

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.9.3>

УДК: 535.231.16

ЗАВИСИМОСТЬ ВЕЛИЧИНЫ СИГНАЛА ОТ СМЕЩЕНИЯ ФУНКЦИИ РАССЕЯНИЯ ТОЧКИ, ВПИСАННОЙ В ЧЕТЫРЕ ПИКСЕЛА МАТРИЦЫ

И.В. Знаменский, Е.О. Зотьев, И.И. Олейников, А.Т. Тунгушпаев

АО «Научно-производственная корпорация
«Системы прецизионного приборостроения»
111024, Москва, Авиамоторная, 53

Статья поступила в редакцию 24 мая 2024 г.

Аннотация. Предмет исследования. Разработан алгоритм расчета изменения уровня сигнала пиксела матрицы, при смещении функции рассеяния точки под углом 45° относительно точки стыковки 4-х пикселей матрицы. В исходном состоянии функции рассеяния точки вписана в четыре пиксела. Спектральная чувствительность пиксела постоянна в пределах площади пиксела. Рассмотрено распределение облученности пиксела в функции рассеяния точки в виде равномерной облученности. **Метод.** В основу расчета положен метод разбиения функции рассеяния точки на каждом пикселе матрицы на отдельные области, по которым производятся вычисления сигнала. Смещение функцию рассеяния точки на Δx по оси X и на Δy по оси Y берется в нормированном к радиусу пятна виде. Для создания двумерного графика зависимости сигнала пиксела от смещения функцию рассеяния точки по осям X , Y вводим относительное смещение функцию рассеяния точки η . **Основные результаты.** Разработан алгоритм расчета изменения уровня сигнала пиксела матрицы, при смещении функцию рассеяния точки относительно пикселей матрицы для случая облученности пиксела в кружке рассеяния объектива в виде равномерной

облученности. Построена зависимость нормированного сигнала пиксела матрицы от относительного смещения функции рассеяния точки η под углом 45° для вышеуказанного случая облученности. **Практическая значимость.** В системах наведения и сопровождения космических объектов, астродатчиках широко используются матричные фотоприемники. Для расфокусированной оптической системы используется равномерное распределение. При смещении функции рассеяния точки относительно точки стыковки четырех пикселей матрицы происходит падение сигнала матрицы, что при малом отношении сигнал-шум может приводить к срыву сопровождения или увеличению погрешности измерения угловых координат космического объекта. Результаты данных исследований могут использоваться для моделирования системы наведения на цель и определения координат цели.

Ключевые слова: объектив, дифракция, матрица, пиксел, функция рассеяния точки.

Автор для переписки: Знаменский Игорь Всеволодович, igorznamenskii@yandex.ru

Введение

В системах наведения и сопровождения космических объектов (КО), астродатчиках широко используются матричные фотоприемники [1-3]. При оценке сигнала, считанного пикселем матрицы, необходимо учитывать распределение облученности по площади ФРТ.

В настоящей работе рассмотрен случай, когда ФРТ, сформированная от точечного источника, в исходном состоянии вписана в четыре квадратных пиксела матрицы и учитывается только дифракция. ФРТ взята в виде цилиндра.

Аппроксимация равномерной облученностью в фокальной плоскости объектива используется для оптических систем с пониженным разрешением или для расфокусированных систем [4,5], но в этих работах смещение КРО не рассматривается.

В [6,7] рассмотрено смещение ФРТ, вписанную в один пиксел. В [7] рассмотрено смещение ФРТ под углом 45° и $0^\circ, 90^\circ$. В [6] рассмотрено смещение ФРТ под любым углом. В работах представлены зависимости уровня сигнала от величины смещения.

В [8] получена аналитическая аппроксимация дисперсии положения центроида. Для оценки центроида используется метод максимального правдоподобия. В [9] рассмотрена проблема алгоритмов обнаружения точечных объектов и зависимость результатов от внутрипиксельного положения проекции объекта на кадре. В работе [10] проведено моделирование и определена погрешность вычисления центроида точечного источника и выбран оптимальный порог.

В работе [11] исследовано изменение сигнала при смещении ФРТ для квадратного пиксела, в который вписан кружок рассеяния объектива.

В работе [12-14] исследована методическая погрешность, зависящая от положения изображения звезды относительно растровой структуры ПЗС-матрицы.

В процессе вывода спутника на орбиту неизбежны деформации фокальной плоскости и оптической системы. В результате изображения оказываются в различной степени расфокусированными [13]. Там же показано, что при параметре $n = 2$, предлагаемая функция аппроксимации представляет собой функцию Гаусса, а при $n = 4$ форма становится более пологой и стремится к цилиндрической. В работе [15] для повышения точности был разработан метод аппроксимации ФРТ функцией более высокого порядка, нежели функция Гаусса.

Задача данной работы – это нахождение величины сигнала с пикселей при смещении центра ФРТ относительно общей точки соединения четырех пикселей, а также нахождение суммарной величины сигнала с пикселей при установленном некотором пороге при смещении центра ФРТ.

При смещении ФРТ изменяется мощность облучения пиксела (P_s)

$$P_s = \int_S E dS,$$

где E – облученность пиксела по площади S .

На выходе потенциальной ямы КМОП матрицы регистрируется число электронов (N_S), определяемое выражением

$$N_S = \frac{P_S \tau_{ac} \varepsilon}{hc / \lambda_0},$$

где: τ_{ac} – время накопления, ε – квантовая эффективность, h – постоянная Планка, c – скорость света, λ_0 средняя длина волны облучения, $\lambda_0 = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$, λ_1 и λ_2 минимальная и максимальная длина волны облучения пиксела.

Следовательно, число электронов на выходе потенциальной ямы КМОП матрицы пропорционально облученности пиксела по площади S .

Рассмотрены случаи, когда $\Delta x = \Delta y$, т.е. смещение ФРТ относительно пикселей матрицы осуществляется под углом 45° , а также при смещении вдоль оси X .

Началом оси смещения ФРТ является точка O (рис. 1). ФРТ вписана в четыре пиксела с центром в точке O . При смещении кружка рассеяния относительно пикселей матрицы на величину $\Delta x > 0$ по оси X и на $\Delta y > 0$ по оси Y , ФРТ облучает более чем четыре пиксела матрицы (рис. 1).

Вычислим уровень сигнала пиксела матрицы в зависимости от величины смещения Δx и Δy по осям X и Y , соответственно.

Здесь ξ_x, ξ_y – относительное смещение ФРТ по осям X и Y , соответственно:

$$\xi_x = \Delta x/R, \xi_y = \Delta y/R.$$

Если ФРТ перемещается под углом $\pi/4$ относительно пиксела матрицы (рис. 1), тогда $\xi = \xi_x = \xi_y$, где прямая $Oq = \eta R$ – ось смещения ФРТ.

Обозначим

$$\eta = (\xi_x^2 + \xi_y^2)^{0,5}, \quad (1)$$

$$0 \leq \eta \leq 1,414, 0 \leq \xi_x \leq 1, 0 \leq \xi_y \leq 1,$$

$$\text{или } \eta = 1,4142\xi.$$

При смещении центра ФРТ в диапазоне $0,2929 < \xi < 0,7071$ облучение распределяется на 9 пикселей. Все пиксели пронумерованы на рисунках.

1. Определение облученности на пикселах

Распределение облученности на пикселе матрицы задается выражением [4]:

$$G(x,y) = A, \text{ при } z = (x^2 + y^2)^{0,5} \leq R;$$

$$G(x,y) = 0, \text{ при } z > R.$$

Функция рассеяния точки аппроксимируется цилиндром. Константа A выбирается из условия нормировки [4].

$$A = 1/\pi R^2,$$

где R – радиус пятна, x, y – координаты точки изображения.

На рис. 1 представлено исходное положение ФРТ относительно пикселей матрицы, когда $\xi = 0$ ($\eta = 0$), смещенное положение ФРТ при $\xi = 0,2929$ ($\eta = 0,4142$), $\xi = 0,7071$ ($\eta = 1$), и $\xi = 1$ ($\eta = 1,4142$).

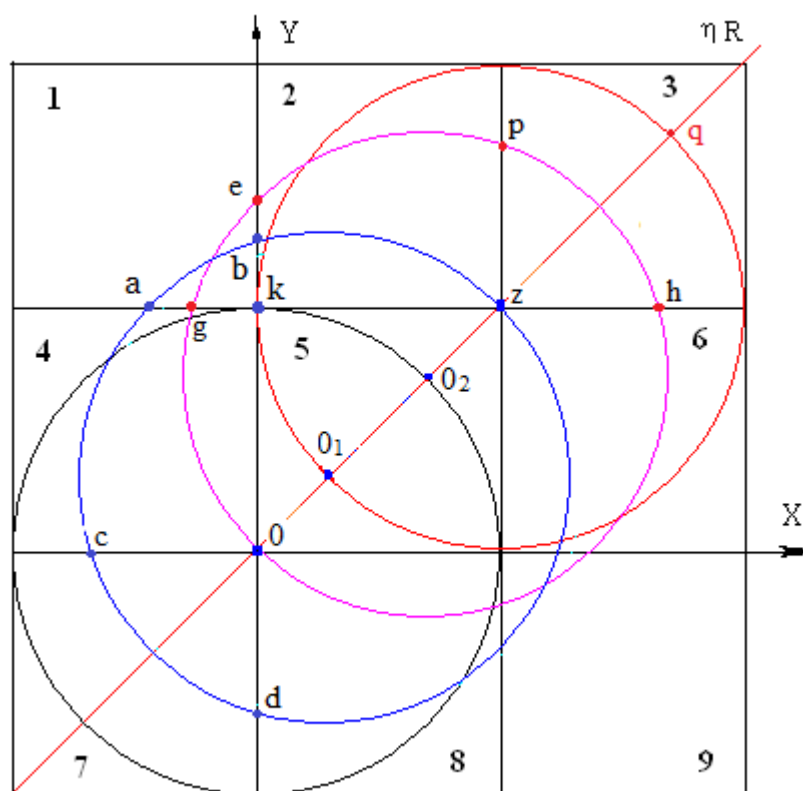


Рис. 1. Положение ФРТ: исходное (центр круга O , $\xi = 0$) и смещенное (центр круга O_1 , $\xi = 0,2929$; центр круга O_2 , $\xi = 0,7071$; центр круга z , $\xi = 1$).

2. Вычисление сигналов U_1, U_9

Определим сигнал U_1 , сформированный областью S_1 равной площади abk , считанный с пиксела 1 матрицы (рис. 1). Выражение для сигнала U_1 , вычисляемого с помощью интеграла в прямоугольных координатах, имеет вид [16,17]:

$$U_1 = A \int_{x_a}^{x_b} dx \int_{y_k}^y dy = A \int_{x_a}^{x_k} \left[R(1 - \xi^2)^{0.5} + R\xi - Y_k \right] dx,$$

где: $X_a = R \left[\xi - \left\{ \xi(2 - \xi) \right\}^{0.5} \right]$, $X_k = 0$, $Y_k = R$, $Y = R\xi + \left[R^2 - (X - R\xi)^2 \right]^{0.5}$.

В результате сигнал U_1 равен:

$$U_1 = \frac{\left[-\xi(1 - \xi^2)^{0.5} - \arcsin(\xi) + (1 - \xi) \left\{ \xi(2 - \xi) \right\}^{0.5} + \arcsin \left(\left\{ \xi(2 - \xi) \right\}^{0.5} \right) + 2\xi(1 - \xi) \right]}{2\pi},$$

при $0 \leq \xi \leq 1$; $\xi = \eta/1,4142$; $0 \leq \eta \leq 1,4142$.

Симметричный сигналу U_1 сигнал U_9 от пиксела 9 равны друг другу, т.е. $U_9 = U_1$.

3. Вычисление сигнала U_7

В исходном состоянии (при $\xi = 0$) $U_7 = 0,25$. Как видно из рис. 1, $U_7 = 0$ при $0,7071 \leq \xi \leq 1,0$. Площадь $0cd$ – используется для вычисления U_7 в диапазоне $0 \leq \xi < 0,7071$. На рис. 1 показана промежуточная площадь $0cd$ при смещении ФРТ между исходным положением и граничным (при $\xi = 0,7071$).

Определим сигнал U_7 , сформированный областью S_7 пиксела 7 матрицы (рис. 1). Выражение для сигнала U_7 , вычисляемого с помощью интеграла в прямоугольных координатах при $0 \leq \xi < 0,7071$, имеет вид [16,17]:

$$U_7 = A \int_{x_c}^{x_0} dx \int_y^{y_0} dy = A \int_{x_c}^{x_0} \left[\left\{ R^2 - (X - R\xi)^2 \right\}^{0.5} + R\xi \right] dx,$$

где: $X_0 = 0$, $Y_0 = 0$, $X_c = R \left[\xi - \left\{ 1 - \xi^2 \right\}^{0.5} \right]$, $Y = R\xi - \left\{ R^2 - (X - R\xi)^2 \right\}^{0.5}$.

Вычислив интеграл U_7 , получим:

$$U_7 = \left[2\xi \left(\xi - \{1 - \xi^2\}^{0,5} \right) + \arcsin \left(\{1 - \xi^2\}^{0,5} \right) - \arcsin(\xi) \right] / 2\pi,$$

при $0 \leq \xi < 0,7071$; $\xi = \eta/1,4142$.

4. Вычисление сигнала U_3

В исходном состоянии (при $\xi = 0$) $U_3 = 0$. Как видно из рис. 1, $U_3 = 0$ при $0 \leq \xi \leq 0,2929$. Площадь pzh –используется для вычисления U_3 в диапазоне $0,2929 \leq \xi < 1$. На рис. 1 показана промежуточная площадь pzh ($\xi = 0,7071$) при смещении ФРТ между граничным положением ($\xi = 0,2929$) и конечным ($\xi = 1$).

Определим сигнал U_3 , сформированный областью S_3 пиксела 3 матрицы (рис. 1). Выражение для сигнала U_3 , вычисляемого с помощью интеграла в прямоугольных координатах при $0,2929 < \xi \leq 1$, имеет вид [16,17]:

$$U_3 = A \int_{x_z}^{x_h} dx \int_{y_h}^y dy = A \int_{x_z}^{x_h} \left[R\xi + \left\{ R^2 - (X - R\xi)^2 \right\}^{0,5} - Y_z \right] dx,$$

где: $X_z = R$, $Y_z = R$, $X_h = R \left[\xi + \left\{ \xi(2 - \xi) \right\}^{0,5} \right]$, $Y_h = R$, $Y = R\xi + \left\{ R^2 - (X - R\xi)^2 \right\}^{0,5}$.

Окончательно определим сигнал U_3 :

$$U_3 = \frac{\left[\arcsin \left(\left\{ \xi(2 - \xi) \right\}^{0,5} \right) + 2(1 - \xi)^2 - 2(1 - \xi) \left\{ \xi(2 - \xi) \right\}^{0,5} - \arcsin(1 - \xi) \right]}{2\pi},$$

при $0,2929 < \xi \leq 1$; $\xi = \eta/1,4142$.

5. Вычисление сигналов U_2 , U_6

Определим сигнал U_2 , сформированный областью S_2 пиксела 2 матрицы (рис. 2). Вычисление сигнала с пиксела 2 разбивается на две области: S_{2a} , равная площади bzk ($0 \leq \xi \leq 0,2929$) и S_{2b} , равная площади $kcdz$ ($0,2929 < \xi \leq 1$).

Площадь bzk – граничная и используется для вычисления U_2 в диапазоне $0 \leq \xi \leq 0,2929$.

Выражение для сигнала U_2 , вычисляемого с помощью интеграла в прямоугольных координатах при $0 \leq \xi \leq 0,2929$ ($0 \leq \eta \leq 0,4142$), имеет вид [16,17]:

$$U_2 = A \int_{x_k}^{x_m} dx \int_{y_k}^y dy = A \int_{x_k}^{x_m} \left[\left\{ R^2 - (X - \xi R)^2 \right\}^{0.5} + R\xi - R \right] dx,$$

где $X_k = 0, 0 \leq X_m \leq R, Y_k = R,$

$$Y = \left\{ R^2 - (X - \xi R)^2 \right\}^{0.5} + R\xi. \tag{2}$$

X_m зависит от ξ . При изменении ξ от 0 до 0,2929, X_m изменяется от 0 до R .

$$X_m = R \left[\xi + \left\{ \xi(2 - \xi) \right\}^{0.5} \right] \text{ (точка } m \text{ показана на рис. 2).}$$

В результате выражение для U_2 имеет вид:

$$U_2 = \frac{\left[(X_m / R - \xi) \left\{ 1 - \left(\frac{X_m}{R} - \xi \right)^2 \right\}^{0.5} + \arcsin \left(\frac{X_m}{R} - \xi \right) + \xi \left\{ 1 - \xi^2 \right\}^{0.5} + \arcsin(\xi) - 2(1 - \xi) \frac{X_m}{R} \right]}{2\pi},$$

при $0 \leq \xi \leq 0,2929; \xi = \eta/1,4142.$

Площадь $kcdz$ – переменная ($\xi = 0,7071$) и используется для вычисления U_2 в диапазоне $(0,2929 < \xi \leq 1).$

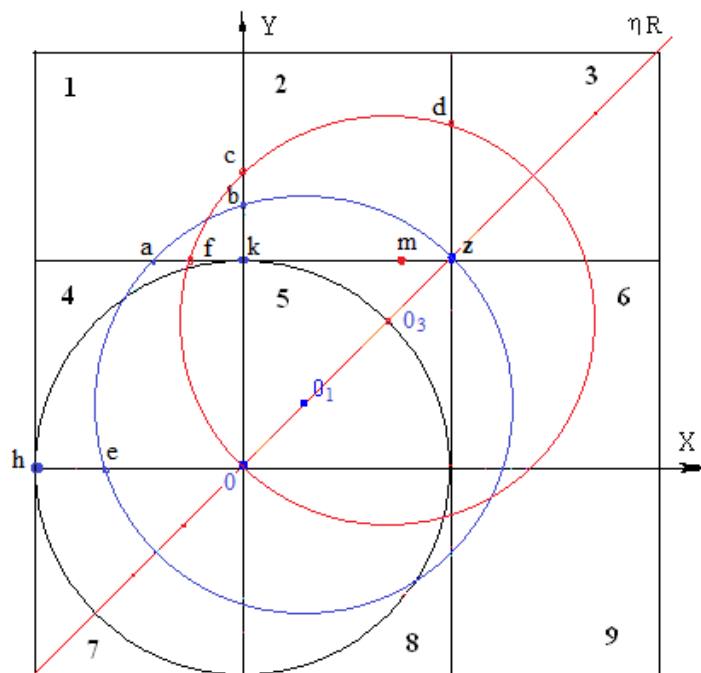


Рис. 2. Определение принципа вычисления сигнала пиксела 2 и 4 для двух значений смещения (ξ) ФРТ: $\xi = 0,2929$ и $\xi = 0,7071$.

Определим сигнал, сформированный областью S_{2b} пиксела 2 матрицы (рис. 2) при $0,2929 < \xi \leq 1$ ($0,4142 < \eta \leq 1,4142$).

Выражение для сигнала U_2 , вычисляемого с помощью интеграла в прямоугольных координатах, имеет вид [16,17]:

$$U_2 = A \int_{x_k}^{x_z} dx \int_{y_k}^y dy = A \int_{x_k}^{x_z} \left[\left\{ R^2 - (X - R\xi)^2 \right\}^{0,5} + R\xi - Y_k \right] dx,$$

где $X_k = 0$, $X_m = X_z = R$, $Y_k = R$.

Здесь X_m постоянно и определяется границей пиксела 2 равной R при $\xi \geq 0,2929$. Y – определено выражением (2). Значение Y зависит от смещения ξ и при $0,2929 \leq \xi \leq 1$ Y изменяется в диапазоне от R до $2R$.

Окончательно получим выражение для сигнала U_2 :

$$U_2 = \frac{\left[(1-\xi) \left\{ \xi(2-\xi) \right\}^{0,5} + \arcsin(1-\xi) + \xi \left\{ 1-\xi^2 \right\}^{0,5} + \arcsin(\xi) - 2(1-\xi) \right]}{2\pi},$$

при $0,2929 < \xi \leq 1$; $\xi = \eta/1,4142$.

Симметричный сигналу U_2 сигнал U_6 от пиксела 6 равны друг другу, т.е. $U_6 = U_2$.

6. Вычисление сигналов U_4 , U_8

Определим сигнал, сформированный областью S_4 пиксела 4 матрицы (рис. 2). Вычисление сигнала с пиксела 4 разбивается на две области: S_{4a} , равная площади Ofk ($0 \leq \xi \leq 0,7071$) и S_{4b} , формируемая при дальнейшем смещении ФРТ ($0,7071 \leq \xi \leq 1$).

Площадь Ofk – граничная и используется для вычисления U_4 в диапазоне $0 \leq \xi \leq 0,7071$. На рис. 2 показана промежуточная площадь $ak0e$ при смещении ФРТ между исходным положением и граничным, т.е. при $\xi = 0,2929$.

Выражение для сигнала U_4 , вычисляемого с помощью интеграла в прямоугольных координатах при $0 \leq \xi \leq 0,7071$ ($0 \leq \eta \leq 1$) [16,17]

$$U_4 = A \int_{y_c}^{y_a} dy \int_x^{x_0} dx = A \int_{y_c}^{y_a} \left[\left\{ R^2 - (y - R\xi)^2 \right\}^{0,5} - R\xi \right] dy,$$

где: $Y_a = R, Y_c = 0, X_0 = 0, X = R\xi - \left\{R^2 - (y - R\xi)^2\right\}^{0,5}$,

при $0 \leq \xi \leq 0,7071, \xi = \eta/1,4142$.

Окончательно получим выражение для сигнала U_4 :

$$U_4 = \frac{\left[(1-\xi)\{\xi(2-\xi)\}^{0,5} + \arcsin(1-\xi) + \xi\{1-\xi^2\}^{0,5} + \arcsin(\xi) - 2\xi \right]}{2\pi}$$

при $0 \leq \xi \leq 0,7071; \xi = \eta/1,4142; 0 \leq \eta \leq 1$.

Площадь S_{4b} – переменная и используется для вычисления U_4 в диапазоне $(0,7071 \leq \xi \leq 1)$.

Определим сигнал, сформированный областью S_{4b} пиксела 4 матрицы (рис. 2) при $0,7071 < \xi \leq 1$ ($1 < \eta \leq 1,4142$).

Выражение для сигнала U_4 , вычисляемого с помощью интеграла в прямоугольных координатах при $0,7071 < \xi \leq 1$ ($1 < \eta \leq 1,4142$) имеет вид [16,17]:

$$U_4 = A \int_{y_d}^{y_k} dy \int_x^{x_0} dx = A \int_{y_d}^{y_k} \left[\left\{R^2 - (y - R\xi)^2\right\}^{0,5} - R\xi \right] dy,$$

где: $0 \leq Y_d \leq R, Y_d = R \left[\xi - \{1 - \xi^2\}^{0,5} \right], X = R\xi - \left\{R^2 - (y - R\xi)^2\right\}^{0,5}, Y_k = R, X_0 = 0$.

при $0,7071 < \xi \leq 1$.

Окончательно получим выражение для сигнала U_4 :

$$U_4 = \frac{\left[(1-\xi)\{\xi(2-\xi)\}^{0,5} + \arcsin(1-\xi) + \xi\{1-\xi^2\}^{0,5} + \arcsin\left(\{1-\xi^2\}^{0,5}\right) - 2\xi - \xi + \{1-\xi^2\}^{0,5} \right]}{2\pi},$$

при $0,7071 < \xi \leq 1; \xi = \eta/1,4142; 1 < \eta \leq 1,4142$.

Симметричный сигналу U_4 сигнал U_8 от пиксела 8 равны друг другу, т.е. $U_8 = U_4$.

7. Вычисление сигнала U_5

В исходном состоянии (при $\xi = 0$) $U_5 = 0,25$. Определим сигнал, сформированный областью S_5 пиксела 5 матрицы (рис. 3). Вычисление сигнала пиксела 5 разбивается на три области ξ : $0 \leq \xi \leq 0,2929$; $0,2929 < \xi < 0,7071$ и $0,7071 \leq \xi \leq 1$.

Для вычисления сигнала U_5 , для области $0 \leq \xi \leq 0,2929$, площадь пиксела 5 ($S_5 = S_{okzr}$) разделим ее на две площади $S_{okmf} = S_{51}$ и $S_{mzrf} = S_{52}$ (рис. 3). Обе площади переменные и зависят от значения ξ в диапазоне $0 \leq \xi \leq 0,2929$.

На рис. 3 показан круг (с центром O_1), расположенный в промежутке между исходным кругом и граничным при $\xi = 0,2929$, поясняющий определение пределов интеграла для вычисления площади S_5 .

Выражение для сигнала U_5 , вычисляемого с помощью интеграла в прямоугольных координатах при $0 \leq \xi \leq 0,2929$ ($0 \leq \eta \leq 0,4142$), имеет вид [16,17]:

$$U_5 = A \int_{x_m}^{x_z} dx \int_0^y dy = A \int_{x_m}^{x_z} \left[\left\{ R^2 - (X - R\xi)^2 \right\}^{0,5} + R\xi \right] dx,$$

при $0 \leq \xi < 0,2929$.

$$\text{Здесь: } X_z = R, Y = \left\{ R^2 - (X - R\xi)^2 \right\}^{0,5}, X_m = R \left[\xi + \left\{ \xi(2 - \xi) \right\}^{0,5} \right].$$

$$S_5 = S_{51} + S_{52}.$$

Выражение для интеграла U_{51} имеет вид:

$$U_{51} = A \int_{x_m}^{x_z} \left[\left\{ R^2 - (X - R\xi)^2 \right\}^{0,5} \right] dx$$

Вычислив интеграл U_{51} , получим:

$$U_{51} = \frac{\left[(1 - \xi) \left\{ \xi(2 - \xi) \right\}^{0,5} + \arcsin(1 - \xi) - (X_m / R - \xi) \left\{ 1 - (X_m / R - \xi)^2 \right\}^{0,5} - \arcsin(X_m / R - \xi) \right]}{2\pi}.$$

Выражение для интеграла U_{52} имеет вид:

$$U_{52} = A \int_{x_m}^{x_z} [R\xi] dx.$$

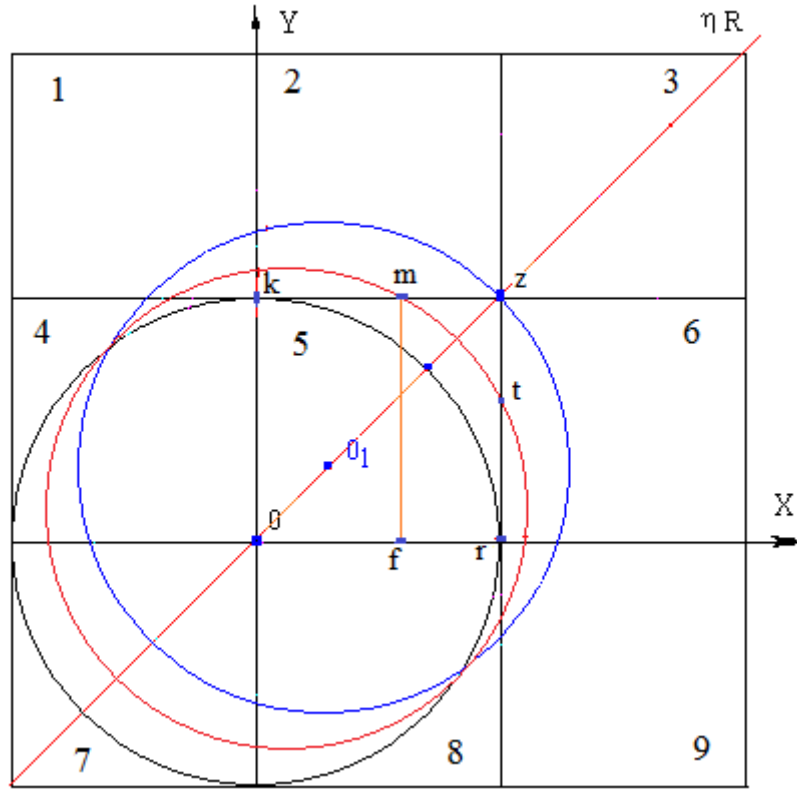


Рис. 3. Определение области интегрирования для сигнала пиксела 5 при смещении ФРТ в диапазоне $0 \leq \xi < 0,2929$.

Вычислив интеграл U_{52} , получим:

$$U_{52} = \xi(1 - X_m / R) / \pi .$$

Окончательно получим выражение для сигнала U_5 :

$$U_5 = \frac{\left[2\xi(1 - X_m / R) + (1 - \xi)\{\xi(2 - \xi)\}^{0.5} + \arcsin(1 - \xi) - (X_m / R - \xi)\{1 - (X_m / R - \xi)^2\}^{0.5} - \arcsin(X_m / R - \xi) \right]}{2\pi},$$

при $0 \leq \xi < 0,2929$; $\xi = \eta/1,4142$.

Как понятно из рис. 3 и рис. 4, сигнал U_5 пиксела 5 при $0,2929 \leq \xi \leq 0,7071$ равен

$$U_5 = 1/\pi = 0,3183,$$

при $0,2929 < \xi < 0,7071$.

Этот результат получен т.к. площадь пиксела равна R^2 , а с учетом нормирующего коэффициента A , $U_5 = 1/\pi$.

Определим сигнал, сформированный областью S_5 пиксела 5 матрицы (рис. 4). Для вычисления сигнала U_5 , для области $0,7071 \leq \xi \leq 1$, площадь

пиксела 5 ($S_5 = S_{0kzr}$) разделим ее на две площади $S_{wksn} = S_{53}$ и $S_{nszr} = S_{54}$ (рис. 4). Обе площади переменные и зависят от значения ξ в диапазоне $0,7071 \leq \xi \leq 1,0$.

$$S_5 = S_{53} + S_{54}.$$

На рис. 4 показан круг (с центром O_2), расположенный в промежутке между граничным кругом (при $\xi = 0,7071$) и кругом (при $\xi = 1$). Этот рисунок поясняет определение пределов интеграла для вычисления площади S_5 .

Выражение для сигнала U_5 , вычисляемого с помощью интеграла в прямоугольных координатах при $0,7071 \leq \xi \leq 1,0$ ($1 < \eta \leq 1,4142$), имеет вид [16,17]:

$$U_5 = A \int_{x_d}^{x_n} dx \int_y^{y_k} dy = A \int_{x_d}^{x_n} \left[\left\{ R^2 - (X - R\xi)^2 \right\}^{0,5} + R \right] dx,$$

При этом отрезок X_n переменный, так как зависит от ξ и определяется в виде:

$$X_n = R \left[\xi - \left\{ 1 - \xi^2 \right\}^{0,5} \right],$$

где $X_d = 0$, $Y_k = R$, $Y = - \left\{ R^2 - (X - R\xi)^2 \right\}^{0,5}$.

Вычислив интеграл для U_{53} , получим:

$$U_{53} = \frac{\left[2(1 - \xi)(X_n / R) - \arcsin \left(\left\{ 1 - \xi^2 \right\}^{0,5} \right) + \arcsin(\xi) \right]}{2\pi}.$$

Выражение для U_{54} имеет вид:

$$U_{54} = AY_k (X_r - X_n) = (1 - X_n / R) / \pi.$$

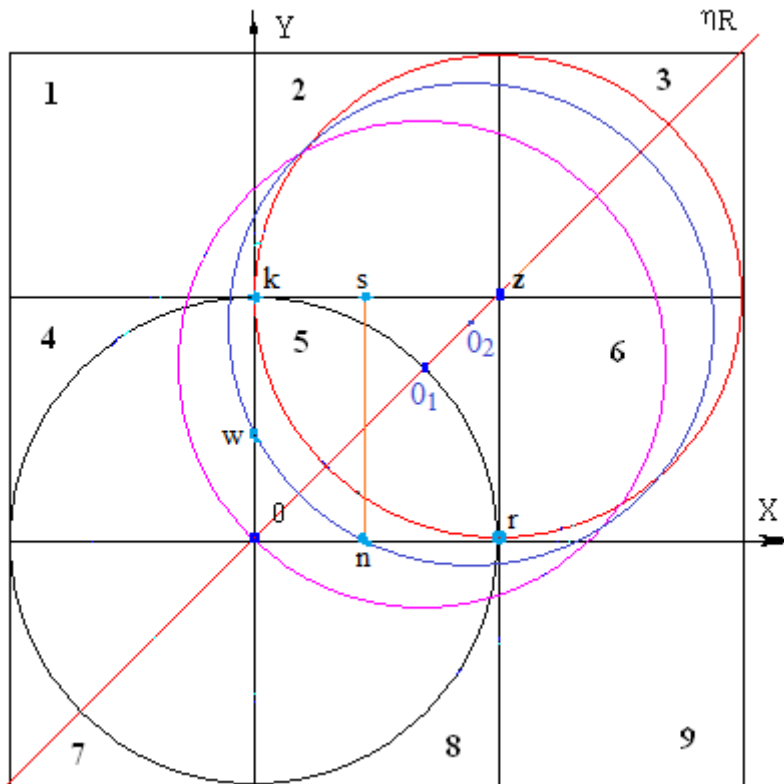


Рис. 4. Определение области интегрирования для сигнала U_5 пиксела 5 при смещении ФРТ в диапазоне $0,7071 \leq \xi \leq 1,0$.

В результате определяем U_5 :

$$U_5 = \frac{\left[2(1 - \xi X_n / R) - \arcsin\left(\{1 - \xi^2\}^{0,5}\right) + \arcsin(\xi) \right]}{2\pi},$$

при $0,7071 \leq \xi \leq 1,0$; $\xi = \eta/1,4142$.

8. Графики сигналов при смещении центра ФРТ под углом 45°

Так сигнал нормирован коэффициентом А, то сумма всех сигналов равна 1 в диапазоне $0 \leq \xi < 1$, или $(0 \leq \eta < 1,4142)$ т.е.

$$\sum [2U_1 + 2U_2 + 2U_4 + U_5 + U_3 + U_7] = 1.$$

Сумма сигналов U_1 и U_9 составляет 5% от суммы всех сигналов равной 1 при ξ равном 0,5, а при других значениях ξ составляет еще меньше. Поэтому графики сигналов U_1, U_9 здесь не приводятся.

На рис. 5 приведены зависимости сигналов $U_2...U_8$ от η , изменяющегося в диапазоне $0...1,4142$.

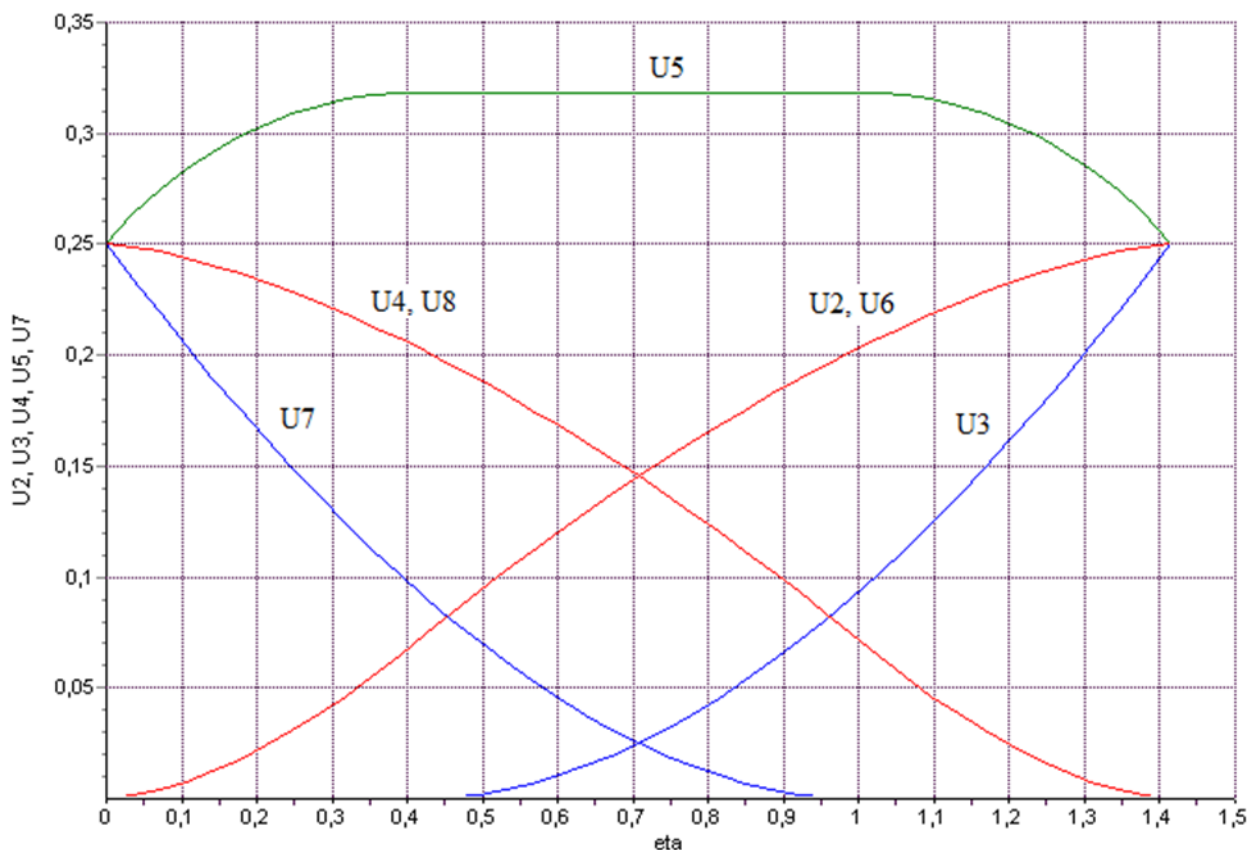


Рис. 5. Зависимость сигналов с пикселей 2-8 от смещения η . Сигналы U_4 и U_8 , а также U_2 и U_6 полностью попарно совпадают.

Если ограничить приемный сигнал по некоторому порогу, отсекающий прием слабых сигналов таких как U_1 , U_9 , то прием будет осуществляться по семи пикселям, т.е. со 2 по 8.

При $\eta = 0,7071$ ($\xi = 0,5$) оптимальный прием будет на 5 пикселей (см. рис. 5), а именно, на 2, 4, 5, 6, 8 пиксел, т.е. образуется крест из пяти пикселей.

На рис. 6 представлена зависимость суммы сигналов от η при пороге равного 0,05 (кривая 1) и 0,1 (кривая 2).

При использовании бинирования 2×2 (пиксели 4,5,7,8), сигнал меняется в четыре раза, т.е. от 1 до 0,25 (рис. 6 кривая 3). Аналогичный результат можно получить для пикселей 2,3,5,6 только кривая будет максимальна при $\eta = 1,4142$ и минимальна при $\eta = 0$.

При приеме на пять пикселей (2,4,5,6,8) в виде креста, сигнал меняется от 0,75 до 0,9 в диапазоне η от 0 до 1,4142 (рис. 6 кривая 4).

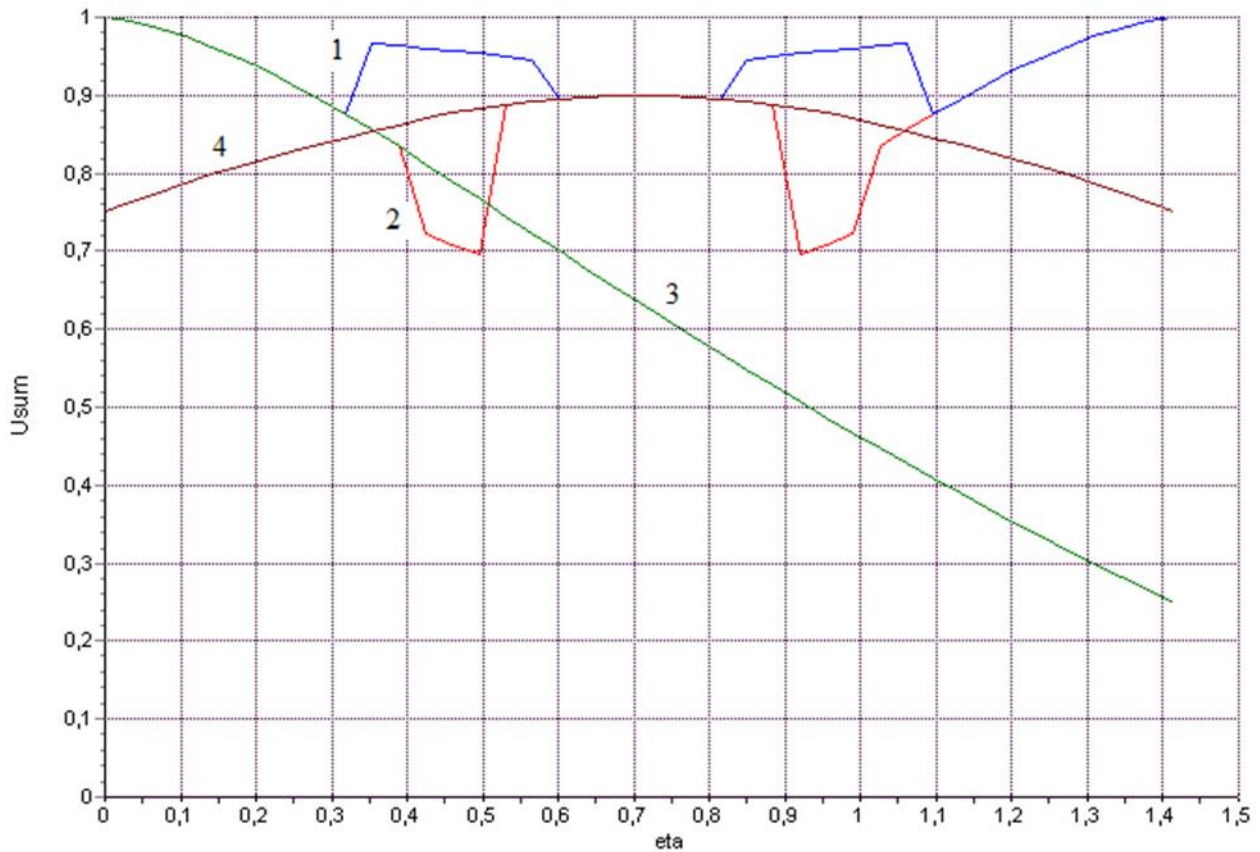


Рис. 6. Зависимость суммарного сигнала от относительного смещения η , где: 1 – порог равен 0,05; 2 – порог равен 0,1; 3 – бинирование, т.е. прием четырьмя пикселями (4,5,7,8); 4 – прием пятью пикселями (2,4,5,6,8) в виде креста.

9. Определение сигналов при смещении центра ФРТ вдоль оси X

При смещении ФРТ вдоль оси X относительно ее исходного положения сигналы на 1, 2 и 3 пикселе отсутствуют. На рис. 7 показаны области интегрирования для сигнала U_{4x} пикселя 4, U_{5x} пикселя 5, U_{6x} пикселя 6 при смещении ФРТ в диапазоне $0 \leq \xi \leq 1$. При этом $\xi_y = 0, \eta = \xi_x$.

10. Вычисление сигналов U_{4x}, U_{7x}

В исходном состоянии (при $\xi_x = 0$) $U_{4x} = 0,25$, а (при $\xi_x = 1$) $U_{4x} = 0$. Определим сигнал U_{4x} , сформированный областью S_4 пикселя 4 матрицы (рис. 7). Выражение для сигнала U_{4x} в прямоугольных координатах при $\xi_y = 0, 0 \leq \xi_x \leq 1$ имеет вид [16,17]:

$$U_{4x} = A \int_{x_a}^{x_0} dx \int_{y_0}^y dy = A \int_{x_a}^{x_0} \left[\left\{ R^2 - (X - R\xi_x)^2 \right\}^{0,5} \right] dx,$$

$$X = X_a = f(\xi_x). Y_0 = 0. X_0 = 0.$$

$$Y = \left(R^2 - (X - R\xi_x)^2 \right)^{0.5}, \text{ при } Y = 0, X_a = -R(1 - \xi_x).$$

Окончательно получим выражение для сигнала U_{4x} :

$$U_{4x} = 0.25 - \frac{\left[\xi_x (1 - \xi_x^2)^{0.5} + \arcsin(\xi_x) \right]}{2\pi},$$

при $\xi_y = 0$; $0 \leq \xi_x \leq 1$; $\eta = \xi_x$. Симметричный сигналу U_{4x} сигнал U_{7x} от пиксела 7 равны друг другу, т.е. $U_{7x} = U_{4x}$.

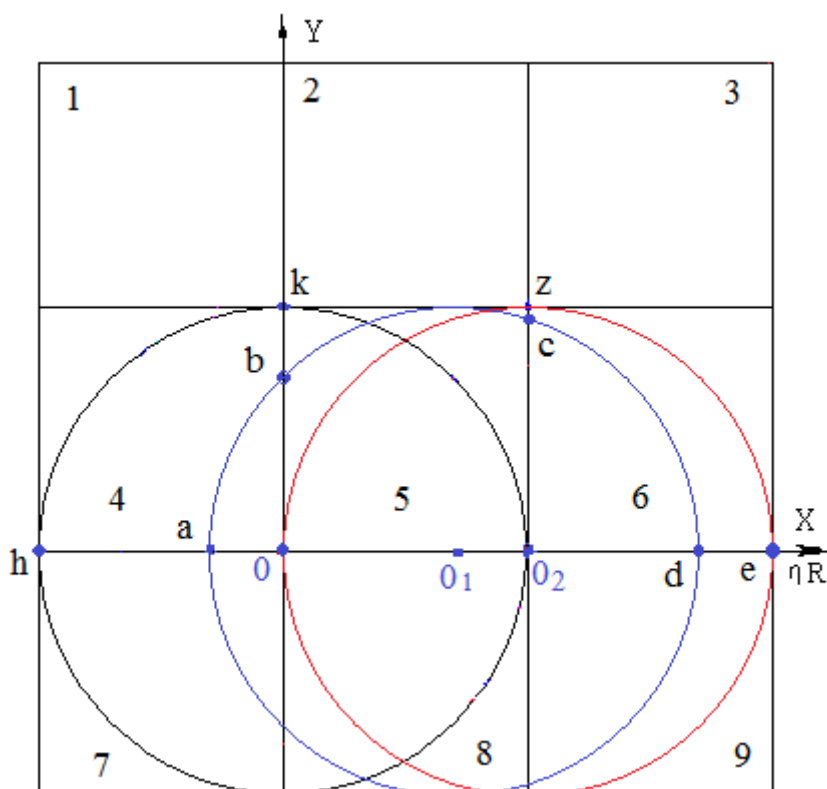


Рис. 7. Определение области интегрирования для сигнала U_{4x} пиксела 4, U_{5x} пиксела 5, U_{6x} пиксела 6 при смещении ФРТ в диапазоне $0 \leq \xi_x \leq 1$.

11. Вычисление сигнала U_{5x}, U_{8x} ,

В исходном состоянии (при $\xi_x = 0$) $U_{5x} = 0,25$, а (при $\xi_x = 1$) $U_{5x} = 0,25$. Определим сигнал, сформированный областью S_5 пиксела 5 матрицы (рис. 7). Выражение для сигнала U_{5x} в прямоугольных координатах при $\xi_y = 0, 0 \leq \xi_x \leq 1$ имеет вид [16,17]:

$$U_{5x} = A \int_{x_0}^x dx \int_{y_0}^y dy = A \int_{x_0}^x \left[\left\{ R^2 - (X - R\xi)^2 \right\}^{0,5} \right] dx,$$

где $Y = \left[R^2 - (X - R\xi_x)^2 \right]^{0,5}$, $0 \leq X \leq R$, $\max X = R$, $Y_0 = 0$, $X_0 = 0$.

Окончательно определим сигнал U_{5x} :

$$U_{5x} = \frac{\left[\arcsin(\xi_x) + \xi_x \left\{ (1 - \xi_x^2) \right\}^{0,5} + (1 - \xi_x) \left\{ \xi_x (2 - \xi_x) \right\}^{0,5} + \arcsin(1 - \xi_x) \right]}{2\pi},$$

при $\xi_y = 0$; $0 \leq \xi_x \leq 1$; $\eta = \xi_x$.

Симметричный сигналу U_{5x} сигнал U_{8x} от пиксела 8 равны друг другу, т.е. $U_{8x} = U_{5x}$.

12. Вычисление сигналов U_{6x} , U_{9x}

В исходном состоянии (при $\xi_x = 0$) $U_{6x} = 0$, а (при $\xi_x = 1$) $U_{6x} = 0,25$. Определим сигнал U_{6x} , сформированный областью S_6 пиксела 6 матрицы (рис. 7). Выражение для сигнала U_{6x} в прямоугольных координатах при $\xi_y = 0$, $0 \leq \xi_x \leq 1$ имеет вид [16,17]:

$$U_{6x} = A \int_{x_{01}}^{x_d} dx \int_{y_0}^y dy = A \int_{x_{01}}^{x_d} \left[\left\{ R^2 - (X - R\xi_x)^2 \right\}^{0,5} \right] dx,$$

где $X_{01} = R$, $X_d = R(1 + \xi_x)$, $Y_0 = 0$, $Y = \left(R^2 - (X - R\xi_x)^2 \right)^{0,5}$.

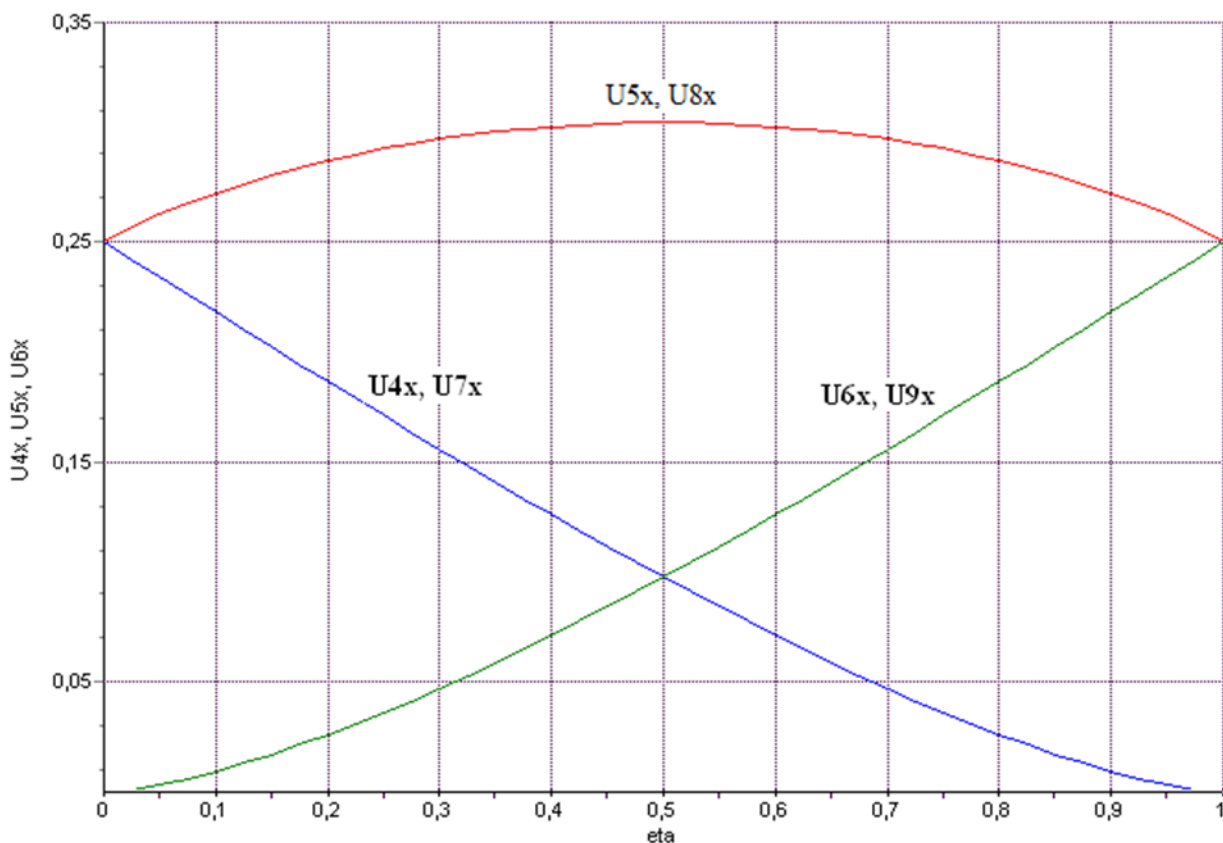


Рис. 8. Зависимость сигналов U_{4x}, U_{5x}, U_{6x} от смещения центра ФРТ вдоль оси X.

Окончательно определим сигнал U_{6x} :

$$U_{6x} = 0.25 - \frac{\left[(1 - \xi_x) \{ \xi_x (2 - \xi_x) \}^{0.5} + \arcsin(1 - \xi_x) \right]}{2\pi},$$

при $\xi_y = 0; 0 \leq \xi_x \leq 1; \eta = \xi_x$.

Симметричный сигналу U_{6x} сигнал U_{9x} от пиксела 9 равны друг другу, т.е. $U_{9x} = U_{6x}$.

На рис. 8 представлена зависимость сигналов $U_{5x}(U_{8x}), U_{4x}(U_{7x})$ и $U_{6x}(U_{9x})$ от смещения центра ФРТ вдоль оси X.

Заключение

1) Разработан алгоритм расчета сигнала для равномерной аппроксимации облученности четырех пикселей матрицы в зависимости от смещения центра ФРТ под углом 45° или 0° и построены графики зависимости уровня сигнала с каждого пикселя от относительного смещения η .

2) Построена зависимость порогового приема сигнала со всех пикселей от относительного смещения для двух относительных порогов 0,05 и 0,1. При пороге 0,1 провалы суммарного сигнала более значительные, чем при 0,05, т.к. в первом случае в суммарном сигнале участвуют меньше пикселей.

3) При использовании прием на пиксели 4,5,7,8 (режим бинирования), сигнал меняется в четыре раза, т.е. от 1 до 0,25 при смещении η до 1,4142.

4) При приеме на пять пикселей (2,4,5,6,8) в виде креста, сигнал меняется в 1,2 раза, т.е. от 0,75 до 0,9 в диапазоне η от 0 до 1,4142.

Литература

1. Тарасов В.В., Торшина И.П., Якушенков Ю.Г. Современные проблемы оптоэлектроники: уч. пособие, М: МИИГАиК. 2014.
2. Федосеев В., Колосов М. Оптико-электронные приборы ориентации и навигации космических аппаратов. – Litres, 2017.
3. Бурдинов К.А., Шашкина К.М., Шагхаей Э. Исследование системы автоматического управления стабилизации изображения бортовых оптико-электронных приборов наведения и слежения // Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). – 2022. – Т. 22. – №. 2. – С. 150-160. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2022-22-2-150-160>
4. Барский А.Г. Оптико-электронные следящие и прицельные системы. Учебное пособие. – 2013.
5. Астапов Ю.М., Васильев Д.В. Теория оптико-электронных следящих систем. – Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.

6. Знаменский И.В. Зависимость величины сигнала от смещения кружка рассеяния объектива в диапазоне углов 0° - 90° относительно центра пиксела фоточувствительной матрицы // Журнал радиоэлектроники. – 2023. – №. 10. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.10.4>
7. Знаменский И.В. Зависимость величины сигнала от смещения функции рассеяния точки относительно центра пиксела фоточувствительной матрицы // Оптический журнал. – 2023. – Т. 90. – № 12. – С. 96–110. <http://doi.org/10.17586/1023-5086-202390-12-96-110>
8. Sanson F., Frueh C. Quantifying uncertainties in signal position in non-resolved object images: Application to space object observation // Advances in Space Research. – 2019. – Т. 63. – №. 8. – С. 2436-2454.
9. Меденников П.А. Алгоритм обнаружения и определения координат точечного объекта // Оптический журнал. – 2019. – Т. 86. – №. 8. – С. 65-69. <http://doi.org/10.17586/1023-5086-2019-86-08-65-69>
10. Ma X., Rao C., Zheng H. Error analysis of CCD-based point source centroid computation under the background light // Optics express. – 2009. – Т. 17. – №. 10. – С. 8525-8541.
11. Аванесов Г.А., Кондратьева Т.В., Никитин А.В. Исследование смещения энергетического центра изображений звезд относительно геометрического центра на ПЗС-матрице и коррекция методической ошибки // Механика, управление и информатика (см. в книгах). – 2009. – №. 1. – С. 421-446.
12. Старосотников Н.О., Федорцев Р.В. Моделирование методической погрешности определения центра тяжести изображения тест-объекта в оптических измерительных приборах с матричными приёмниками. – 2014.
13. Осадчий И.С. Метод субпиксельного измерения координат изображений звезд для приборов астроориентации космического базирования // Журнал радиоэлектроники. – 2015. – №. 5. – С. 5-5.
14. Егошкин Н.А. Коррекция смаза и расфокусировки спутниковых изображений с учетом геометрических искажений // Цифровая обработка сигналов. – 2016. – №. 3. – С. 37.

15. Баранов П.С., Манцветов А.А. Оптимизация отношения радиуса кружка рассеяния объектива к размеру пиксела для повышения точности оценки координат изображений малоразмерных объектов // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. – 2016. – №. 2. – С. 49-53.
16. Бронштейн И.Н. Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и студентов вузов. – 1986.
17. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Том 1. Элементарные функции. Учебное пособие. – Физматлит, 2003.

Для цитирования:

Знаменский И.В., Зотьев Е.О., Олейников И.И., Тунгушпаев А.Т. Зависимость величины сигнала от смещения функции рассеяния точки, вписанной в четыре пиксела матрицы. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 9. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.9.3>