

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.9.5>

УДК: 004.932; 311; 515.127; 519.2.

О ВЫЧИСЛЕНИИ ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ ПОЛУТОНОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

А.И. Шапошников

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя
общеобразовательная школа № 70 г.Томска
634034, город Томск, Нахимова, ул. д. 3/1.

Статья поступила в редакцию 15 мая 2024г.

Аннотация. Представлен эксперимент, показывающий корректность алгоритма определения значения и точности размерности Минковского для полутоновых изображений. В статье использован статистический подход для извлечения из множеств более точных значений для размерности и получения точности оценки размерности методом "счет ящиков" (box counting). Метод "счета ящиков" (box counting), в силу своей простоты широко используемый при вычислении размерности Минковского, определяемой для сравнения степени сложности геометрических объектов, но дающий низкую точность, был модифицирован следующим образом. К исходному изображению применяются преобразования, сохраняющие его размерность. Такими преобразованиями являются, например, параллельные переносы вверх-вниз или вправо-влево, повороты и другие эквивалентные преобразования. Для каждого элемента из полученных таким образом двух наборов изображений (выборочных совокупностей) методом box counting определяется значение фрактальной размерности. Полученные значения различаются, хотя и являются оценками одной и той же величины. Затем для этих двух выборочных совокупностей определяются два значения

математического ожидания и два значения среднего квадратического отклонения, которые также различаются. Для доказательства принадлежности двух выборочных совокупностей единой генеральной совокупности применен критерий Вилкоксона. Результаты показали, что фрактальные размерности, полученные для параллельных переносов вправо и вниз, различаются, но статистически не различаются при данных эквивалентных преобразованиях изображения. Этот факт позволяет создать базу изображений для обучения нейронной сети, определяющей размерность Минковского для изображения или отдельных его участков, что может привести к более точному вычислению фрактальной размерности множества в режиме реального времени.

Ключевые слова: размерность Минковского, выборочная совокупность, выборочная средняя размерности, выборочная дисперсия, критерий Вилкоксона.

Автор для переписки: Шапошников Альберт Игоревич, albertelena@mail.ru

Введение

Размерность Минковского и метод "счета ящиков" – это характеристика и способ ее получения, которые используются для измерения сложности геометрических объектов [1]. Относительно применения метода box counting для получения фрактальной размерности изображений следует сказать, что результат получается очень неточным [1], так как для последовательности сколь-нибудь достаточное изображение было бы огромным, а его хранение и обработка длительными и проблематичными, но если изображение представить как множество, то теоретически применение реализовать возможно [2].

В предложенной статье для получения более точного результат применен статистический подход. Получены оценка размерности и указана точность такой оценки. Показана корректность такого подхода.

Также представлен экспериментальный результат по корректности алгоритма определения значения и точности размерности Минковского

для полутоновых изображений, графики которых являются полутоновыми изображениями. Исследование фокусируется на применении метода "счета ящиков" для оценки фрактальной размерности изображений, которые представлены как множества. Статистический подход применен для получения более точных оценок размерности и определения точности таких оценок.

В ходе эксперимента использовались полутоновые изображения облачного неба, преобразованные в квадратные изображения 3000x3000 пикселей. Алгоритм box counting применялся для получения оценок размерности Минковского при различных смещениях изображений вправо и вниз. Было установлено, что оценки размерности, полученные при смещениях вправо и вниз, статистически не различаются, что подтверждает корректность применения метода box counting для данного типа изображений.

Результаты эксперимента показали, что фрактальные размерности, полученные для параллельных переносов вниз и влево, различаются, но принадлежат к генеральной совокупности с одинаковыми параметрами. Этот факт открывает возможность создания базы изображений для обучения нейронной сети, способной определять размерность Минковского для изображений или их участков с высокой точностью в реальном времени.

1. Методика

За основу способа определения точности и корректировки значения размерности Минковского, получаемой методом box counting для полутоновых изображений в этой работе был взят алгоритм из [3,4,21]. В этом алгоритме важным инструментом являются те преобразования изображения как множества, которые не могут изменить размерности множества. В качестве таких преобразований изображения выбраны параллельные переносы изображения вправо.

В отличие от упомянутого [3,4,21] алгоритма здесь были использованы параллельные переносы изображения вниз. Реализуются такие параллельные переносы добавлением каймы, цвет которой совпадает с цветом фона

(подложки). Добавляя последовательно к исходному изображению кайму шириной в 1 пиксель слева ([3,4,21]) или сверху, получаем последовательность идентичных изображений, смещенных вправо ([3,4,21]) или вниз. У этих изображений для одной и той же сцены оказываются различными оценки размерности Минковского, в случае если их вычисляют методом box counting.

Рассмотрим набор изображений облачного неба из [5], представленных на рис. 1. На этом рисунке показаны изображения облачного неба из одной точки в различные моменты времени. Исходные снимки являются цветными, крупными – 5472×3648 , достаточно подробными.



Рис. 1. Снимки неба, сделанные в обсерватории 8 января 2018 г. в 8 ч. 3 мин. 14.334 сек., 8 ч. 13 мин. 14.516 сек., 11 ч. 47 мин. 58.987 сек. Снимки сделаны в один день из одной точки в разное время.

Для применения алгоритма снимки преобразованы в полутоновые изображения (то есть в градациях серого) и обрезаны так, чтобы слева, справа, снизу и сверху от основной сцены – попавшего в объектив участка неба, остается граница примерно одинаковой ширины, при этом всё изображение становится квадратным 3000×3000 , а круглый участок, попавший в окуляр, находится примерно в центре (рис. 2). Таким образом, на расчеты подаются полутоновые квадратные изображения 3000×3000 . При описании содержания полутоновых изображений дважды использован термин "примерно" так как различные помехи намеренно не удалены с изображений, а круговая часть, соответствующая видимому через окуляр пространству, имеет неровный край.

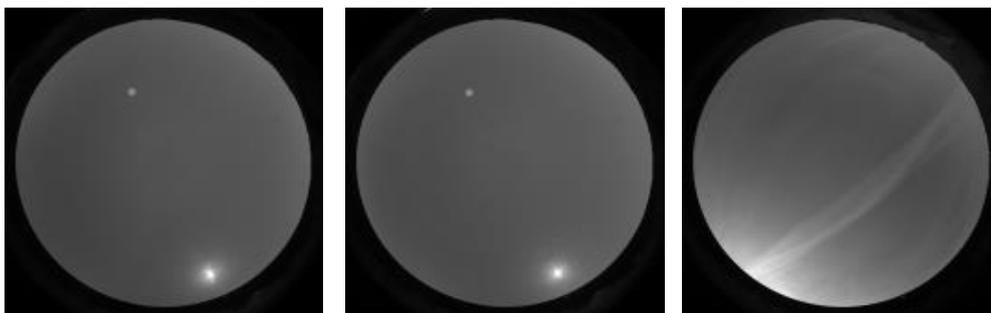


Рис. 2. Полутоновые квадратные изображения, полученные из изображений на рис. 1. Именно для этих изображений определяется размерность Минковского.

Согласно [6] изображения можно описывать как графики функций. Соответствующие первому и третьему изображениям рисунка 2 графики приведены на рис. 3.

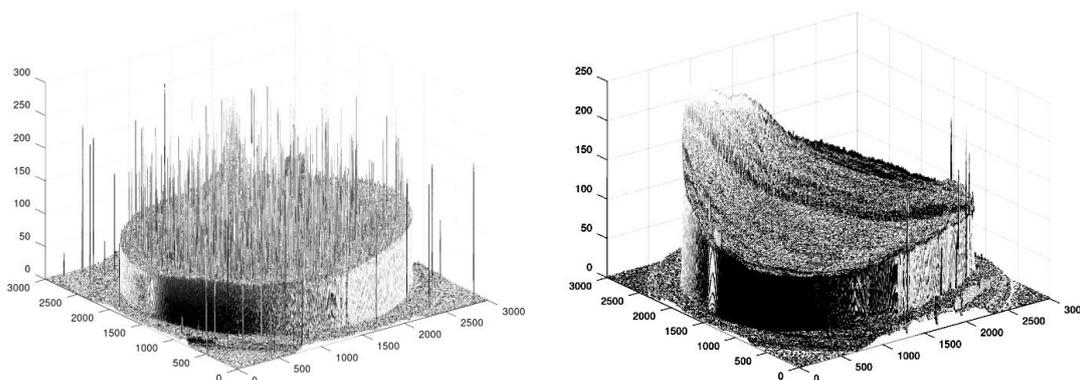


Рис. 3. Графики скалярных функций от двух переменных, соответствующих некоторым (первому и третьему) полутоновым изображениям с рис. 2.

Поскольку график функции является множеством, в данном случае поверхностью в трехмерном пространстве, то к нему применим алгоритм box counting [1, с. 143-145, 7] получения оценки размерности Минковского. Далее, из упомянутых оценок строится выборочная совокупность следующим образом: к исходному изображению добавляется слева ($[3,4,21]$) или сверху кайма шириной в 1 пиксель цвета фона, что приводит к смещению изображения вправо ($[3,4,21]$) или вниз. Для каждого из вновь полученных изображений снова пресчитывается алгоритмом box counting размерность Минковского. Объем выборочной совокупности в этой работе – 280 экземпляров,

что соответствует смещениям изображений вниз от 0 до 279 пикселей. Для полученной выборочной совокупности, состоящей из размерностей, определяется выборочное среднее для размерности и выборочная дисперсия.

На рисунке 4 приведены гистограммы выборочных совокупностей для трех тестируемых полутоновых изображений. Для этих трех изображений получены следующие результаты [9].

Для снимка от 8 января 2018 г., 8 ч. 3 мин. 14,334 сек. выборочная дисперсия равна 0,00046 и выборочное среднее равно 2,14156 [10].

Для снимка от 8 января 2018 г., 8 ч. 13 мин. 14,516 сек. выборочная дисперсия равна 0,00046, выборочное среднее равно 2,13859 [11].

Для снимка от 8 января 2018 г., 11 ч. 47 мин. 58,987 сек. выборочная дисперсия равна 0,00060 и выборочное среднее равно 2,07171 [12].

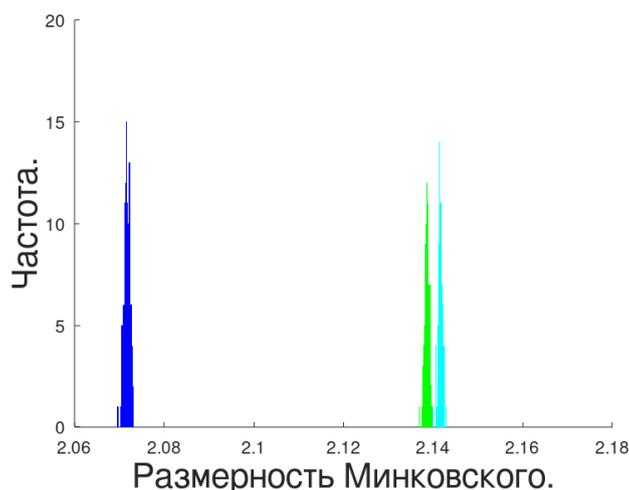


Рис. 4. Гистограммы выборочных совокупностей, состоящих из фрактальных размерностей, определяемых методом box counting для множеств, которые изображены на рисунке 2, использовано смещение вправо.

2. Другие преобразования изображений

Как уже указано выше, смещения вправо – не единственный вариант преобразований, сохраняющих фрактальную размерность. В частности, при параллельных переносах вниз алгоритм box counting также приводит к разным результатам, хотя сами изображения не изменяются, поскольку параллельные переносы являются эквивалентными преобразованиями.

При этом выборочные совокупности, собираемые для разных преобразований (сдвигах вниз и вправо) одного изображения, могут иметь различающиеся выборочные средние. В [4,8] приводится пример такого расхождения результатов алгоритма box counting, получаемых при смещениях некоторого изображения вправо и смещениях этого же изображения вниз. Возникает вопрос о проверке согласованности результатов, получаемых при разных преобразованиях одного и того же изображения. А именно: статистически значимое различие выборочных средних будет свидетельствовать, что эти значения не могут являться оценками одной величины – фрактальной размерности. Отсутствие статистически значимого различия будет свидетельствовать в пользу вывода, что эти значения являются оценками одной величины – фрактальной размерности.

Для каждого из графиков функций, которые приведены на рисунках 2 и 3 и описывают изображения, приведенные на рисунке 1, строится другая выборочная совокупность как описано выше, но смещение задано вниз, а не вправо. Получаются пары выборочных совокупностей для смещения одного и того же изображения вправо и вниз. Результаты применения метода box counting при смещениях изображения вниз также выложены в internet [9]. Для снимка от 8 января 2018 г., 8 ч. 3 мин. 14,334 сек. выборочная дисперсия другой выборки равна 0,00041 и выборочное среднее для фрактальной размерности равно 2,14164 [13]. Для снимка от 8 января 2018 г., 8 ч. 13 мин. 14,516 сек. выборочная дисперсия при смещениях вниз равна 0,00043 и выборочное среднее фрактальной размерности равно 2,13865 [14]. Для снимка от 8 января 2018 г., 11 ч. 47 мин. 58,987 сек. выборочная дисперсия – 0,00051 и выборочное среднее равно 2,07172 [15].

Гистограммы совокупностей, получаемых при сдвигах вправо уже приведены на рисунке 4, а гистограммы второй выборки (при сдвигах вниз), приведены на рисунке 5. На рисунках 4 и 5 видно, что общие очертания и позиции гистограмм совмещаются, но не совпадают абсолютно. Поэтому все

гистограммы собраны вместе в единой системе координат и показаны на рисунке 6.

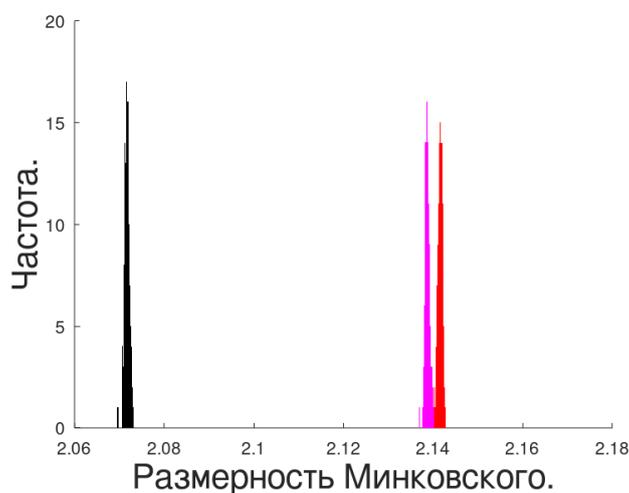


Рис. 5. Гистограммы выборочных совокупностей, состоящих из фрактальных размерностей, определяемых методом box counting для множеств, которые изображены на рисунке 2, использовано смещение вниз.

На рисунке 6 хорошо заметны черные столбцы гистограммы из рис. 5 за синими, которые присутствуют на рисунке 4, сиреневые из рисунка 5 за зелеными из рис. 4, красные, которые присутствуют на рисунке 5, за голубыми, которые присутствуют на рисунке 4.

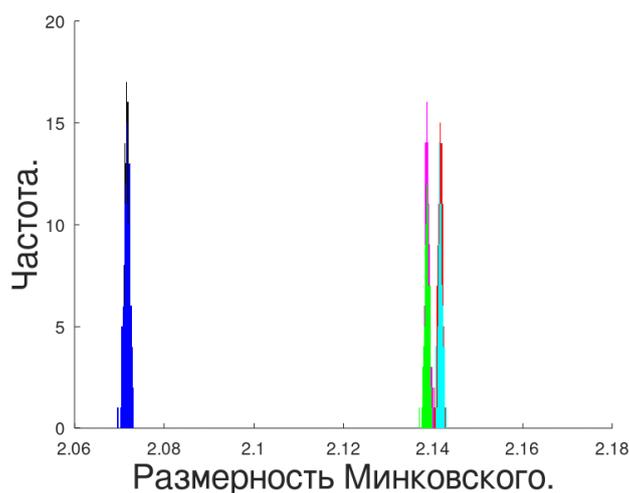


Рис. 6. Наложения для трех пар гистограмм выборок, которые состоят из размерностей, определяемых методом box counting при разных смещениях множеств, приведенных на рисунке 2.

Для полученных пар выборочных совокупностей для проверки нулевой гипотезы "две различные выборки имеют одинаковые моды" применен ранговый критерий Вилкоксона. Для расчетов применен алгоритм `ranksum.m` из пакета Octave, который имеется в открытом доступе. Во всех трех случаях гипотезы о равенстве мод подтверждаются, соответствующие значения оценочного параметра $7.908e-30$, $2.021e-93$, $3.089e-26$.

Заключение

То есть показано, что фрактальные размерности, полученные указанным методом, (1) для параллельных переносов вниз и влево различаются; (2) однако, принадлежат к генеральной совокупности с одинаковыми параметрами, то есть статистически не различаются при данных эквивалентных преобразованиях изображения. При увеличении количества экспериментов до 1400 все три выборочные совокупности, согласно критерию Шапиро-Уилка, стремятся к нормальному закону распределения.

Этот факт позволяет составить базу изображений для обучения нейронной сети, определяющей размерность Минковского для изображения или его участков. Такая сеть позволит получить средства для более точного вычисления фрактальной размерности множества в режиме реального времени.

Литература

1. Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. – М.: Постмаркет, 2000. – С. 352.
2. Шелухин О. И., Магомедова Д. И. Анализ методов измерения фрактальной размерности цветных и черно-белых изображений // Научные технологии в космических исследованиях Земли. – 2017. – Т. 9. – №. 6. – С. 6-16.
3. Калайда В. Т., Шапошников А. И. Получение статистических параметров оценки фрактальной размерности // Программа для ЭВМ, Номер свидетельства о регистрации. – Т. 2022666440.

4. Калайда, В.Т., Шапошников, А. И. Оценка фрактальных размерностей изображений / В.Т. Калайда, А. И. Шапошников // Радиофизика, фотоника и исследование свойств вещества: тезисы докладов II Российской научной конференции, Омск, 05–07 октября 2022 года. – Омск: Омский научно-исследовательский институт приборостроения, 2022. – С. 137-138.
5. Свидетельство о государственной регистрации базы данных № 2018620430 Российская Федерация. База данных изображений облачного поля над городом Томск : № 2017621510 : заявл. 15.12.2017 : опубл. 14.03.2018 / Д. В. Кокарев, А. М. Морозов, А. И. Елизаров, В. П. Галилейский ; заявитель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева Сибирского отделения Российской академии наук. – EDN IGJHUF.
6. Шапошников, А. И. Цифровое описание множества при компьютерной обработке // Актуальные проблемы радиофизики АПР-2021. – 2021. – С. 276-276.
7. Нестеров П. Вычисление фрактальной размерности Минковского для плоского изображения // Режим доступа: <https://habr.com/post/208368> (дата обращения: 04.02. 2024). – 2019.
8. Калайда, В.Т., Шапошников, А. И. Изменение фрактальных размерностей изображений объектов при эквиаффинных преобразованиях / В.Т. Калайда, А. И. Шапошников. – Текст : электронный // Дорожное строительство и его инженерное обеспечение : материалы III Международной научно-технической конференции [Электронный ресурс] : материалы Международной научно-технической конференции / сост.: С. Н. Соболевская, Е. М. Жуковский. – Минск : БНТУ, 2022. – С. 65-68. – URL: <https://rep.bntu.by/handle/data/125157>, <https://rep.bntu.by/bitstream/handle/data/125157/65-68.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. (дата обращения: 04.02. 2024).

9. Фрактальные размерности изображений от 08.01.2018 г. после сдвигов // Результаты расчетов: – URL:
<https://drive.google.com/drive/folders/1nsp2xuLtlJ2AV7q83m2UWvrkB0g4qqX5?usp=sharing>
10. 2018.01.08__08_03_14.334.jpg_FractalDimensionLeft280Cutted2023_08_08. txt // Результаты расчетов после сдвигов вправо: – URL:
https://drive.google.com/file/d/1xNwTBYNlt6xix5m9emShhyNIndkdaY2q/view?usp=drive_link
11. 2018.01.08__08_13_14.516.jpg_FractalDimensionLeft280Cutted2023_08_08. txt // Результаты расчетов после сдвигов вправо: – URL:
https://drive.google.com/file/d/1yUcmNM1ZtR_qCP7fREVls3o1N8cvA92I/view?usp=drive_link
12. 2018.01.08__11_47_58.987.jpg_FractalDimensionLeft280Cutted2023_08_08. txt // Результаты расчетов после сдвигов вправо: – URL:
https://drive.google.com/file/d/1whHfxxHEzUyyeKqACL CV6_jJcOg4cgvw/view?usp=drive_link
13. 2018.01.08__08_03_14.334.jpg_FractalDimDown280Cutted2023_08_08. txt // Результаты расчетов после сдвигов вниз: – URL:
https://drive.google.com/file/d/17GgQYnibYulwXOjixuNP3v1TENvww5EG/view?usp=drive_link
14. 2018.01.08__08_13_14.516.jpg_FractalDimDown280Cutted2023_08_08. txt // Результаты расчетов после сдвигов вниз: – URL:
https://drive.google.com/file/d/1AJ3vcwM9-rCnaE0TaaVgonvSORi_Wdqt/view?usp=drive_link
15. 2018.01.08__11_47_58.987.jpg_FractalDimDown280Cutted2023_08_08. txt // Результаты расчетов после сдвигов вниз: – URL:
https://drive.google.com/file/d/1LhV9rUEDbPX0uTanljcVaVgfxMzTGmFt/view?usp=drive_link
16. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – 2002.

17. Minkowski. Bouligand dimension. Wikipedia. Free Encyclopedia:
https://en.wikipedia.org/wiki/Minkowski_Bouligand_dimension
(accessed 04.07.2022).
18. Мониторинг атмосферы и подстилающей поверхности.
Панорамно-оптическая станция TomSky 2022. Адрес доступа:
https://sky.iao.ru/gallery/2015.07.01__00_15_41.225.jpg
19. Moisy F. Voxcount (MATLAB Central File Exchange). – 2008.
20. Благинин А.Л., Сайфулин Э.Р., Саркисова А.Ю. Из опыта организации автоматизированного сбора данных в Томском университете // Большие данные и проблемы общества: сб. статей по итогам Международной научной конференции (Киров, 19-20 мая 2022 г.) / отв. ред. А.Ю. Саркисова. Томск : Издательство Томского государственного университета, 2022. С. 34-46.
21. Калайда В.Т., Шапошников А.И. Модификация алгоритмов оценки фрактальной размерности изображений облаков // Вычислительные технологии. 2024. Т. 29. № 1. С. 86-92.
<https://doi.org/10.25743/ICT.2024.29.1.008>.

Для цитирования:

Шапошников А.И. О вычислении фрактальной размерности полутоновых изображений. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 9. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.9.5>