

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.9.10>

УДК: 537.87

ПРИМЕНЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА ДИСКРЕТНЫХ ИСТОЧНИКОВ В ЗАДАЧЕ ДИФРАКЦИИ ИМПУЛЬСНОЙ ВОЛНЫ НА ПОДПОВЕРХНОСТНОМ ИМПЕДАНСНОМ ЦИЛИНДРЕ

К.В. Музалевский

Институт физики им. Л.В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук – обособленное подразделение ФИЦ КНЦ СО РАН
660036, Красноярск, ул. Академгородок, 50 стр. 38

Статья поступила в редакцию 31 августа 2024 г.

Аннотация. В отличие от классического метода дискретных источников (МДИ) с расположением вспомогательных дискретных источников (ДИ) на замкнутом дополнительном контуре в данной работе исследуется применение полной системы функций для описания полей ДИ, локализованных на незамкнутой кривой в модифицированном МДИ (ММДИ). ММДИ применен для решения двумерной задачи дифракции широкополосного электромагнитного импульса на импедансном цилиндре, расположенном в свободном пространстве и под поверхностью раздела воздух-диэлектрическое полупространство. Сторонним источником выступала нить электрического тока, возбуждаемая импульсом длительностью 1.6 нс с шириной спектра от 122 МГц до 726 МГц (по уровню -6 дБ). В различных комбинациях несоленая вода, талая и мерзлая почва, воздух и лед выступали в качестве сред заполнения цилиндра и диэлектрического полупространства. В качестве полной системы функций для описания полей ДИ выступали функции Ханкеля первого рода нулевого порядка, соответствующие функции Грина задачи для слоистой среды и их производные по направлению нормали к кривой на которой размещались ДИ. При сопоставлении с методом

конечных разностей (МКР), показано, что ММДИ с применением импедансных граничных условий Леонтовича, с практически значимой точностью может описывать импульсные поля, рассеянные диэлектрическим цилиндром. Установлено, что в случае цилиндра с эллиптической направляющей ММДИ требует примерно в два раза меньшего количества вспомогательных ДИ по сравнению с классическим МДИ при достижении одинаковой точности решения задачи. В целом в данной работе получено подтверждение возможности применения полной системы функций для описания полей ДИ локализованных на незамкнутом контуре для решения задач дифракции импульсных волн на подповерхностных импедансных цилиндрах.

Ключевые слова: подповерхностная радиолокация, сверхширокополосные импульсы, метод дискретных источников, дифракция, поверхностный импеданс.

Финансирование: Работа выполнена в рамках научной тематики Госзадания ИФ СО РАН.

Автор для переписки: Музалевский Константин Викторович

rsdkm@ksc.krasn.ru

Введение

Метод дискретных источников (МДИ) широко применяется для решения краевых задач дифракции электромагнитных волн на диэлектрических, импедансных и идеально проводящих двумерных и трехмерных телах, размещенных как в однородном, так и в диэлектрическом слоисто-неоднородном пространстве [1-4]. Идея классического МДИ состоит в представлении поля, рассеянного телом, в виде суперпозиции полей вспомогательных (дискретных) источников (ДИ) локализованных на некоторой дополнительной по отношению к физической поверхности тела замкнутой поверхности или контуре. Дополнительная замкнутая поверхность или контур размещаются внутри (во вне) тела для решения внешней (внутренней) задачи дифракции. При этом геометрическое место точек ДИ должно охватывать достаточный набор особенностей рассеянного телом поля, что позволяет получить псевдорешение

задачи, в противном случае МДИ расходится [5-7]. В свободном пространстве в качестве функций ДИ применяются фундаментальные решения уравнений Максвелла, описывающие поля точечных источников электрического или магнитного нитевидного тока, диполей, мультиполей. В случае слоистых сред используются соответствующие решения, в частности с применением функции Грина задачи [4, 8]. В большинстве случаев, неизвестные комплексные амплитуды ДИ определяются на основе решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), полученной в ходе поточечного (метод коллокаций) удовлетворения граничным условиям полного поля на поверхности тела [9].

Вместе с тем, в литературе построены полные системы функций [4] (система из суммы полей электрических и магнитных волн является полной [10, стр. 191]) обеспечивающих сходимость МДИ при размещении ДИ на любых в том числе на разомкнутых поверхностях и кривых без учета локальных особенностей поля. Полные системы функций касаясь двумерных задач использовались для построения монохроматических полей дифракции на диэлектрическом цилиндре с эллиптической направляющей в свободном и слоистом диэлектрическом пространстве [4, 11, 12]. Однако не найдено решений задач дифракции *импульсных* электромагнитных волн на подповерхностном *импедансном* цилиндре с произвольной направляющей, размещенном в диэлектрическом *слоисто-неоднородном* полупространстве с использованием *полной системы* функций для построения МДИ. Классический МДИ (ДИ располагаются на замкнутом контуре подобном границе тела) применялся для решения задач дифракции импульсных волн на круговых импедансных [13-15], диэлектрических [16] и идеально проводящих [16, 17] цилиндрах, размещенных в однородном [16] и слоистом [13-15] диэлектрическом полупространстве. В этих подходах для построения поля во временной области использовалось преобразование Фурье на основе найденных спектральных амплитуд ДИ. В отличие от существующих работ в данной статье исследуются особенности решения задачи дифракции импульсной волны на подповерхностном

импедансном цилиндре, заглубленном в диэлектрическом полупространстве с использованием полной системы функций для построения МДИ при размещении ДИ на незамкнутом контуре.

1. Постановка задачи

В декартовой системе координат ось Oy направлена вертикально вверх по отношению к границе $y = d$, лежащей в плоскости XZ . Граница $y = d$ разделяет два однородных полупространства с относительными комплексными диэлектрическими проницаемостями (КДП):

$$\varepsilon(y) = \begin{cases} \varepsilon_1 = 1, & y > d, \\ \varepsilon_2(\omega), & y \leq d, \end{cases} \quad (1)$$

где $\omega = 2\pi f$, f – частота электромагнитного поля. Рассматриваются среды с относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1$. В нижнем полупространстве ($y \leq d$) расположен прямой цилиндр с направляющей γ , однородно заполненный материальной средой с КДП равной $\varepsilon_3(\omega)$ (см. рис. 1).

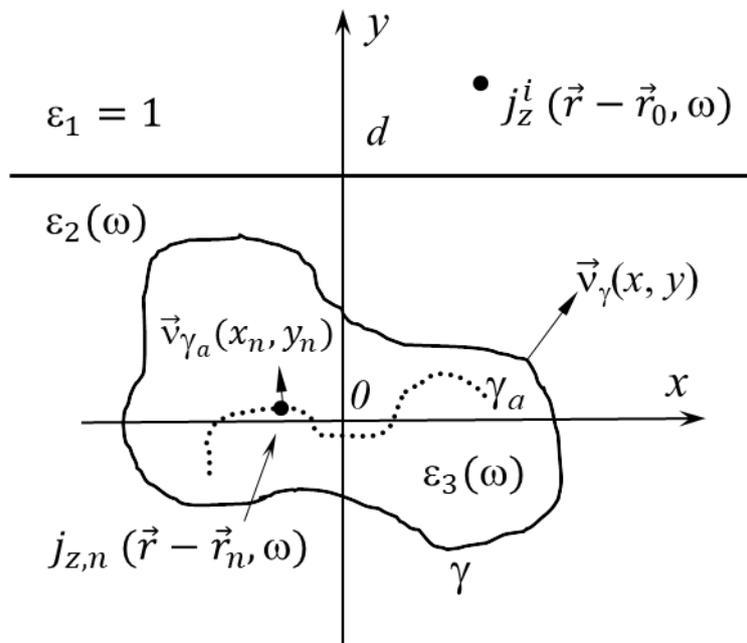


Рис. 1. Геометрия задачи.

Ось цилиндра совпадает с осью Oz . Пространство возбуждается точечным импульсным источником электрического тока с объемной плотностью $\vec{j}_z^i(\vec{r} - \vec{r}_0, t) = I_0(t)\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)\vec{e}_z$, где $\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ – дельта функция Дирака, $\vec{r}(x, y)$

и $\vec{r}_0 = (x_0, y_0)$ – радиус вектор точки пространства и расположения источника, $I_0(t)$ – временная форма амплитуды тока, \vec{e}_z – единичный орт в направлении оси Oz . Нитевидный источник стороннего тока расположен в верхнем полупространстве $y_0 > d$. Необходимо найти временные формы компонент напряженностей электромагнитного поля.

2. Построения поля ДИ в неоднородной среде

В классическом подходе рассеянное цилиндром поле строиться в виде суперпозиции полей от N вспомогательных ДИ тока $\vec{j}_n(\vec{r}, \vec{r}_n, t) = I_n(t)\delta(\vec{r} - \vec{r}_n)\vec{e}_z$ той же природы, что и стороннего тока \vec{j}_z^i . Здесь $\vec{r}_n = (x_n, y_n)$ и $I_n(t)$ – радиус вектор точки и временные формы амплитуды тока n -ого ДИ, $n = 1, \dots, N$. В рассматриваемом случае двумерной задачи в качестве функций описывающих поле ДИ в свободном пространстве с КДП $\varepsilon_{1,2}(\omega)$ используется $\varphi_1(k_{1,2}R_{0,n}) = \frac{i}{4}H_0^{(1)}(k_{1,2}R_{0,n})$, где $H_0^{(1)}$ – функция Ханкеля первого рода нулевого порядка, $k_{1,2} = k_0\sqrt{\varepsilon_{1,2}(\omega)}$, $k_0 = \omega/c$ – волновое число свободного пространства, $R_{0,n} = \sqrt{(x - x_{0,n})^2 + (y - y_{0,n})^2}$. Однако в этом случае ДИ должны быть плотно размещены на вспомогательном замкнутом контуре. Если вспомогательный контур γ_a (см. рис. 1) не замкнут, то решение задачи, построенное в виде суммы полей ДИ $\varphi_1(k_{1,2}R_{0,n})$, не будет сходиться. В случае разомкнутого вспомогательного контура γ_a необходимо использовать вторую функцию $\varphi_2(k_{1,2}R_{0,n})$ в полной системе функций ДИ [4], в виде:

$$\{\varphi_1(k_{1,2}R_{0,n}), \varphi_2(k_{1,2}R_{0,n}) = \frac{\partial}{\partial \vec{v}_{\gamma_a}} \varphi_1(k_{1,2}R_{0,n})\}, \quad (2)$$

где $\frac{\partial}{\partial \vec{v}_{\gamma_a}} = v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y}$ – производная по направлению внешней нормали (\vec{v}_x, \vec{v}_y) к контуру γ_a .

В рассматриваемом случае двумерной задачи ($\partial/\partial z \equiv 0$) спектральные комплексные амплитуды векторов напряженности электромагнитного поля

могут быть представлены через скалярную компоненту электродинамического потенциала электрических токов $A_z(\vec{r}, \omega)$ в виде:

$$E_z = i\omega\mu_0 A_z(\vec{r}, \omega), H_x = \frac{\partial}{\partial y} A_z(\vec{r}, \omega), H_y = -\frac{\partial}{\partial x} A_z(\vec{r}, \omega), \quad (3)$$

где $\mu_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ Ом}\cdot\text{с/м}$ – магнитная проницаемость вакуума. $A_z(\vec{r}, \omega) = I_{0,n}(\omega)\varphi_{1,2}$, где $I_0(\omega)$ и $I_n(\omega)$ – спектр стороннего тока и тока ДИ (здесь дана запись потенциала в случае свободного пространства). Спектральные амплитуды полей и токов из соответствующих временных зависимостей находились с использованием преобразования Фурье, в котором временная зависимость предполагалась в виде $e^{-i\omega t}$. Электродинамический потенциал в рассматриваемой слоисто-неоднородной среде с нитевидными источниками тока находился на основе представления $A_z(\vec{r}, \omega)$ в виде спектра плоских волн с продольным волновым числом k_x и решения волнового уравнения Гельмгольца для верхнего ($y > d$) и нижнего ($y \leq d$) полупространства, используя граничные условиям сшивания тангенциальных компонент поля на границе раздела сред $y = d$ [18].

Получены следующие выражения в случае стороннего источника тока, расположенного в верхнем полупространстве $y_0 > d$:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_z^{inc}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) = I_0(\omega)F_{0<, >}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega); \\ F_{0>}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) = \varphi_1(k_1 R_0) + \frac{i}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x}{w_1} R_{h,12} e^{ik_x(x-x_0)+iw_1(y+y_0-2d)}, y \geq d; \\ F_{0<}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) = \frac{i}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x}{w_1} T_{h,12} e^{ik_x(x-x_0)+iw_1(y_0-d)+iw_2(d-y)}, y \leq d. \end{array} \right. \quad (4)$$

Для ДИ, расположенных в нижнем полупространстве $y_n < d$:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_z^{1,2}(\vec{r}, \vec{r}_{n1,n2}, \omega) = I_{n1,n2}(\omega)F_{n1<, n2<}(\vec{r}, \vec{r}_{n1,n2}, \omega); \\ F_{n1>}(\vec{r}, \vec{r}_{n1}, \omega) = \frac{i}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x}{w_2} T_{h,21} e^{ik_x(x-x_n)+iw_1(y-d)+iw_2(d-y_n)}, y \geq d; \\ F_{n2>}(\vec{r}, \vec{r}_{n2}, \omega) = \frac{i}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x T_{h,21} e^{ik_x(x-x_n)+iw_1(y-d)+iw_2(d-y_n)}, y \geq d; \\ F_{n1<}(\vec{r}, \vec{r}_{n1}, \omega) = \varphi_1(k_2 R_n) + \frac{i}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x}{w_2} R_{h,21} e^{ik_x(x-x_n)+iw_2(2d-y-y_n)}, y \leq d, \\ F_{n2<}(\vec{r}, \vec{r}_{n2}, \omega) = \varphi_2(k_2 R_n) + \frac{i}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x R_{h,21} e^{ik_x(x-x_n)+iw_2(2d-y-y_n)}, y \leq d, \end{array} \right. \quad (5)$$

где $R_{h,12} = (w_1 - w_2)/(w_1 + w_2)$, $R_{h,21} = -R_{h,12}$ и $T_{h,12} = 2w_1/(w_1 + w_2)$, $T_{h,21} = 2w_2/(w_1 + w_2)$ – коэффициенты отражения и прохождения плоской

волны на границе $y = d$, $w_{1,2} = \sqrt{k_{1,2}^2 - k_x^2}$ – поперечное волновое число в среде 1 и 2, $F_{n1<>}(\vec{r}, \vec{r}_{n1}, \omega)$ и $F_{n2<>}(\vec{r}, \vec{r}_{n2}, \omega)$ – первая и вторая функции в полной системе функций модифицированного МДИ (ММДИ) для рассматриваемого слоистого полупространства. (Напомним, что для свободного пространства аналогичная система функций была приведена выше см. (2)). Полученные решения (4), (5) удовлетворяют условию излучения Зоммерфельда на бесконечности при $Im w_{1,2} > 0$. Таким образом с учетом формул (3) выражения (4), (5) описывают поля ДИ двух видов $A_z^1(\vec{r}, \vec{r}_{n1}, \omega)$ и $A_z^2(\vec{r}, \vec{r}_{n2}, \omega)$, построенных на основе полной системы функций (2) в слоистом пространстве (см. рис. 1). Также стоит отметить, что для слоистой среды вторые функции полной системы $F_{n2<>}(\vec{r}, \vec{r}_{n2}, \omega)$ не могут быть получены на основе лишь взятия производной по направлению (нормали к контуру размещения ДИ) от построенного решения для первой функции $F_{n1<>}(\vec{r}, \vec{r}_{n1}, \omega)$, а требуется отдельное решение граничной задачи для источника в виде $\frac{\partial}{\partial \vec{v}_\gamma} \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_2 R_{0,n})$.

Для расчета электромагнитного поля, рассеянного импедансным цилиндром, разместим два вида ДИ $A_z^{1,2}(\vec{r}, \vec{r}_{n1,n2}, \omega)$ в одних и тех же точках с координатами (x_n, y_n) внутри цилиндра на произвольной разомкнутой кривой γ_a . Электродинамический потенциал в нижнем полупространстве $y \leq d$ (вне цилиндра и на его границе) будет представляться в виде суперпозиции полей ДИ:

$$A_z^s(\vec{r}, \vec{r}_{n1,n2}, \omega) = \sum_{n1=1}^{N1} I_{n1}(\omega) F_{n1<}(\vec{r}, \vec{r}_{n1}, \omega) + \sum_{n2=1}^{N2} I_{n2}(\omega) F_{n2<}(\vec{r}, \vec{r}_{n2}, \omega). \quad (6)$$

Комплексные амплитуды ДИ $I_{n1,n2}(\omega)$ на каждой из частот в спектре стороннего тока $I_0(\omega)$ определим из СЛАУ, полученной при сшивании тангенциальных составляющих спектральных амплитуд напряженностей полного электрического и магнитного поля на границе γ импедансного цилиндра $\vec{v}_\gamma \times \vec{E}|_\gamma = Z_3 Z_0 \vec{v}_\gamma \times (\vec{v}_\gamma \times \vec{H})|_\gamma$:

$$i\omega\mu_0[A_Z^{inc}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) + A_Z^s(\vec{r}, \vec{r}_{n1,n2}, \omega)]|_\gamma = -Z_3Z_0\frac{\partial}{\partial v_\gamma}[A_Z^{inc}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) + A_Z^s(\vec{r}, \vec{r}_{n1,n2}, \omega)]|_\gamma, \quad (7)$$

где $Z_3 = 1/\sqrt{\varepsilon_3(\omega)}$ – импеданс поверхности цилиндра, $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} \approx 120\pi$ Ом – импеданс свободного пространства при распространении плоской электромагнитной волны, $\frac{\partial}{\partial v_\gamma}$ – производная по направлению внешней нормали $\vec{v}_\gamma(x, y)$ к направляющей цилиндра γ . Удовлетворяя граничным условиям (7), была получена СЛАУ и найдены спектральные амплитуды вспомогательных ДИ. Спектральные компоненты полного электродинамического потенциала (прямая волна от источника тока, отраженная волна от границы раздела, рассеянная волна цилиндром и прошедшая в верхнее полупространство $y > d$) вычислялись на основе выражения:

$$A_Z^{tot}(\vec{r}, \omega) = I_0(\omega)F_{0,>}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) + \sum_{n1=1}^{N1} I_{n1}(\omega)F_{n1,>}(\vec{r}, \vec{r}_{n1}, \omega) + \sum_{n2=1}^{N2} I_{n2}(\omega)F_{n2,>}(\vec{r}, \vec{r}_{n2}, \omega). \quad (8)$$

Временная форма импульса для соответствующих компонент электромагнитного поля вычислялась на основе преобразования Фурье и формул (3).

3. Вычислительная схема и методика тестирования модифицированного МДИ

В качестве подповерхностного тела зондирования выберем цилиндр с эллиптической направляющей, с длинами большой r_a и малой r_b полуосей, соответственно (см. рис. 2).

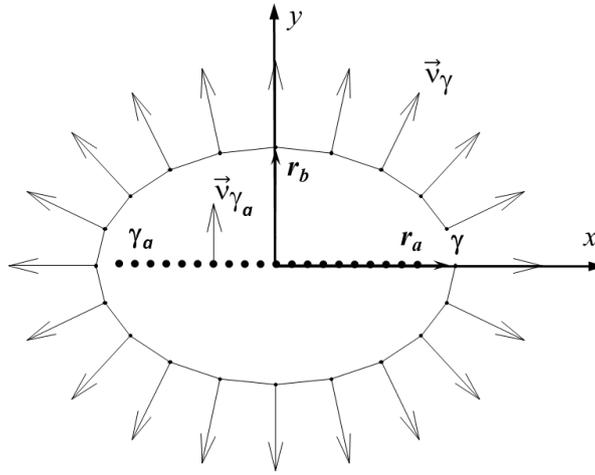


Рис. 2. Расположение дискретных источников на вспомогательном отрезке $-r_a < x < r_a$ ($y = 0$) внутри цилиндра с эллиптической направляющей.

ДИ расположим равномерно на отрезке $-r_a < x < r_a$ ($y = 0$) внутри цилиндра.

В этом случае производная по направлению нормали к отрезку γ_a принимает значение $\frac{\partial}{\partial \vec{v}_{\gamma_a}} \equiv \frac{\partial}{\partial y}$. Уравнение эллипса и уравнения нормалей к его поверхности приведены в таб. 1.

Таблица 1. Основные уравнения для подповерхностных тел зондирования.

	Форма направляющей	
	Уравнение направляющей*	Нормаль
Эллипс	$x = r_a \cdot \cos t,$ $y = r_b \cdot \sin t$ $\xi = \frac{x^2}{r_a^2} + \frac{y^2}{r_b^2} - 1 = 0$	$v_x = \frac{r_b \cdot \cos t}{\sqrt{r_b^2 \cos^2 t + r_a^2 \sin^2 t}}$ $v_y = \frac{r_a \cdot \sin t}{\sqrt{r_b^2 \cos^2 t + r_a^2 \sin^2 t}}$

*Уравнения даны в параметрическом и каноническом виде. Здесь переменная $t \in [0, 2\pi]$.

Для простоты нами взято по $N_1 = N$ и $N_2 = N$ ДИ первого и второго вида (5), парами размещенных в одних и тех же координатах вдоль отрезка. При удовлетворении граничным условиям в $M \geq 2N$ точках коллокаций может быть получена переопределенная СЛАУ, псевдорешение которой находилось методом преобразований вращения [19, 20]. Погрешность решения ММДИ оценивалась по точности расчета импульса напряженности электрического поля в некоторой заданной точке пространства вблизи цилиндра по формуле:

$$\Phi(N, M) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{E_z^{tot}(t_k, x, y; N, M) - E_z^{tot}(t_k, x, y; N_{max}, M_{max})}{E_z^{tot}(t_k, x, y; N_{max}, M_{max})} \quad (9)$$

где N, M – текущее количество ДИ и точек коллокаций, N_{max}, M_{max} – количество ДИ и точек коллокаций при которых $|\Phi(N_{max}+10, M_{max}+20) - \Phi(N_{max}, M_{max})| < 10^{-7}$, K – количество отсчетов по временной шкале. Кроме того, рассчитанные ММДИ временные формы поля сопоставлялись с соответствующими значениями, вычисленными на основе классического МДИ для импедансных тел вращения (с замкнутым контуром размещения вспомогательных ДИ) [13-15] и метода сеток/конечных разностей (МКР) для диэлектрических тел [21, 22]. Данное сопоставление происходило для нескольких частных случаев цилиндров с круговой ($r_a = r_b = 0.12$ м) и цилиндрическими направляющими ($r_a = 0.3$ м, $r_b = 0.12$ м). При этом вмещающее полупространство и цилиндр заполнялись следующими диэлектрическими средами в различных комбинациях: несоленая вода, лед, талая и мерзлая почва, воздух. В ходе численных экспериментов использовались оценки средних значений диэлектрической проницаемости и проводимости данных сред (см. таб. 2) выполненные в МГц диапазоне частот (в пределах ширины спектра зондирующего импульса от 122 МГц до 726 МГц (см. рис. 3), на основе данных приведенных в [23, гл. 4; 45].

Таблица 2. Действительная часть относительной диэлектрической проницаемости и проводимость используемых материальных сред.

Среда	ϵ'	σ^* [Ом/м]
Воздух	1.0	0.0
Талая почва	15.8	0.147
Мерзлая почва	5.9	0.033
Лед	3.2	0.002
Несоленая вода	81.8	0.186

*Проводимость оценивалась из мнимой части ϵ'' КДП на основе равенства $\sigma = \epsilon''\omega\epsilon_0$, $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ [с/(Ом·м)] – диэлектрическая проницаемость вакуума.

Временную форму амплитуды источника стороннего тока $I_0(t)$ зададим в виде суммы двух разнополярных гауссовых импульсов (см. рис. 3а):

$$I_0(t) = \exp\left(q \left[\frac{t-(t_0-\Delta\tau)}{\Delta\tau}\right]^2\right) - \exp\left(q \left[\frac{t-(t_0+\Delta\tau)}{\Delta\tau}\right]^2\right), \quad (10)$$

где $q \equiv \lg 0.5$, t_0 – смещение импульса по временной шкале, задавалось равным 4 нс, $\Delta\tau - 1/4$ длительности импульса по уровню половины амплитуды, задавалась

равной $\Delta\tau = 0.4$ нс. Спектральная амплитуда $I_0(f)$ стороннего источника тока $I_0(t)$ (см. рис. 3b) имеет следующее аналитическое представление:

$$I_0(f) = -2i \frac{\Delta\sqrt{\pi}}{\sqrt{q}} \sin(2\pi f d) e^{2\pi i f t_0} e^{-(\pi f \Delta/\sqrt{q})^2}. \quad (11)$$

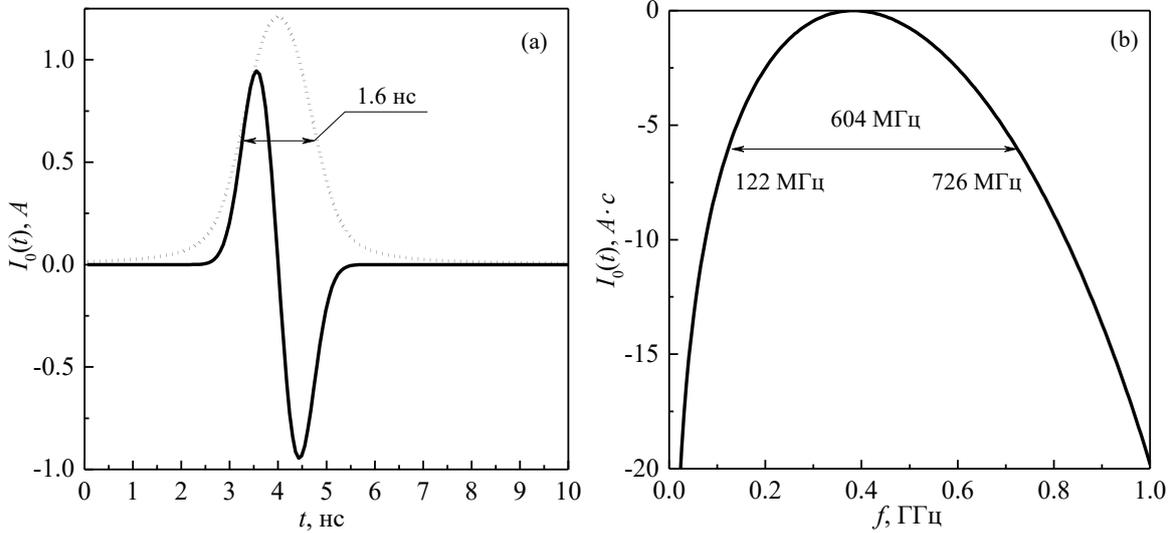


Рис. 3. Временная форма (а) и спектр (b) амплитуды импульсного точечного источника электрического тока. На панели (а) форма импульса и его огибающая обозначены сплошной и пунктирной линиями, соответственно.

Численное интегрирование (4)-(5) выполнялось с использованием квадратурных формул Гаусса с 24 узлами и разбивкой интервала интегрирования на 8 отрезков, что обеспечивало абсолютную погрешность вычисления интегралов $< 10^{-6}$ (в независимости от материальных сред).

Вычисления полей (E_z , H_x , H_y) МКР осуществлялось по итерационной схеме вида [22]:

$$E_z^{k+1}(l, p) = E_z^k(l, p) \left(1 - \frac{\sigma(l, p) Z_0 \Delta h}{\varepsilon(l, p)} \right) - \frac{Z_0 \Delta h}{\varepsilon(l, p)} j^k(l, p) + \frac{Z_0}{2\varepsilon(l, p)} \{ H_y^k(l+1, p) - H_y^k(l-1, p) - H_x^k(l, p+1) + H_x^k(l, p-1) \};$$

$$H_x^{k+1}(l, p) = H_x^{k-1}(l, p) - \frac{1}{2Z_0} \{ E_z^k(l, p+1) - E_z^k(l, p-1) \};$$

$$H_y^{k+1}(l, p) = H_y^{k-1}(l, p) + \frac{1}{2Z_0} \{ E_z^k(l+1, p) - E_z^k(l-1, p) \}, \quad (12)$$

где k – отсчет шага по времени длительностью $\Delta t = \alpha \Delta h / c$ [нс], α – эмпирический параметр < 1 , в нашем случае задавался равным 0.4, (l, p) – отсчеты по декартовым координатам x и y с шагом Δh [м], задавался равным $\Delta h = \lambda_0 / 40$,

где λ_0 – средняя длина волны в спектре амплитуды стороннего источника тока, ε , σ – действительная часть КДП и проводимость пространства, $j^k(l_0 = x_0/\Delta h, p_0 = y_0/\Delta h)$ – плотность стороннего электрического источника тока, $j^k(l_0, p_0) = I_0(k\Delta t)/\Delta h^2$, $k = 1, \dots, K$, $l = 1, \dots, L$, $p = 1, \dots, P$, где K, L, P – количество отсчетов по времени и пространственным координатам, соответственно. Все вычисления проводились с использованием программ, написанных на языке Fortran 2008 (компилятор GNU Fortran) и библиотеки НИВЦ МГУ [20].

4. Результаты численных экспериментов

а) *Преимущество размещения ДИ на разомкнутом контуре для вытянутых объектов.* Исследуем влияние формы направляющей цилиндра на сходимость решения, полученного с использованием классического [13-15] и ММДИ. Разместим импедансный цилиндр с круговой ($r_a = r_b = 0.12$ м), а затем с эллиптической ($r_a = 0.12$ м, $r_b = 0.3$ м) направляющими в свободном пространстве. Центр цилиндра совпадает с началом координат. Цилиндр заполним несоленой водой. Нитевидный источник стороннего тока расположим в точке ($x_0 = 0$ м, $y_0 = 0.5$ м), поле будет наблюдаться в точке ($x_0 = 0$ м, $y_0 = -0.5$ м). Погрешность (9) решения задачи двумя разновидностями МДИ в зависимости от различного количества ДИ и точек коллокации приведена на рис. 4.

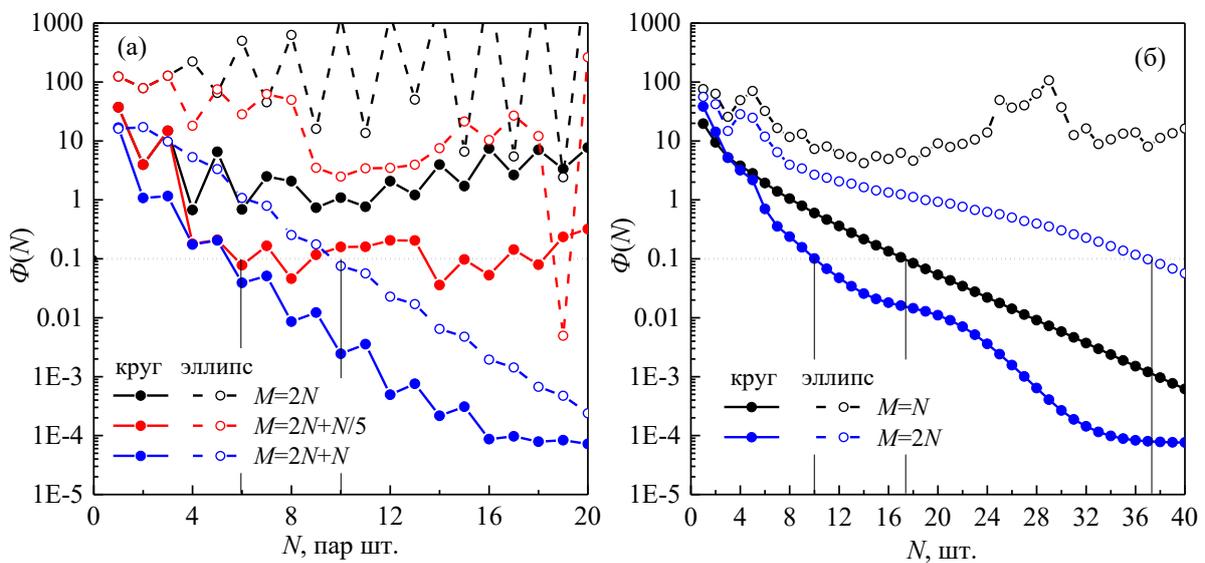


Рис. 4. Относительная погрешность решения задачи модифицированным (а) и классическим (б) МДИ в случае цилиндра с круговой (сплошные линии и заштрихованные точки) и эллиптической (штриховые линии и выколотые точки) направляющими.

В случае цилиндра с круговой направляющей ММДИ требует повышенного количества точек коллокаций по сравнению с классическим методом МДИ (при близком числе ДИ) для наступления монотонной сходимости при увеличении числа вспомогательных ДИ (см. рис. 4а и 4б сплошные линии с заштрихованными кружками). Так в случае ММДИ монотонная сходимость наблюдается при не менее, чем $M = 3N$ (см. рис. 4а синяя сплошная линия с заштрихованными кружками), тогда как классический метод МДИ сходится и при $M = N$ (см. рис. 4б черная сплошная линия с заштрихованными кружками). Однако в случае «вытянутого» цилиндра с эллиптической направляющей ММДИ примерно в два раза требует меньшего количества ДИ по сравнению с классическим МДИ при достижении точности решения менее, чем $\Phi \approx 0.1$ (см. рис. 4а синяя штриховая линия с выколотыми точками, $N = 10$, что соответствует $N_1 = 10$ и $N_2 = 10$ всего 20 вспомогательных ДИ обоих видов и см. рис. 2б, $N = 37$ вспомогательных ДИ).

б) *Тестирование ММДИ при сопоставлении с решением МКР.* Приближенные граничные условия Леонтовича удобны при решении внешних граничных задач электродинамики в случае, если преломленная волна во второй среде распространяется под прямым углом к границе раздела и затухает в e раз на расстоянии $\ll \lambda$, а радиус кривизны фронта волны и поверхности раздела $\gg \lambda$. Решение подобных задач с использованием граничных условий Леонтовича тем точнее, чем показатель преломления или нормированный коэффициент затухания второй среды, много больше соответствующих параметров среды из которой волна распространяется. Проверим точность решения задачи дифракции импульса (10) на цилиндре с круговой направляющей ММДИ с импедансными граничными условиями и МКР для диэлектрического цилиндра. На рис. 5-7 представлены результаты расчета для различных комбинаций сред размещения и заполнения цилиндра. Цилиндр, как и в предыдущем случае расчета будет

размещаться в однородной среде, положение источника тока ($x_0 = 0$ м, $y_0 = 0.5$ м); поле будет наблюдаться в точке ($x_r = 0.1$ м, $y_r = 0.5$ м). Из результатов расчетов представленных на рис. 5-7 видно, что импульс волны «1», прошедший от источника в точку приема, рассчитанный МКР и ММДИ хорошо совпадает между собой по форме. Импульс «2» является результатом рассеяния падающей волны цилиндром, принятой в точке наблюдения. Видно, что по мере увеличения КДП среды заполнения цилиндра относительная погрешность между рассчитанной формой импульса «2» ММДИ и МКР уменьшается примерно с 21% до 3% в зависимости от КДП среды, окружающей цилиндр (см. рис. 5-7).

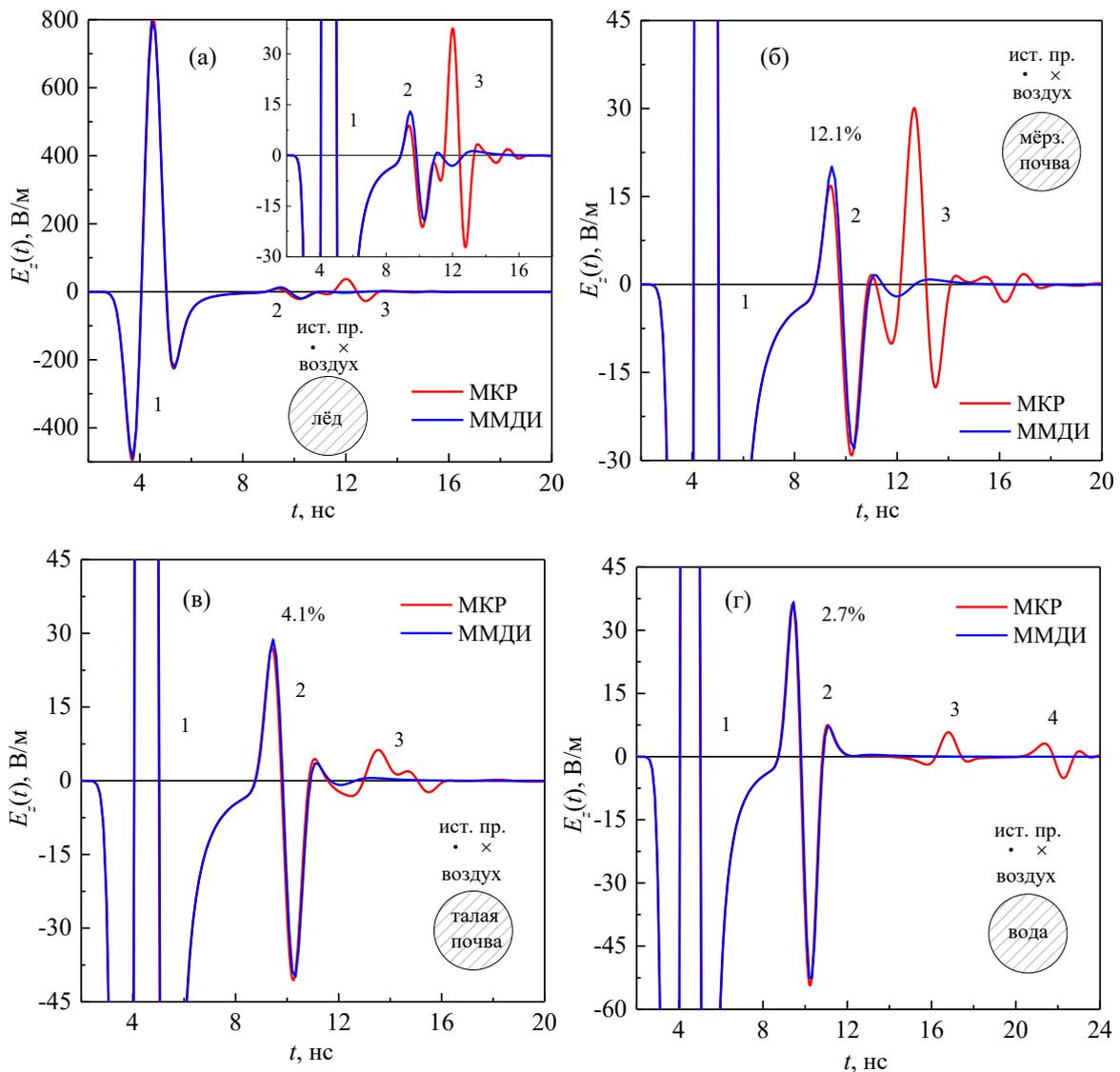


Рис. 5. Временные формы импульсов, рассчитанные модифицированным МДИ (синие линии) и МКР (красные линии) для цилиндра с круговой направляющей, заполненного льдом (а), мерзлой (б) и талой (в) почвой, водой (г), размещенного в воздухе.

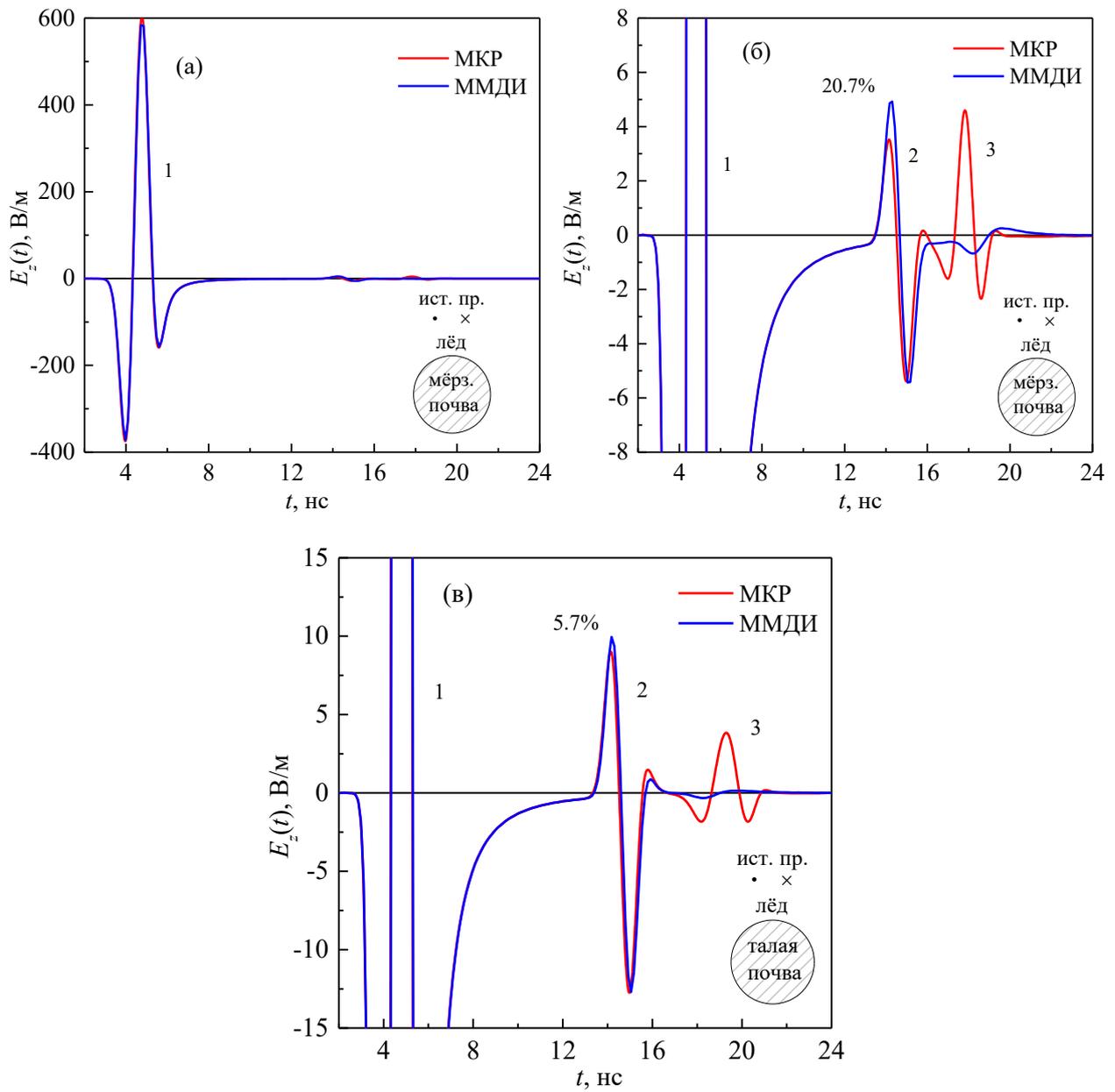


Рис. 6. Временные формы импульсов, рассчитанные модифицированным МДИ (синие линии) и МКР (красные линии) для цилиндра с круговой направляющей, заполненного мерзлой (а, б) и талой (в) почвой, размещенного во льду.

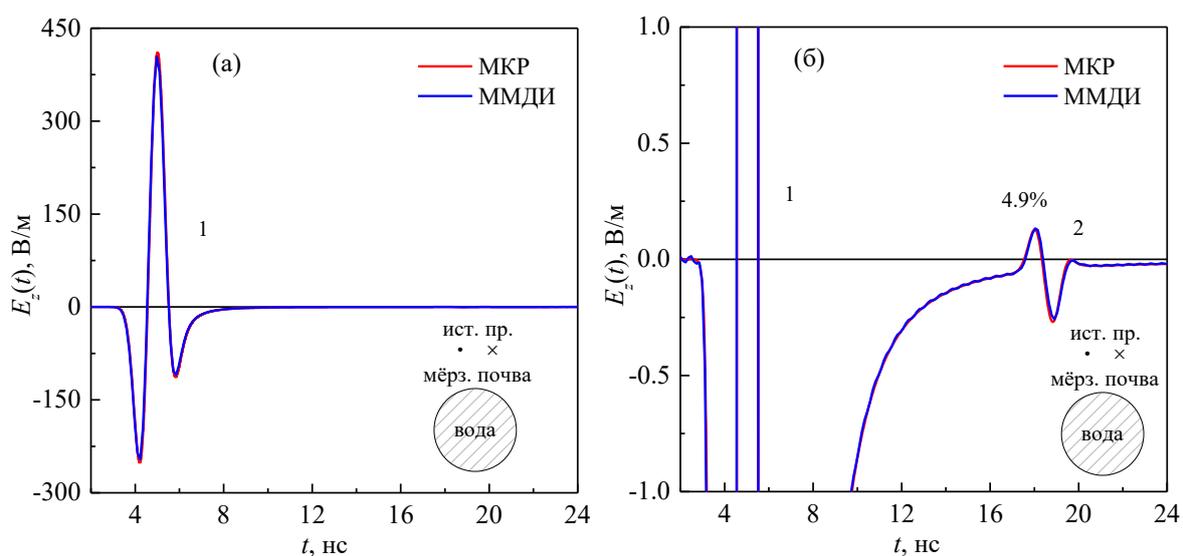


Рис. 7. Временные формы СШП импульсов рассчитанные модифицированным МДИ (синие линии) и МКР (красные линии) для цилиндра с круговой направляющей заполненного водой, размещенного в мерзлой почве.

В целом можно утверждать, что если отношение между показателями преломления сред, заполняющих цилиндр и вмещающего пространства порядка 3 или более, то относительная погрешность между расчетом формы рассеянного импульса цилиндром МКР и на основе приближенных граничных условий Леонтовича ММДИ (см. рис. 5-7 импульсы «2») не превышает 2.7%-12.1%. При этом стоит отметить, что на средней частоте зондирующего импульса порядка 380 МГц ($\lambda_0 = 0.79$ м) заведомо не выполняются условия кривизны поверхности $r_a(r_b) \gg \lambda_0$ для рассмотренных выше цилиндров. Импульсы «3 и 4» на рис. 5-6 являются одно и двукратно переотраженными импульсами внутри цилиндра, которые имеются при расчете МКР и не могут быть рассчитаны на основе ММДИ в виду сформулированных импедансных граничных условий для внешней краевой задачи.

Для некоторых комбинаций сред были проведены сравнительные расчеты для подповерхностных цилиндров с круговой и эллиптической направляющей (см. рис. 8). Импульсы «1», «2» и «3» являются результатом прошедшей волны от источника в точку приема, отраженной от границы раздела воздух-полупространство и рассеянной подповерхностным цилиндром. Видно, что импульс «2» имеет большую амплитуду, а импульс «3» большее затухание при

заполнении полупространства мерзлой почвой по сравнению со слабо поглощающим льдом. Импульс «4» является результатом переотражения волны между границей воздух-полупространство и поверхностью цилиндра (см. рис. 8а и 8в). Импульс «5» соответствует переотраженной волне внутри цилиндра (см. рис. 8а). Импульсы «4» и «5» отсутствуют при заполнении полупространства мерзлой почвой в силу большего затухания в ней волны по сравнению со льдом (сравните рис. 8а и 8б, 8в и 8г). В целом сопоставление решений, полученных двумя независимыми методами ММДИ и МКР, показывает правильность полученных выражений (4)-(8), способ их расчета и работоспособность ММДИ.

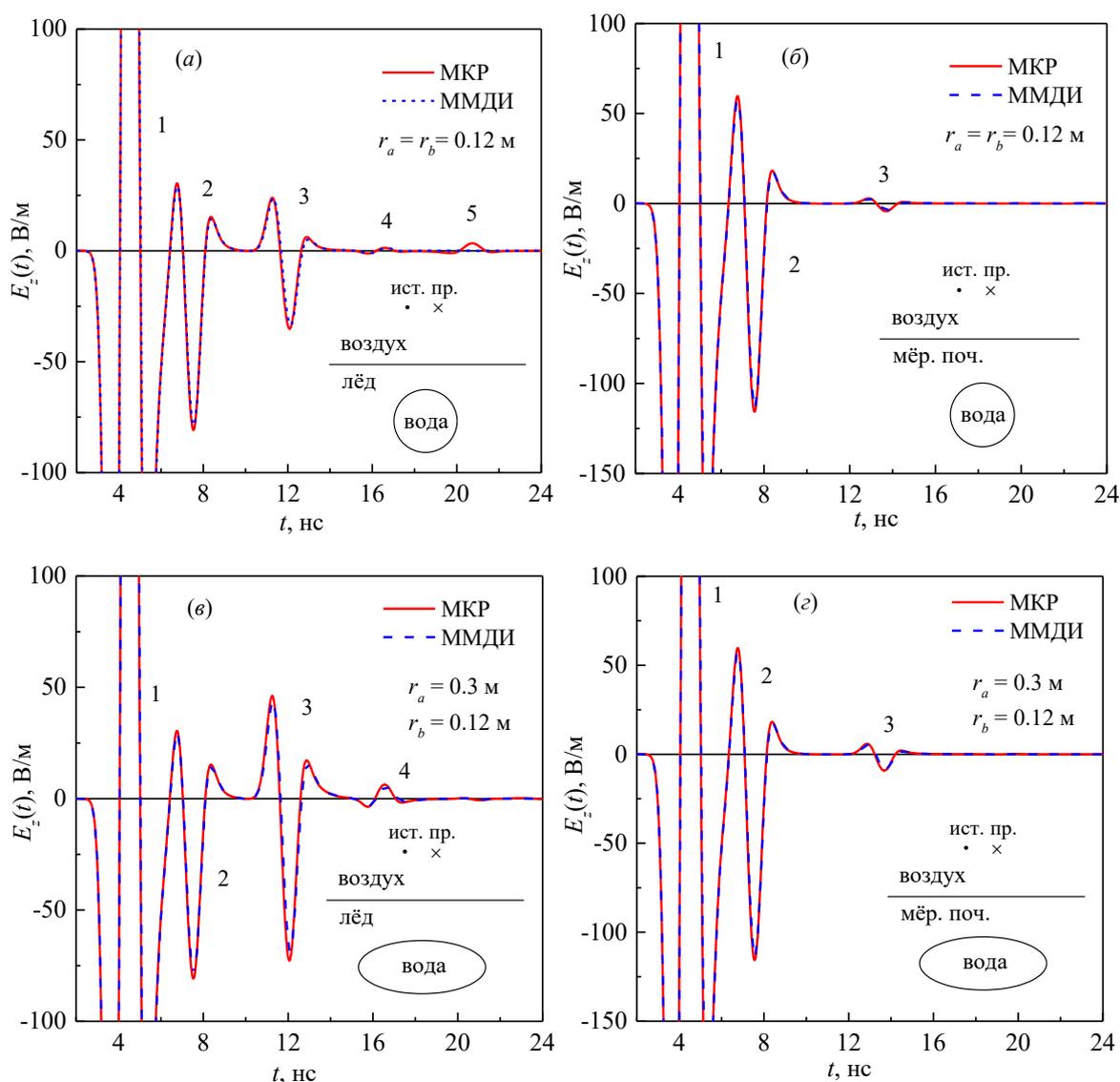


Рис. 8. Временные формы СШП импульсов рассчитанные модифицированным МДИ (синии штриховые линии) и МКР (красные линии) для цилиндра с круговой (а, б) и эллиптической (в, г) направляющими, заполненного водой, размещенного в полупространстве со льдом (а, в) и мерзлой почвой (б, г).

Заключение

В данной работе построено решение двумерной задачи дифракции импульсной электромагнитной волны на импедансном цилиндре с произвольной направляющей, размещенном в диэлектрическом полупространстве. Показано, что для осесимметричного тела (цилиндр с круговой направляющей) требуется примерно одинаковое количество ДИ как в случае классического МДИ, так и ММДИ для достижения установленной точности решения задачи. В случае вытянутого тела (цилиндр с эллиптической направляющей) ММДИ требует примерно в два раза меньшего количества вспомогательных ДИ по сравнению с классическим МДИ при достижении одинаковой точности решения задачи. В данной работе показано, что при существенно более слабых ограничениях, накладываемых на приближенные граничные условия Леонтовича (по сравнению с условиями встречаемых в классической литературе [24]), могут быть получены решения задачи дифракции импульсных полей на диэлектрических цилиндрах, размещенных в полупространстве. При этом, КДП сред заполнения полупространства и цилиндра может варьироваться в широких диапазонах значений и для различных комбинаций между собой: воздух, несоленая вода, талая и мерзлая почва, лед. В следствие того, что большинство природных объектов при подповерхностном георадарном зондировании не обладает круговой симметрией и имеют вытянутые границы, применение ММДИ для моделирования процессов зондирования в этих приложениях обладает вычислительными преимуществами по сравнению с классическим МДИ. В данной работе получено дальнейшее подтверждение возможности применения полной системы функций для описания полей ДИ локализованных на незамкнутых контурах для решения задач дифракции импульсных волн на подповерхностных импедансных цилиндрах.

Финансирование: Работа выполнена в рамках научной тематики Госзадания ИФ СО РАН.

Литература

1. Кюркчан А.Г., Смирнова Н.И., Клеев А.И. Методы решения задач дифракции, основанные на использовании априорной аналитической информации. М.: Физматлит.– 2022.– 304 с.
2. Васильев Е.Н. Возбуждение тел вращения. М.: Радио и связь.– 1987.–272 с.
3. Купрадзе В. Д. О приближенном решении задач математической физики // Успехи математических наук. – 1967. – Т. 22. – №. 2.– С. 59-107.
4. Еремин Ю.А., Свешников А.Г. Метод дискретных источников в задачах электромагнитной дифракции. М.: Изд-во МГУ. –1992. – 182с.
5. Апельцин В.Ф., Кюркчан А.Г. Аналитические свойства волновых полей. М.: Изд-во МГУ. –1990. – 207 с.
6. Анютин А.П., Кюркчан А.Г., Минаев С.А. Модифицированный метод дискретных источников // Радиотехника и электроника. – 2002. – Т. 47. – №. 8. – С. 955-960.
7. Kyurkchan A.G., Smirnova N.I. Mathematical Modeling in Diffraction Theory (Chapter 1). Elsevier. –2016. –P. 1-49.
8. Еремин Ю.А., Свешников А.Г. Квазиклассические модели квантовой наноплазмоники на основе метода дискретных источников (Обзор) // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2021. – Т. 61. – №. 4. – С. 580-607.
9. Беличенко В. П. и др. Математические методы в граничных задачах электродинамики. – Томск: Изд-во ТГУ. – 1990.–172 с.
10. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Советское радио. 1957. 581 с.
11. Eremin Y.A. et al. A new method of internal auxiliary source-sinks (MIASS) for two-dimensional interior Dirichlet acoustic problems // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2021. – Т. 386. – P. 113231.
12. Eremin Y.A. et al. New scheme of the discrete sources method for two-dimensional scattering problems by penetrable obstacles // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2023. – Т. 417. – P. 114556.

13. Музалевский К.В. Дифракция электромагнитного импульса на объекте в неоднородной среде // Тез. док. тридцать первой науч. конф. студентов, аспирантов. – Барнаул. – АлтГУ. –2004. – С. 34-35.
14. Комаров С.А., Музалевский К.В. Импульсное зондирование неоднородной среды // Известия Алтайского государственного университета. –2005.– Т. 35. – № 1.– С. 113-115.
15. Komarov S.A., Mironov V.L., Muzalevsky K.V. GPR signal simulations in the course of freeze/thaw process for a permafrost area // International Geoscience and Remote Sensing Symposium. – 2005. – Т. 7. – С. 4600.
16. Малакшинов Н.П., Скобелев С.П. Рассеяние импульсной электромагнитной волны на цилиндре в диэлектрическом полупространстве // Радиотехника. – 2007. – №. 10. – С. 75-80.
17. Эпов М.И., Миронов В.Л., Музалевский К.В. Сверхширокополосное электромагнитное зондирование нефтегазового коллектора. Новосибирск: СО РАН. –2011. –114 с.
18. Марков Г.Т., Петров Б.М., Грудинская Г.П. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Советское радио. –1979. –376 с.
19. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М. –1977. 304 с.
20. Библиотека Численного анализа НИВЦ МГУ. Подпрограмма: ASP4E. Online: http://num-anal.srcc.msu.ru/lib_na/cat/as/asp4a.htm
21. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. –Т. 2. –1959. –620 с.
22. Yee K. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media // IEEE Transactions on antennas and propagation. – 1966. – Т. 14. – №. 3. – С. 302-307.
23. Ulaby F. T., Long D.G., Blackwell, et al. Microwave radar and radiometric remote sensing. Ann Arbor: University of Michigan Press. –2014. – 984 p.
24. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М.: Наука. –1990.–432с.

Для цитирования:

Музалевский К.В. Применение модифицированного метода дискретных источников в задаче дифракции импульсной волны на подповерхностном импедансном цилиндре. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 9. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.9.10>