

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.9.7>

УДК: 621.396

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ИНВЕРСНЫЙ ФИЛЬТР

Р.Г. Хафизов, Л.М. Салихова, А.С. Мертвищев

Поволжский государственный технологический университет
424000, Йошкар-Ола, пл. Ленина, 3

Статья поступила в редакцию 5 июня 2024 г.

Аннотация. Предложен подход к устранению проблемы наличия критических компонент в спектре сигнала при синтезе инверсного фильтра на основе метода коррекции базиса. Применение коррекции позволяет устранить неопределенность типа "деление на ноль" при обработке сигнала, в спектре которого содержатся критические компоненты. Показано, что инверсный фильтр при этом приобретает свойство нестационарности.

Ключевые слова: инверсная фильтрация, сжатие сигнала, нестационарный фильтр, коррекция базиса, неопределенность типа "деление на ноль".

Автор для переписки: Мертвищев Александр Сергеевич, AMS2605@ya.ru

Введение

Инверсная фильтрация находит своё применение как в системах обработки сигналов при решении задачи разрешения сигналов, так и в системах обработки изображений при решении задачи восстановления изображений [1, 2]. Основным достоинством инверсной фильтрации является возможность сжатия обрабатываемого сигнала, в том числе и простого, во временной области [1]. К недостатку инверсной фильтрации сигналов относится возможность возникновения неопределённости в виде деления на ноль и усиление

спектральных составляющих шума в том случае, если в спектре сигналов имеются нулевые значения (критические компоненты) [1, 2]. В случае невозможности исключить наличие в спектре критических компонент требуется регуляризация решения. При этом наименьшее усиление шума обеспечивает регуляризация обнулением частотной характеристики инверсного фильтра в точке критической компоненты спектра сигнала [2]. Такая регуляризация приводит к появлению в отклике инверсного фильтра корреляционного шума. Оценка соотношения энергии главного пика отклика инверсного фильтра к энергии бокового лепестка, а также характеристики эффективности регуляризации приведена в работах [3-5].

Мгновенное значение сигнала на выходе линейного фильтра $\mathbf{Y} = \{y(n)\}$, $n = 0, 1, \dots, N-1$, есть взвешенная сумма отсчетов входного сигнала $\mathbf{S} = \{s(n)\}$. В качестве весовых коэффициентов выступают отсчеты импульсной характеристики (ИХ) фильтра $\mathbf{H} = \{h(n)\}$. Для стационарного линейного фильтра коэффициенты $h(n)$ постоянны и выходная реакция $y(n)$ не зависит от того, в какой момент поступает входной сигнал $s(n)$. Если же характеристика фильтра $h(n)$ не инварианта относительно выбора начала отсчета, то такая система нестационарная или параметрическая.

Для согласованного фильтра ИХ $h_{cf}(n)$ представляет собой масштабную копию входного сигнала $s(n)$, которая располагается в зеркальном порядке и смещена относительно сигнала на величину N , т.е. $h_{cf}(n) = s^*(N-n-1)$. Частотная характеристика инверсного фильтра $\omega_{uf}(m)$, $m = 0, 1, \dots, N-1$, обратно пропорциональна спектру $\mathbf{P} = \{\rho(m)\}$ анализируемого сигнала $s(n)$, а значит и частотной характеристике согласованного фильтра $\omega_{cf}(m)$.

1. Реализация стационарного инверсного фильтра

В матричном виде ИХ согласованного фильтра можно представить как:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} s^*(N-1) & s^*(0) & \dots & s^*(N-2) \\ s^*(N-2) & s^*(N-1) & \dots & s^*(N-3) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s^*(0) & s^*(1) & \dots & s^*(N-1) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Каждая строка матрицы представляет собой ИХ согласованного фильтра на каждом из этапов W , $W = 0, 1, \dots, N-1$, фильтрации образования мгновенного значения выходного сигнала. В данном случае, под этапом фильтрации понимается дискретный интервал времени взаимодействия ИХ фильтра (окна фильтра) с сигналом. При этом импульсные характеристики стационарного фильтра на каждом из этапов связаны между собой циклически. ИХ инверсного фильтра находится как обратная матрица \mathbf{H}^{-1} . Каждый столбец обратной матрицы представляет собой ИХ стационарного инверсного фильтра на каждом из этапов фильтрации. Импульсные характеристики стационарного инверсного фильтра на каждом из этапов также связаны между собой циклически.

Пусть, например, задан сигнал $\mathbf{S} = \{s(n)\} = \{2+3i; 2i; 2-2i\}$. Спектр такого сигнала $\mathbf{P} = \{p(m)\} = \{4+3i; 4,464+4,732i; -2,464+1,268i\}$. При использовании круговой (циклической) фильтрации выходной сигнал $\mathbf{Y} = \{y(n)\}$ будет содержать $N = 3$ отсчета. В соответствии с выражением (1), процесс фильтрации будет состоять из трех этапов. Матрица ИХ, составленная для согласованной фильтрации:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 2+2i & 2-3i & -2i \\ -2i & 2+2i & 2-3i \\ 2-3i & -2i & 2+2i \end{bmatrix},$$

и обратная матрица:

$$\mathbf{H}^{-1} = \begin{bmatrix} 0,074-0,129i & 0,105+0,117i & -0,018+0,132i \\ -0,018+0,132i & 0,074-0,129i & 0,105+0,117i \\ 0,105+0,117i & -0,018+0,132i & 0,074-0,129i \end{bmatrix}.$$

Тогда ИХ инверсного фильтра по этапам фильтрации:

$$h_{uf}^0 = \{0,074-0,129i; -0,018+0,132i; 0,105+0,117i\},$$

$$h_{uf}^1 = \{0,105+0,117i; 0,074-0,129i; -0,018+0,132i\},$$

$$h_{uf}^2 = \{-0,018+0,132i; 0,105+0,117i; 0,074-0,129i\},$$

и сигнал на выходе стационарного инверсного фильтра: $\mathbf{S}^T \mathbf{H}^{-1} = (0 \ 0 \ 1)$, где \mathbf{S} – вектор-столбец сигнала $s(n)$.

При рассмотрении процесса фильтрации в частотной области фильтр задается своей частотной характеристикой. Матриц частотной характеристики согласованного фильтра может быть представлена в виде:

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \rho^*(0) & \rho^*(1)e^{-i\frac{2\pi(N-1)1}{N}} & \dots & \rho^*(N-1)e^{-i\frac{2\pi(N-1)(N-1)}{N}} \\ \rho^*(0) & \rho^*(1)e^{-i\frac{2\pi(N-2)1}{N}} & \dots & \rho^*(N-1)e^{-i\frac{2\pi(N-2)(N-1)}{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho^*(0) & \rho^*(1) & \dots & \rho^*(N-1) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Частотные характеристики $\mathbf{\Omega} = \{\omega^W(m)\}$, $m = 0, 1, \dots, N-1$, стационарного согласованного фильтра на каждом из этапов W , $W = 0, 1, \dots, N-1$, круговой фильтрации связаны со спектром $\mathbf{P} = \{\rho(m)\}$ исходного сигнала $s(n)$ соотношением:

$$\omega^W(m) = \rho^*(m)e^{-i\frac{2\pi(N-W-1)m}{N}}. \quad (3)$$

Частотная характеристика инверсного фильтра находится как обратная матрица $\mathbf{\Omega}^{-1}$. Каждый столбец обратной матрицы представляет собой частотную характеристику стационарного инверсного фильтра на каждом из этапов фильтрации.

Частотная характеристика стационарного ИФ на $N-1$ этапе фильтрации обратно пропорциональна комплексно-сопряженному спектру \mathbf{P}^* анализируемого сигнала $s(n)$. В общем случае частотная характеристика стационарного ИФ на W -м этапе фильтрации:

$$\omega_{u\phi}^W(m) = \frac{1}{\rho^*(m)} e^{i\frac{2\pi m(W+1)}{N}}.$$

При этом АЧХ стационарного ИФ на каждом из этапов остается неизменной, т.е. $|\omega_{u\phi}^0| = |\omega_{u\phi}^1| = \dots = |\omega_{u\phi}^{N-1}|$.

Например, для сигнала $s(n) = \{2+3i; 2i; 2-2i\}$ частотная характеристика стационарного согласованного фильтра:

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} 4 - 3i & 1,866 + 6,232i & 0,134 + 2,768i \\ 4 - 3i & -6,33 - 1,5i & 2,33 - 1,5i \\ 4 - 3i & 4,464 - 4,732i & -2,464 - 1,268i \end{bmatrix},$$

и обратная матрица:

$$\mathbf{\Omega}^{-1}N = \begin{bmatrix} 0,16 + 0,12i & 0,16 + 0,12i & 0,16 + 0,12i \\ 0,044 - 0,147i & -0,15 + 0,035i & 0,105 + 0,112i \\ 0,017 - 0,36i & 0,303 + 0,195i & -0,321 + 0,165i \end{bmatrix}.$$

Тогда частотная характеристика стационарного ИФ на каждом из этапов фильтрации:

$$\omega_{uf}^0 = \{0,16 + 0,12i; 0,044 - 0,147i; 0,017 - 0,36i\},$$

$$\omega_{uf}^1 = \{0,16 + 0,12i; -0,15 + 0,035i; 0,303 + 0,195i\},$$

$$\omega_{uf}^2 = \{0,16 + 0,12i; 0,105 + 0,112i; -0,321 + 0,165i\}.$$

АЧХ стационарного ИФ на каждом из этапов фильтрации:

$$|\omega_{uf}^0| = |\omega_{uf}^1| = |\omega_{uf}^2| = \{0,2; 0,154; 0,361\}. \text{ Результат фильтрации, выраженный как}$$

$$\text{обратное ДПФ: } \frac{1}{N} \mathbf{P}^T \mathbf{\Omega}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Реализация нестационарного инверсного фильтра на базе метода коррекции базиса

В том случае, когда в спектре \mathbf{P} сигнала $s(n)$ содержатся компоненты, равные нулю, определители матриц (1) и (2) равны нулю и обратные матрицы не могут быть найдены. Для расчета характеристик ИФ может быть использован метод коррекции базиса [6]. Процесс коррекции представляет собой добавление на каждом этапе фильтрации компоненты β_k , $k = 1, 2, \dots, k_{кр}$, где $k_{кр}$ – количество критических компонент в спектре \mathbf{P} сигнала $s(n)$. В результате матрица (1), составленная для согласованной фильтрации, примет вид:

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} s^*(N-1) & s^*(0) & \dots & \dots & s^*(N-3) & s^*(N-2)+\beta_1 \\ s^*(N-2) & s^*(N-1) & \dots & \dots & s^*(N-4)+\beta_2 & s^*(N-3) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ s^*(N-k_{kp}) & s^*(N-k_{kp}+1) & \dots & s^*(2N-2k_{kp})+\beta_{k_{kp}} & \dots & s^*(N-k_{kp}-1) \\ s^*(N-k_{kp}-1) & s^*(N-k_{kp}) & \dots & s^*(2N-2k_{kp}-1) & \dots & s^*(N-k_{kp}-2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ s^*(0) & s^*(1) & \dots & \dots & s^*(N-2) & s^*(N-1) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Циклическая связь между импульсными характеристиками фильтра на каждом из этапов нарушается. Таким образом, матрица (4) задает ИХ нестационарного согласованного фильтра. ИХ инверсного фильтра находится как обратная матрица \mathbf{H}_k^{-1} . Каждый столбец обратной матрицы представляет собой ИХ нестационарного инверсного фильтра на каждом из этапов фильтрации. При этом циклический характер связи между импульсными характеристиками нестационарного инверсного фильтра на каждом из этапов нарушается. Таким образом инверсный фильтр приобретает свойство нестационарности.

Пусть, например, спектр сигнала содержит одну $k_{kp} = 1$, равную нулю, компоненту. Спектр сигнала $\mathbf{S} = \{s(n)\} = \{0,512+1,423i; 2,11+1,5i; 1,378+0,077i\}$ имеет вид: $\mathbf{P} = \{\rho(m)\} = \{4+3i; 0; -2,464+1,268i\}$. Определитель матрицы, составленной для согласованной фильтрации

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1,378-0,077i & 0,512-1,423i & 2,11-1,5i \\ 2,11-1,5i & 1,378-0,077i & 0,512-1,423i \\ 0,512-1,423i & 2,11-1,5i & 1,378-0,077i \end{bmatrix},$$

равен нулю. Пусть $\beta_1 = 2$. Тогда в результате коррекции получим:

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} 1,378-0,077i & 0,512-1,423i & 4,11-1,5i \\ 2,11-1,5i & 1,378-0,077i & 0,512-1,423i \\ 0,512-1,423i & 2,11-1,5i & 1,378-0,077i \end{bmatrix}.$$

Обратная матрица:

$$\mathbf{H}_k^{-1} = \begin{bmatrix} -0,25+0,433i & 0,963+0,315i & -0,37-0,707i \\ -0,25-0,433i & -0,577+0,436i & 0,963+0,315i \\ 0,5 & -0,25-0,433i & -0,25+0,433i \end{bmatrix}.$$

Тогда ИХ инверсного фильтра по этапам фильтрации:

$$h_{уф}^0 = \{-0,25 + 0,433i; -0,25 - 0,433i; 0,5\},$$

$$h_{уф}^1 = \{0,963 + 0,315i; -0,577 + 0,436i; -0,25 - 0,433i\},$$

$$h_{уф}^2 = \{-0,37 - 0,707i; 0,963 + 0,315i; -0,25 + 0,433i\}.$$

Циклическая связь между ИХ каждым из этапов инверсного фильтра отсутствует. Сигнал на выходе нестационарного инверсного фильтра, заданного импульсной характеристикой: $\mathbf{S}^T \mathbf{H}_k^{-1} = (0 \quad 0 \quad 1)$,

В частотной области матрица (3) может быть представлена как:

$$\mathbf{\Omega}_k = \begin{bmatrix} \rho^*(0) + \beta_1 & \rho^*(1)e^{-i\frac{2\pi(N-1)l}{N}} + \beta_1 e^{i\frac{2\pi(N-1)l}{N}} & \dots & \rho^*(N-1)e^{-i\frac{2\pi(N-1)(N-1)l}{N}} + \beta_1 e^{i\frac{2\pi(N-1)(N-1)l}{N}} \\ \rho^*(0) + \beta_2 & \rho^*(1)e^{-i\frac{2\pi(N-2)l}{N}} + \beta_2 e^{i\frac{2\pi(N-2)l}{N}} & \dots & \rho^*(N-1)e^{-i\frac{2\pi(N-2)(N-1)l}{N}} + \beta_2 e^{i\frac{2\pi(N-2)(N-1)l}{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho^*(0) + \beta_{k_{sp}} & \rho^*(1)e^{-i\frac{2\pi(N-k_{sp})l}{N}} + \beta_{k_{sp}} e^{i\frac{2\pi(N-k_{sp})l}{N}} & \dots & \rho^*(N-1)e^{-i\frac{2\pi(N-k_{sp})(N-1)l}{N}} + \beta_{k_{sp}} e^{i\frac{2\pi(N-k_{sp})(N-1)l}{N}} \\ \rho^*(0) & \rho^*(1)e^{-i\frac{2\pi(N-k_{sp}+1)l}{N}} & \dots & \rho^*(N-1)e^{-i\frac{2\pi(N-k_{sp}+1)(N-1)l}{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho^*(0) & \rho^*(1) & \dots & \rho^*(N-1) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

С учетом того, что спектр \mathbf{P} сигнала $s(n)$ содержит равные нулю компоненты, матрица (5) в общем случае принимает вид:

$$\mathbf{\Omega}_k = \begin{bmatrix} \rho^*(0) + \beta_1 & \rho^*(1)e^{-i\frac{2\pi(N-1)l}{N}} + \beta_1 e^{i\frac{2\pi(N-1)l}{N}} & \dots & \beta_1 e^{i\frac{2\pi(N-1)m_{sp,1}}{N}} & \dots \\ \rho^*(0) + \beta_2 & \rho^*(1)e^{-i\frac{2\pi(N-2)l}{N}} + \beta_2 e^{i\frac{2\pi(N-2)l}{N}} & \dots & \beta_2 e^{i\frac{2\pi(N-2)m_{sp,1}}{N}} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho^*(0) + \beta_{k_{sp}} & \rho^*(1)e^{-i\frac{2\pi(N-k_{sp})l}{N}} + \beta_{k_{sp}} e^{i\frac{2\pi(N-k_{sp})l}{N}} & \dots & \beta_{k_{sp}} e^{i\frac{2\pi(N-k_{sp})m_{sp,1}}{N}} & \dots \\ \rho^*(0) & \rho^*(1)e^{-i\frac{2\pi(N-k_{sp}+1)l}{N}} & \dots & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho^*(0) & \rho^*(1) & \dots & 0 & \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cccc}
 \dots & \rho^*(d)e^{-i\frac{2\pi(N-1)d}{N}} + \beta_1 e^{i\frac{2\pi(N-1)d}{N}} & \dots & \beta_1 e^{i\frac{2\pi(N-1)m_{kp,k_{kp}}}{N}} \dots \\
 \dots & \rho^*(d)e^{-i\frac{2\pi(N-2)d}{N}} + \beta_2 e^{i\frac{2\pi(N-2)d}{N}} & \dots & \beta_2 e^{i\frac{2\pi(N-2)m_{kp,k_{kp}}}{N}} \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \rho^*(d)e^{-i\frac{2\pi(N-k_{kp})d}{N}} + \beta_{k_{kp}} e^{i\frac{2\pi(r)d}{N}} & \dots & \beta_{k_{kp}} e^{i\frac{2\pi(N-k_{kp})m_{kp,k_{kp}}}{N}} \dots \\
 \dots & \rho^*(d)e^{-i\frac{2\pi(N-k_{kp}+1)d}{N}} & \dots & 0 \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \rho^*(d) & \dots & 0 \dots
 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \dots \rho^*(N-1)e^{-i\frac{2\pi(N-1)(N-1)}{N}} + \beta_1 e^{i\frac{2\pi(N-1)(N-1)}{N}} \\
 \dots \rho^*(N-1)e^{-i\frac{2\pi(N-2)(N-1)}{N}} + \beta_2 e^{i\frac{2\pi(N-2)(N-1)}{N}} \\
 \dots \dots \\
 \dots \rho^*(N-1)e^{-i\frac{2\pi(N-k_{kp})(N-1)}{N}} + \beta_{k_{kp}} e^{i\frac{2\pi(N-k_{kp})(N-1)}{N}} \\
 \dots \rho^*(N-1)e^{-i\frac{2\pi(N-k_{kp}+1)(N-1)}{N}} \\
 \dots \dots \\
 \dots \rho^*(N-1)
 \end{array} \right\} \cdot (6)$$

Частотная характеристика инверсного фильтра находится как обратная матрица Ω^{-1} . Каждый столбец обратной матрицы представляет собой частотную характеристику нестационарного инверсного фильтра на каждом из этапов фильтрации. Матрица частотной характеристики (6) содержит столбцы, элементы которых, за исключением элементов первых k_{kp} строк, равны нулю. Тогда частотная характеристика нестационарного инверсного фильтра на первых k_{kp} этапах фильтрации будет иметь ненулевые компоненты только на тех позициях, на которых они равны нулю в спектре сигнала \mathbf{S} . С математической точки зрения это можно объяснить способом нахождения обратной матрицы.

Например, для сигнала $s(n) = \{0,512+1,423i; 2,11+1,5i; 1,378+0,077i\}$ со спектром $\mathbf{P} = \{\rho(m)\} = \{4+3i; 0; -2,464+1,268i\}$ определитель матрицы для частотной характеристики согласованного фильтра без коррекции

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} 4-3i & 0 & 0,134+2,768i \\ 4-3i & 0 & 2,33-1,55i \\ 4-3i & 0 & -2,464-1,268i \end{bmatrix},$$

равен нулю. Матрица для частотной характеристики согласованного фильтра с коррекцией при $\beta_1 = 2$ будет иметь вид

$$\mathbf{\Omega}_k = \begin{bmatrix} 6 - 3i & -1 + 1,732i & -0,866 + 1,036i \\ 4 - 3i & 0 & 2,33 - 1,55i \\ 4 - 3i & 0 & -2,464 - 1,268i \end{bmatrix},$$

и обратная матрица:

$$\mathbf{\Omega}_k^{-1}N = \begin{bmatrix} 0 & 0,136 + 0,319i & 0,344 + 0,041i \\ -0,75 + 1,299i & 2,13 + 0,579i & -0,828 - 2,132i \\ 0 & 0,624 + 0,03i & -0,624 - 0,03i \end{bmatrix}.$$

Тогда частотная характеристика нестационарного ИФ на каждом из этапов фильтрации:

$$\omega_{uf}^0 = \{0; -0,75 + 1,299i; 0\},$$

$$\omega_{uf}^1 = \{0,136 + 0,319i; 2,13 + 0,579i; 0,624 + 0,03i\},$$

$$\omega_{uf}^2 = \{0,344 + 0,041i; -0,828 - 2,132i; -0,624 - 0,03i\}.$$

АЧХ нестационарного ИФ на каждом из этапов различна:

$$|\omega_{uf}^0| \neq |\omega_{uf}^1| \neq |\omega_{uf}^2| \text{ (рис. 1):}$$

$$|\omega_{uf}^0| = \{0; 1,5; 0\}, \quad |\omega_{uf}^1| = \{0,346; 2,212; 0,625\}, \quad |\omega_{uf}^2| = \{0,346; 2,287; 0,625\}.$$

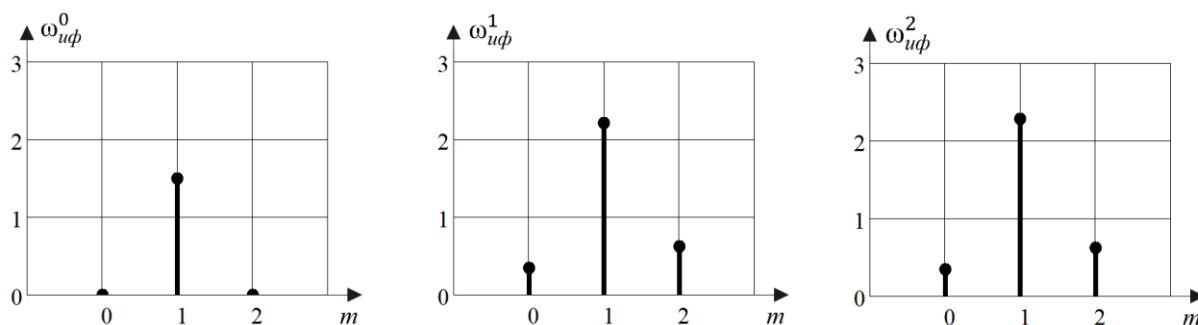


Рис. 1. АЧХ нестационарного ИФ для сигнала $s(n) = \{0,512 + 1,423i; 2,11 + 1,5i; 1,378 + 0,077i\}$.

Результат фильтрации, выраженный как обратное ДПФ:

$$\frac{1}{N} \mathbf{P}^T \mathbf{\Omega}_k^{-1} = (0 \ 0 \ 1). \text{ Таким образом, применение коррекции матрицы}$$

импульсной или частотной характеристик фильтра позволяет устранить

неопределенность типа "деление на ноль" при обработке сигнала, в спектре которого содержатся критические компоненты.

Заключение

Возможность сжатия сигнала, в том числе и простого, во временной области является основным достоинством инверсной фильтрации. Однако, наличие критических компонент в спектре сигнала ограничивает возможность применения инверсного фильтра. Применение методов регуляризации приводит к появлению в выходном отклике инверсного фильтра корреляционного шума, что снижает эффективность фильтра с точки зрения решения задачи разрешения сигналов.

В работе предложен подход к устранению проблемы наличия критических компонент в спектре сигнала при синтезе инверсного фильтра. Для расчета характеристик инверсного фильтра может быть использован метод коррекции базиса. Применение коррекции матрицы импульсной или частотной характеристик фильтра позволяет устранить неопределенность типа "деление на ноль" при обработке сигнала, в спектре которого содержатся критические компоненты. Инверсный фильтр при этом приобретает свойство нестационарности.

Литература

1. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера. 2005.
2. Семченков С.М., Абраменков В.В., Васильченко О.В. Инверсная фильтрация импульсных сигналов // Электромагнитные волны и электронные системы, 2017. №4. С. 42-53

3. Хафизов Р.Г. Оценка параметров боковых лепестков сжатого сигнала на выходе инверсного фильтра в условиях неопределенности // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2021. №8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.8.10>
4. Хафизов Р.Г., Казаринов А.В. Оптимизация коррекции критических компонент спектра импульсного сигнала для обеспечения устойчивости инверсной фильтрации // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2020. №2(38). С.24-33.
5. Григорьевых Е.А., Хафизов Р.Г., Мелешко А.В. Расчет характеристик обнаружения сигналов для приемника на базе инверсного фильтра в условиях неопределенности // Радиотехнические и телекоммуникационные системы, 2023, №4. С. 51-58.
6. Хафизов Р.Г., Григорьевых Е.А., Пахмутова Е.С., Соколова М.С., Масликов А.М. Применение метода коррекции базиса для устранения неопределенности при синтезе инверсного фильтра // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2022. №12. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.12.6>

Для цитирования:

Хафизов Р.Г., Салихова Л.М., Мертвищев А.С. Нестационарный инверсный фильтр. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 9. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.9.7>