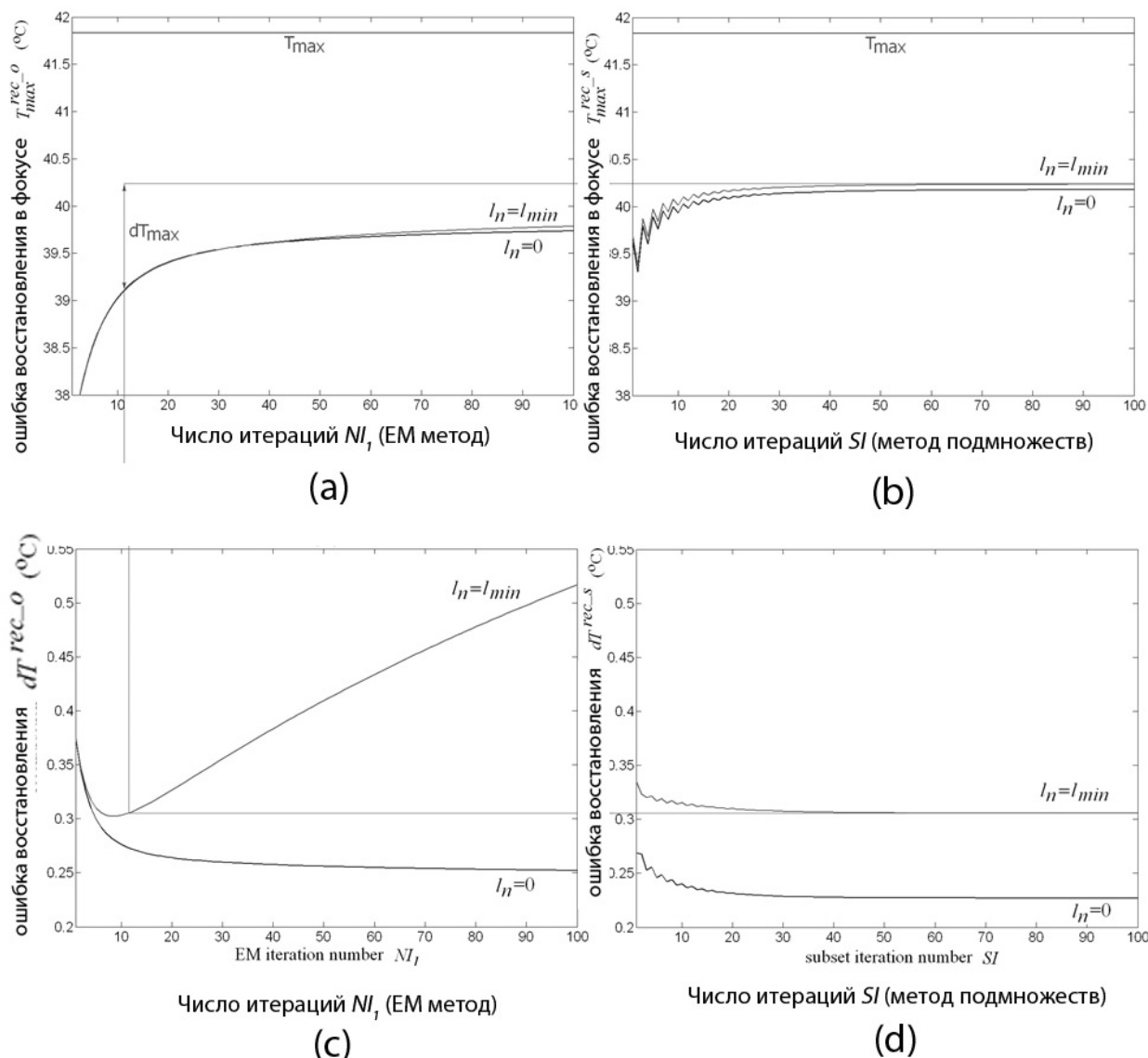


Рис. 9. Сравнение критериев качества восстановления для двух методов: EM-метод (левая часть) и “метод подмножеств” (правая часть). Первый ряд: восстановленная температура в фокусе как функция от числа итераций (исходное значение $T_{max} = 41.83^\circ\text{C}$). Второй ряд: зависимость среднеквадратичной ошибки восстановления от числа итераций

4. Метод подмножеств

Рассмотрим “метод подмножеств” для решения СЛУ (7), который дает лучшее восстановление при тех же условиях. “Метод подмножеств” также уменьшает число неизвестных. Уменьшенная СЛУ состоит из 1029 уравнений (количество лучей) и 1928 неизвестных (количество лучей) и 1928 неизвестных (значения температуры в узлах сетки). Эти 1928 узлов делятся на 2 равных подмножества А и В, каждый из 964 узлов. Критерием деления может быть

величина $a_{sum}(n) = \sum_{r=1}^{\bar{R}} a_{2,rn}$ которая представляет вклад n^{th} узла в уменьшенную

СЛУ, как показано на Рис. 10 и 11. Могут применяться и другие критерии для деления узлов на два подмножества, например восстановленные величины температуры в узлах; выбор критерия может быть предметом дополнительного исследования.

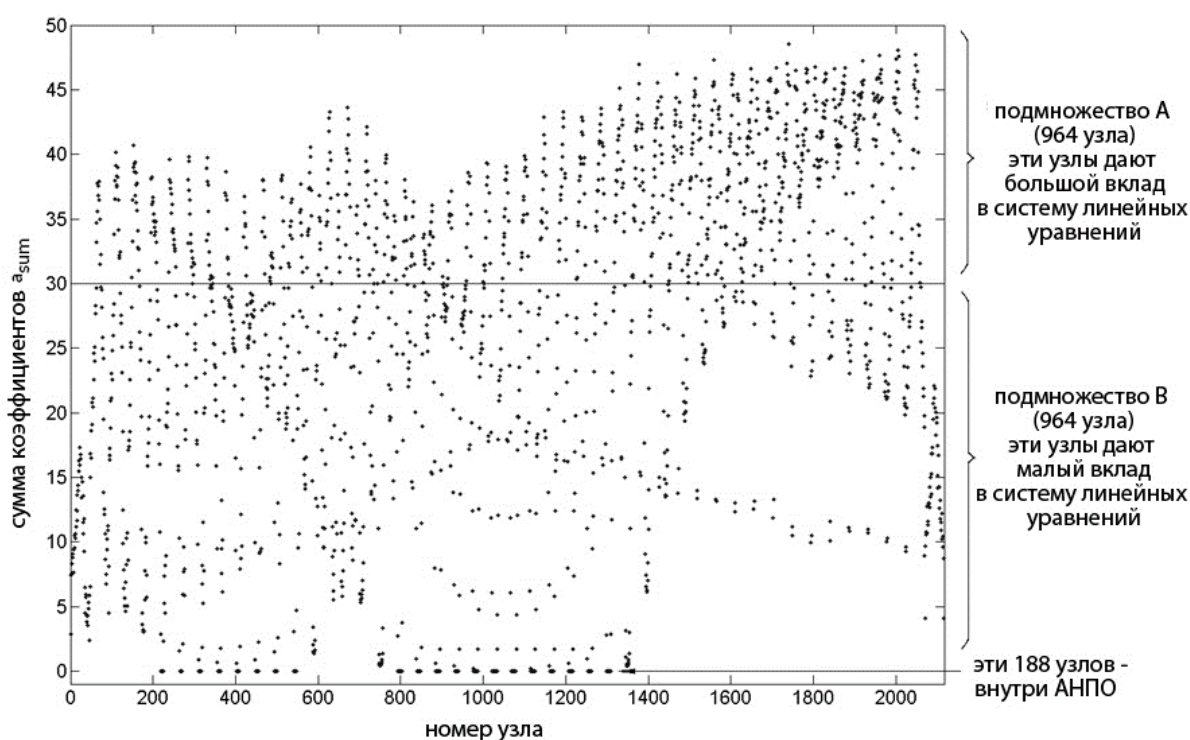


Рис. 10. Схема деления узлов сетки по их суммарному вкладу в систему линейных уравнений

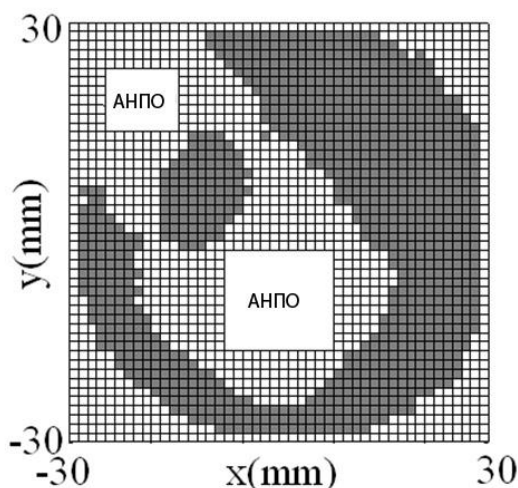


Рис. 11. Деление всех узлов, в которых определяется температура, на два подмножества А и В (показаны серыми и белыми пикселями соответственно)

После деления узлов на подмножества, значения T во всех узлах подмножества А предполагается неизвестным (T_n неизвестны, $n \in A$), при том что T во всех узлах подмножества В предполагается уже известным, восстановленным ЕМ-методом (T_n известны, $n \in B$), как показано на маршруте 1 на Рис. 12.

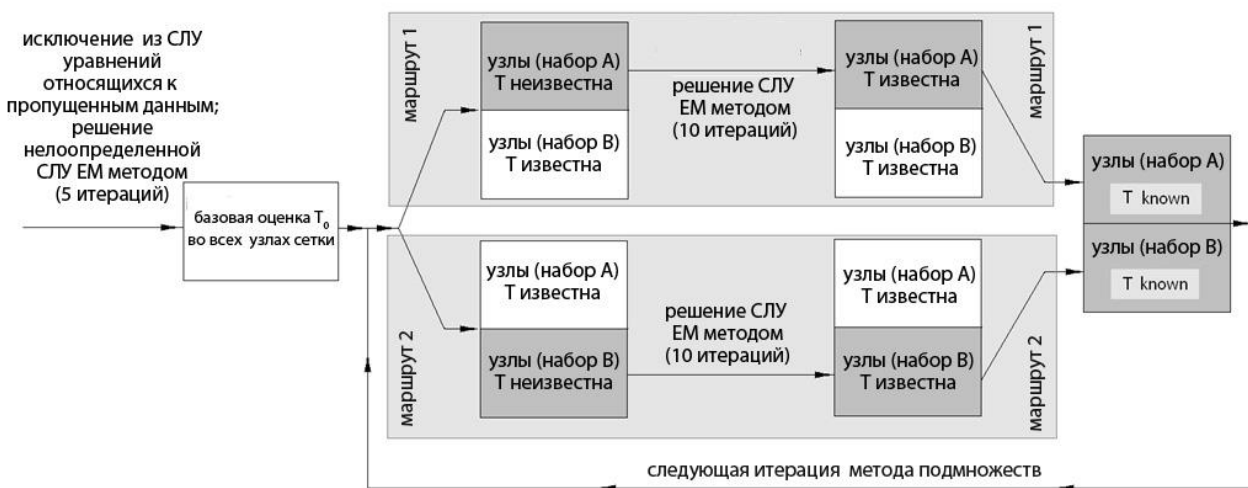


Рис. 12. Схема итеративного выполнения “метода подмножеств”

Возможное преимущество использования результатов восстановления одним методом как базовую оценку для применения другого итерационного метода восстановления было упомянуто в [Herman 14] и было ранее исследовано для ультразвуковой томографии с использованием ЕМ метода для базовой оценки.

В данной работе EM-метод (5 итераций) использовались для получения базовой оценки температурного распределения $T_0(x,y)$, для значений T в узлах подмножества B . Однако, как показало моделирование, количество итераций примененное для базовой оценки T , не сильно влияет на результат. Чтобы уменьшить количество неизвестных для этого метода, СЛУ (7) нужно скорректировать как

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n \in A} a_{1n} w_{1n} = t_1 - \sum_{n \in B} a_{1n} w_{1n} \\ \dots \\ \sum_{n \in B} a_{\bar{R}n} w_{\bar{R}n} = t_{\bar{R}} - \sum_{n \in B} a_{\bar{R}n} w_n \end{array} \right. \quad (10)$$

или в матричной форме:

$$A_3 * w_1 = t_2. \quad (11)$$

Этот пример СЛУ (10), уменьшенной по обоим размерностям, соответствует уменьшенной матрице A_3 с $1029*964$ элементами ($a_{3,m}$), как показано на Рис.13. СЛУ (10) немного переопределена и может быть решена, с использованием той же итеративной техники как и ранее. Здесь был применен EM метод (10 итераций). EM-метод, таким образом, использовался как первый шаг, который позволяет уменьшить количество неизвестных.

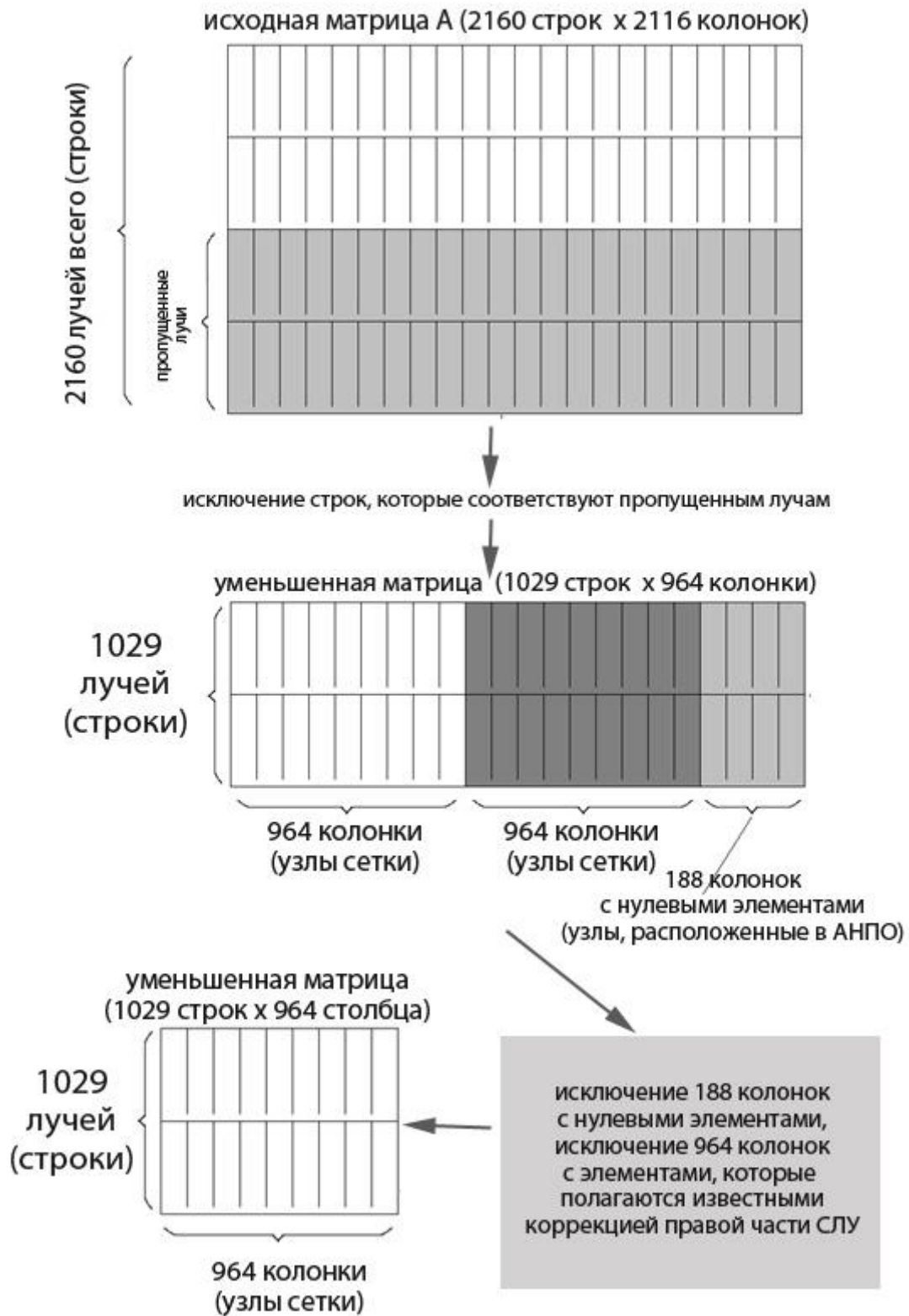


Рис. 13. Схема уменьшения числа неизвестных значений температуры в СЛУ при пропущенных измерительных данных “методом подмножеств”

Изложенная процедура уменьшения количества неизвестных также может быть применена в обратном порядке: то есть полагая T_n ($n \in B$) – неизвестными и T_n ($n \in A$) – известными для базовой оценки $T_0(x,y)$, как показано на маршруте 2 Рис.12.

Используя оба маршрута 1 и 2, величины температуры могут быть получены по всех 1928 узлах сетки. Эти величины T могут быть положены базовыми, и процедура затем может быть повторена на следующей итерации (Рис. 12). Нужно отметить, что эти итерации “метода подмножеств” отличаются от итераций EM-метода, объясненного ранее, когда описывалась итерационная техника решения СЛУ. На каждой итерации “метода подмножеств”, итерационный EM-метод используется дважды для маршрутов 1 и 2, как показано на Рис. 12. Как и в “EM-методе”, при восстановлении применялись граничные условия.

Обозначим ошибку восстановления как dT^{rec-s} и восстановленную в фокусе температуру как T_{max}^{rec-s} для “метода подмножеств”. Если число итераций SI для “метода подмножеств” возрастает ($SI \rightarrow \infty$), то T_{max}^{rec-s} сходится к величине 40.21°C , что немного меньше исходной величины T_{max} , как показано на Рис. 9(b). Ошибка восстановления dT^{rec-s} также сходится, как при отсутствии, так и при наличии шума, что показано на Рис. 9(d). Рис. 9 показывает преимущество “метода подмножеств” перед “EM-методом” при наличии измерительного шума. Качество восстановления “EM-методом” зависит от числа EM-итераций (NI_1), тогда как качество восстановления “методом подмножеств” зависит от количества EM-итераций (NI_2) и SI . Если $SI \rightarrow \infty$ то для примерно такой же средней ошибки (нижняя горизонтальная линия на Рис. 9) “метод подмножеств” дает большую точность восстановления для величины температуры в фокусе (верхняя горизонтальная линия на Рис. 9). Это может быть сформулировано так: если NI_1 и NI_2 такие что $dT^{rec-o}(NI_1) \sim dT^{rec-s}(NI_2, SI \rightarrow \infty)$, то $T_{max}^{rec-s}(NI_2, SI \rightarrow \infty) > T_{max}^{rec-o}(NI_1)$, как показано на Рис.9. Разница равна $dT_{max} = T_{max}^{rec-s} - T_{max}^{rec-o}$. На показанном примере, $NI_1 \sim 12$, $NI_2 = 10$.

Рис. 14 показывает восстановление температуры “методом подмножеств” для $l_n=0$ (а) и с шумом $l_n=l_{min}$ (б). Из зашумленных данных видно, что восстановление “методом подмножеств” на Рис. 14(б) намного менее зашумленное чем “ЕМ-методом” как видно ранее из Рис. 6(д), при ситуации, когда восстанавливаемая температура в фокусе примерно одинаковая.

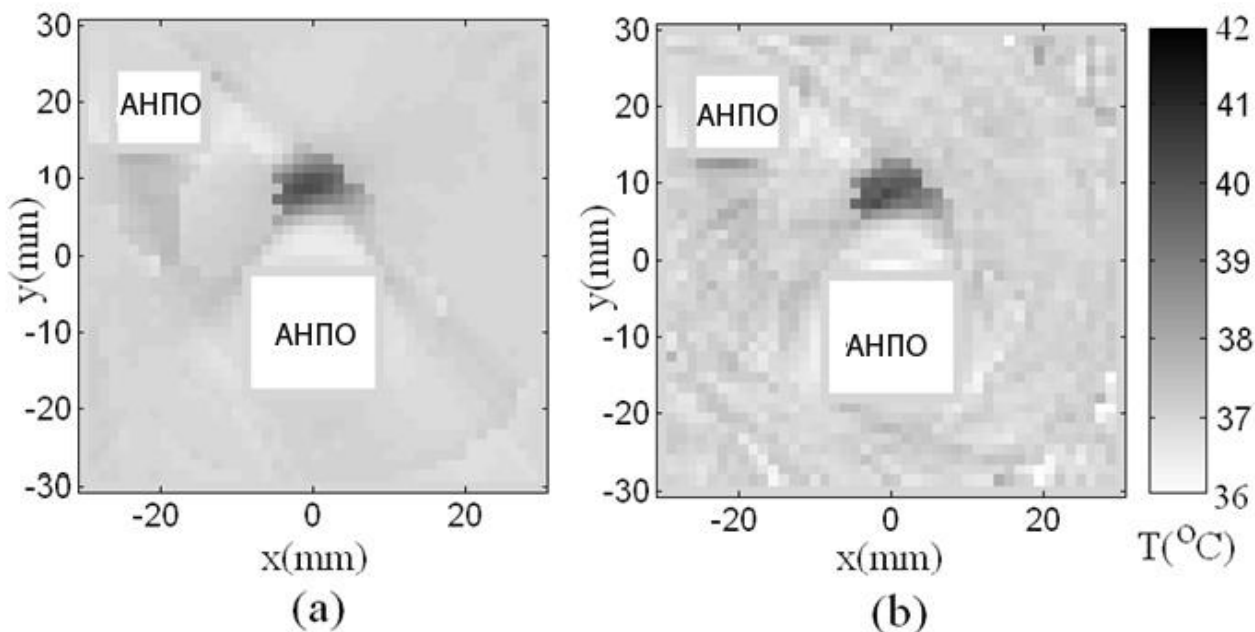


Рис. 14. Восстановление температуры при 100 итерациях “метода подмножеств” (10 итераций ЕМ метода), применены граничные условия:

(а) - $l_n=0$; (б) - $l_n=l_{min}$

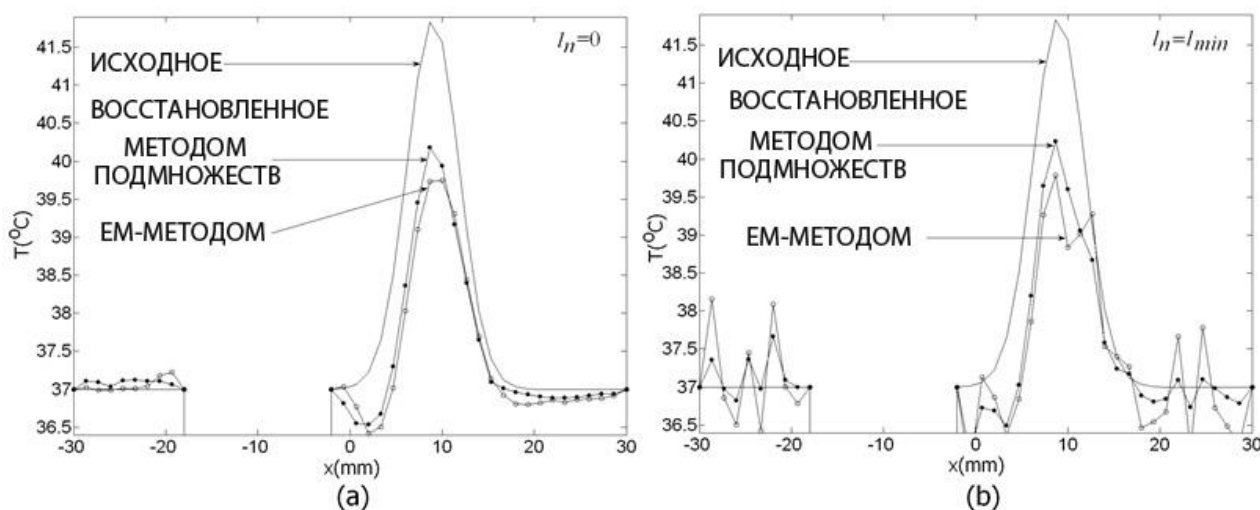


Рис. 15. Сечения исходного температурного распределения и восстановленных: “методом подмножеств” (10 ЕМ итераций, 100 итераций “метода подмножеств”, с граничными условиями) и ЕМ-методом (100 итераций, с граничными условиями):

(a) для $l_n=0$;(b) для $l_n=l_{min}$.

Рис. 15(a) показывает сечения исходного температурного распределения и восстановленного “ЕМ-методом” и “методом подмножеств” в отсутствии шума ($l_n=0$). Рис. 15(b) показывает соответствующие кривые в присутствии шума ($l_n=l_{min}$). Сравнение Рис. 15(a) и (b) показывает, что присутствие шума в измерениях приводит к большим искажениям при использовании “ЕМ-метода”; искажение было намного меньше, когда использовался “метод подмножеств”. В присутствии измерительного шума “метод подмножеств” дает большую точность и более правильное восстановление формы температурного пика.

Обсуждение

Данное исследование показало, что при наличии измерительного шума ошибка восстановления сходится до некоторого количества итераций ЕМ-методом, и далее расходится. Оптимальное количество итераций может быть выявлено экспериментально для каждой отдельной томографической схемы; это оптимальное количество должно комбинировать низкую среднеквадратичную ошибку восстановления температуры dT^{rec} и хорошую точность восстановления величины температуры в фокусе нагрева T_{max}^{rec} .

В этом отношении, разработанный “метод подмножеств” дает лучшие результаты тем обычный оптимизационный ЕМ-метод; при такой же среднеквадратичной ошибке восстановления dT^{rec} “метод подмножеств” дает большую точность восстановления в фокусе T_{max}^{rec} , как показано на Рис. 9.

Показатели качества восстановления при использовании разных методов приведены в таблице 1. Приведенные величины соответствуют рассмотренным положениям нагретой области и АНПО в ткани. В общем случае, эти величины показывают преимущество “метода подмножеств” над “ЕМ-методом”, особенно при восстановлении с зашумленных измерительных данных.

Таблица 1. Величины восстановленной температуры T_{\max}^{rec} и dT^{rec} в точку фокуса УЗ, для различных методов восстановления (исходное $T_{\max}=41.83^{\circ}\text{C}$)

| Уровень электронного измерительного шума | $T_{\max}^{rec}, ^{\circ}\text{C}$ (ЕМ-метод 100 итераций) | $T_{\max}^{rec}, ^{\circ}\text{C}$ ("метод подмножеств", 100 итер., 10 ЕМ итер.) | $dT^{rec}, ^{\circ}\text{C}$ (ЕМ-метод 100 итераций) | $dT^{rec}, ^{\circ}\text{C}$ ("метод подмножеств", 100 итер., 10 ЕМ итер.) |
|--|---|---|---|---|
| $l_n=0$ | 39.74 | 40.18 | 0.25 | 0.23 |
| $l_n=l_{min}$ | 39.78 | 40.24 | 0.52 | 0.31 |

Есть несколько возможных направлений дальнейшего исследования. По оптимизационному "ЕМ-методу" для решения СЛУ (7), могут быть применены другие виды объектной функции для "метода подмножеств", и другие схемы, отличные от показанной на Рис. 12, могут быть использованы. Также, если после деления узлов сетки на 2 равных подмножества система уравнений все еще немного недоопределена, тогда можно применить деление на n_s равных подмножеств, так чтобы количество узлов в каждом подмножестве $N_s < \bar{K}$ и чтобы СЛУ стала переопределенной. Может быть эффективно в дальнейшем исследовать: (а) другой базис для представления распределения $T(x,y)$, например вейвлет-представление для небольших температурных флуктуаций; (б) выбор другого метода, например описанного [16], где используется Гауссово распределение измерительного шума, тогда как в "ЕМ-методе" предполагает распределение Пуассона; (с) учет эффектов дифракции и преломления звука.

Заключение

Восстановление температуры в ткани при верной ультразвуковой томографии при наличии акустически непрозрачных объектов (АНПО) было исследовано методом компьютерного моделирования. В общем случае, такие объекты вызывают искажения в восстановленном распределении. Разработан эффективный "метод подмножеств" для восстановления температурного распределения. Этот метод основывается на решении недоопределенной системы методом максимизации логарифма вероятностной функции

(итерационный “ЕМ-метод”). При том, что оба метода дают примерно одинаковую среднеквадратичную ошибку восстановления, “метод подмножеств” дает более высокую точность измерения величины температуры в фокусе и в определении формы нагретой области. Это важно для мониторинга процесса гипертермии в онкологии, при котором температура в нагретой области должна точно контролироваться. “Метод подмножеств”, таким образом, может дать возможность контролировать лечение гипертермией в тех частях тела, которые содержат акустически непрозрачные объекты, такие как хирургические инструменты или жировые области.

“Метод подмножеств” является улучшенной модификацией итерационной техники наибольшего математического ожидания. Можно предполагать, что “метод подмножеств” может быть также использован как модификация других оптимизационных методов решения недоопределенных систем линейных уравнений. Это может быть предметом дополнительных исследований. Разработанный “метод подмножеств” все равно дает некоторые искажения по сравнению с исходным распределением: восстановленный температурный пик, как правило, ниже, чем исходный. Возможно, это искажение может быть учтено и компенсировано коррекционными коэффициентами или коррекционными функциями.

Литература

1. Nawata Y., Kaneko K. Measurement of temperature distribution in phantom body by an ultrasonic CT method, *Proc. of the 5th ASME/JSME Joint Thermal Engineering Conference*. San Diego. California. 1999
2. Kinahan P.E., Fessler J.A., Karp, J.S. Statistical image reconstruction in PET with compensation for missing data, *IEEE Trans. Nucl. Science*. 1997. V.44. Issue 4.
3. Tam K.C., Eberhard J.W., Mitchell K.W. Incomplete-data image reconstructions in industrial x-ray computerized tomography, review of progress in quantitative nondestructive evaluation, *8A. Edited by D.C. Thompson and D.E. Chimenti*, Plenum Press. 1989. NDT International, V.23. Issue 5. P.407-414.

4. Ramachandran G.N., Lakshiminarayan A.V. Three-dimensional reconstruction from radiographs and electron micrographs, II. Application of convolutions instead of Fourier transforms. *Proc. Nat. Acad. Sci.* 1971. V.68. №9. P.2236-2240.
5. Crowther R.A., Derosier D.J., Klug A. The reconstruction of a three-dimensional structure from projections and its application to electron microscopy, *Proc. Roy.Soc. Lond. A.* 1970. V.3. №317. P.319-340.
6. Natterer F. The mathematics of computerized tomography (John Wiley & Sons), 1986. P.137.
7. Medoff B.P. Image reconstruction from limited data: Theory and applications in computerized tomography, *Image Recovery: Theory and Applications*. H.Stark, Ed. New York: Academic. 1987
8. Peng H., Stark H. One-step image reconstruction from incomplete data in computer tomography. *IEEE Trans. Medical Imaging*. 1989. V.8. P.16-30.
9. Frieden B.R. Restoring with maximum likelihood and maximum entropy”. *Journal of the Optical Society of America*. 1972. №62. P.511-518.
10. Fiore P.D., Verghese G.C. Constrained maximum likelihood solution of linear equations. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2000. №3. P.48
11. Shepp L.A., Vardi Y. “Maximum likelihood reconstruction for emission tomography”, *IEEE Trans. Medical Imaging*. 1982. V.2. P.113-119.
12. Fujii M., Zhang X. Noncontact measurement of internal temperature distribution in a solid material using ultrasonic computed tomography. *Experimental Thermal and Fluid Science*. 2001. V.24, № 3-4. P.107-116.
13. Todd L.A., Bhattacharyya R. Tomographic reconstruction of air pollutants: evaluation of measurement geometries. *Applied optics*. 1997. V.36. №30. P.7678-7688.
14. Herman G.T. Image reconstruction from projections: the fundamentals of computerized tomography (New York: Academic Press). 1980.
15. Miller N.R., Bamber J.C., Meaney P.M. Fundamental limitations of noninvasive temperature imaging by means of ultrasound echo strain estimations. *Ultrasound in Medicine & Biology*. 2002. V.28. №10. P.1319-1333.

16. Fessler J.A. Penalized weighted least-squares image reconstruction for positron emission tomography. *IEEE Trans. Medical Imaging*. 1994. №13. V.2. P.290-300.

Для цитирования:

Бограчев К.М. Реконструктивные методы визуализации тепловых флуктуаций в тканях человека с использованием ультразвуковой томографии. *Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]*. 2023. №9. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.9.1>