

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.9.11>

УДК: 537.874; 537.624

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИНАМИЧЕСКОГО УСТАНОВЛЕНИЯ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ФАЗОВОЙ ДИАГРАММЫ ДВУХПОДРЕШЕТОЧНОГО ФЕРРИМАГНЕТИКА С ТОЧКОЙ КОМПЕНСАЦИИ

Д.А. Суслов, В.И. Щеглов

**Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН,
125009, Москва, ул. Моховая, 11 к.7**

Статья поступила в редакцию 17 июня 2025 г.

Аннотация. Рассмотрено применение метода динамического установления для построения фазовой диаграммы двухподрешеточного ферритмагнетика с точкой компенсации. Задача решается в декартовой системе координат. Записаны уравнения движения намагниченностей подрешеток с учетом релаксации и связи через эффективные поля обменного взаимодействия. Рассмотрено развитие во времени колебаний обеих намагниченностей после задания начального отклонения. Выявлены условия установления намагниченностей, соответствующие минимуму плотности энергии структуры в целом. Выявлены зависимости компонент намагниченностей от поля при заданной температуре. Установлено, что изломы таких зависимостей соответствуют точкам начала и конца ориентационного перехода, представленным на нижней и верхней ветвях фазовой диаграммы. Путем вариации температуры построена фазовая диаграмма в целом. Выполнено сравнение полученной диаграммы с построенной известными методами, выявлена высокая точность и значительная простота реализации, обеспечивающие методу установления значительное

преимущество над известными. Приведены некоторые рекомендации для дальнейшего развития работы.

Ключевые слова: фазовая диаграмма, двухподрешеточный ферримагнетик, метод динамического установления.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им.В.А. Котельникова РАН.

Автор для переписки: Щеглов Владимир Игнатьевич, vshcheg@cplire.ru

Введение

Редкоземельные ферриты-гранаты находят широкое применение в устройствах обработки аналоговой информации в диапазоне СВЧ [1-10]. Для цифровой информации значительный интерес представляют ферриты, образующие цилиндрические магнитные домены [11, 12], а также используемые в схемах магниторезистивной памяти [13]. Перспективным направлением является возбуждение магнитных колебаний под действием мощных оптических импульсов фемтосекундной длительности [14-16].

Среди широкого многообразия таких материалов значительное место занимают редкоземельные ферриты-гранаты, обладающие двумя магнитными подрешетками с точкой температурной компенсации [17-19]. Важнейшим условием практического использования таких материалов является информация о температурно-полевых характеристиках намагниченности обеих подрешеток, содержащаяся в фазовой диаграмме материала в целом. Классическая схема построения типичной фазовой диаграммы приведена в работе [20] (Кларк-Каллен), В работах [17-19] приведены различные примеры построения диаграмм, в том числе в работе [21] с учетом одноосной анизотропии материала.

В работах [22, 23] приведена методика определения из данных эксперимента намагниченностей подрешеток по отдельности. В работе [24] предложен и в работе [25] далее развит алгоритм расчета фазовой диаграммы

в целом для материала с анизотропией различных видов. Приведены также рекомендации для дальнейшего развития работы.

Определенным недостатком алгоритма, предложенного в упомянутых работах, является его крайняя сложность и неоднозначность, обусловленная использованием, в соответствии с традицией для подобных задач [2, стр.205-210], сферической системы координат [2 стр.206, рис. 4.4.3], приводящей в случае анизотропии к необходимости решения сложной системы двух нелинейных уравнений с тригонометрическими переменными.

В связи со сложностью решения рассмотренных задач представляет интерес нахождение более простого алгоритма.

Настоящая работа посвящена рассмотрению возможности использования метода динамического установления для расчета фазовой диаграммы двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации. Получена полная фазовая диаграмма и установлена значительная простота ее получения.

1. Геометрия задачи

Общая геометрия задачи показана на рис. 1.

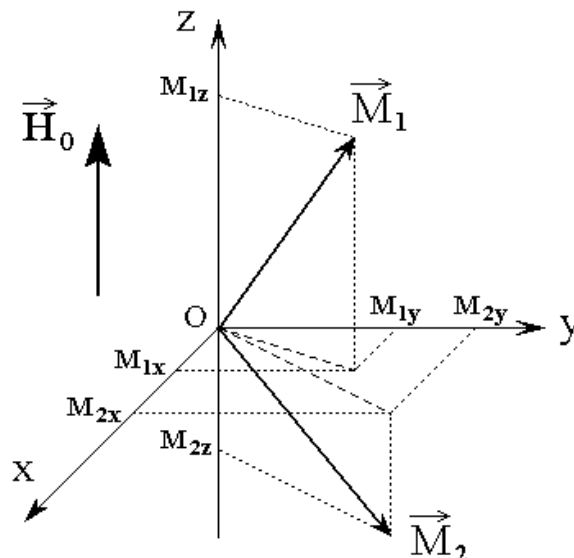


Рис. 1. Общая геометрия задачи.

Задача решается в декартовой системе координат $Oxyz$, постоянное поле $\vec{H}_0$ в которой направлено вдоль оси Oz . Ферримагнетик имеет две магнитных

подрешетки, векторы намагниченностей которых обозначены как $\vec{M}_1$ и $\vec{M}_2$. Координатные составляющие этих векторов равны соответственно M_{1x} , M_{1y} , M_{1z} и M_{2x} , M_{2y} , M_{2z} .

2. Классический способ построения фазовой диаграммы

Подобно [22-24] полагаем, что намагниченности M_1 и M_2 зависят от температуры T в виде:

$$M_1 = M_{10} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{c1}} \right)^2 \right]; \quad (1)$$

$$M_2 = M_{20} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{c2}} \right)^2 \right], \quad (2)$$

где M_{10} , M_{20} – намагниченности той и другой подрешеток при абсолютном нуле температуры, T_{c1} , T_{c2} – температуры Кюри для тех же подрешеток.

Следуя [22-24], рассмотрение проведем с использованием набора нормированных или «относительных» параметров: $M_{10} = 5$; $M_{20} = 3$; $T_{c1} = 4$; $T_{c2} = 7$. Параметр обменного взаимодействия между намагниченностями подрешеток Λ положим равным нормированной единице $\Lambda = 1$.

Принятый в работах [22-24] способ построения фазовой диаграммы иллюстрируется рис. 2.

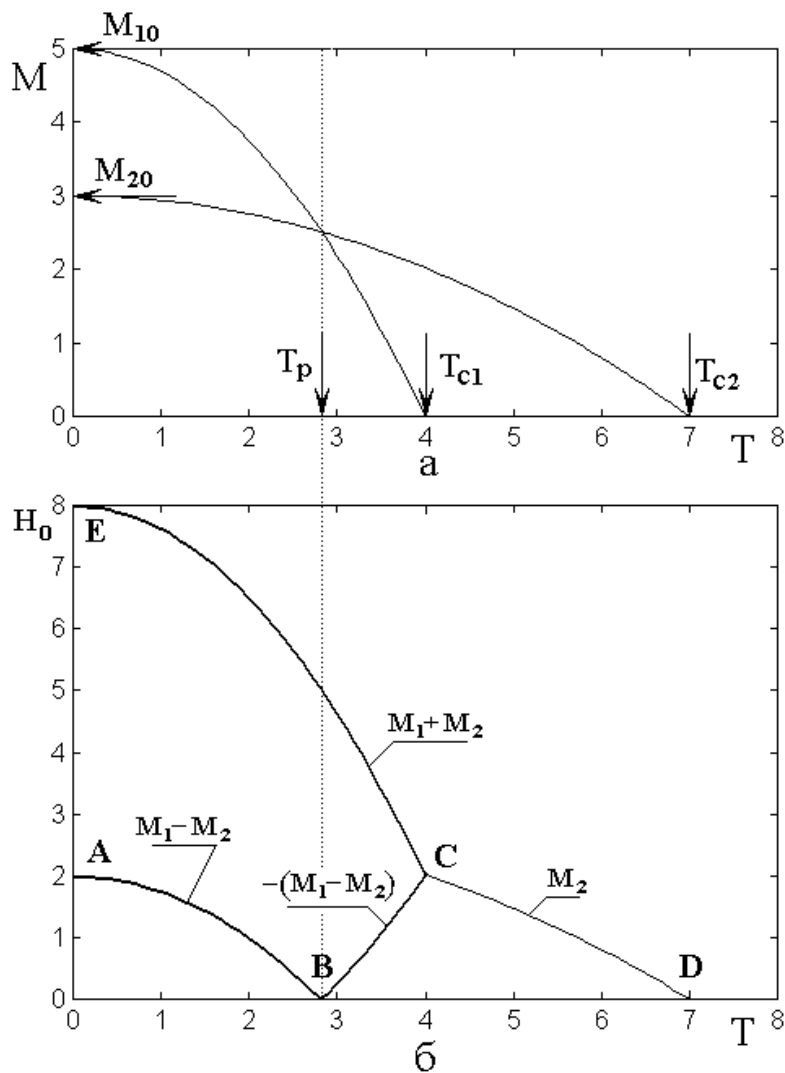


Рис. 2. Температурные зависимости намагниченностей подрешеток (а) и схема построения фазовой диаграммы (б). Параметры указаны в тексте.

На рис. 2а приведены температурные зависимости намагниченностей подрешеток, построенные по формулам (1)-(2). Видно, что обе кривые спадают по закону квадратичности, причем при температуре компенсации T_p абсолютные величины намагниченностей равняются друг другу, так что при их противоположной направленности суммарная намагниченность может равняться нулю.

Традиционным способом построения фазовой диаграммы является минимизация плотности энергии двухподрешеточной структуры в целом. Главной целью настоящей работы является демонстрация возможности построения фазовой диаграммы методом динамического установления,

поэтому, подобно [22-24], выбираем плотность энергии в наиболее простом виде, без учета размагничивания и анизотропии [2, стр.206, форм.(4.4.1)]:

$$U = -\vec{H}_0 \vec{M}_1 - \vec{H}_0 \vec{M}_2 + \Lambda \vec{M}_1 \vec{M}_2, \quad (3)$$

где первые два слагаемых определяются взаимодействием намагниченностей подрешеток с полем, а третье – обменным взаимодействием намагниченностей между собой, величина которого определяется параметром Λ , при антиферромагнитном характере взаимодействия являющимся положительным.

В традиционно выбираемой сферической системе координат [2, стр.206, рис. 4.4.3] выражение (3) принимает вид [2, стр.206, форм.(4.4.3)]:

$$U = -H_0 M_1 \cos \theta_1 - H_0 M_2 \cos \theta_2 + \Lambda M_1 M_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2), \quad (4)$$

где θ_1 и θ_2 – углы между намагниченностями и полем, а угол между $\vec{M}_1$ и $\vec{M}_2$ равен разности углов $\theta_1 - \theta_2$. При $H_0 = 0$ из этого выражения наглядно видно, что при $\theta_1 = 0$ плотность энергии минимальна, когда $\theta_2 = \pi$, что как раз соответствует антиферромагнитному характеру взаимодействия намагниченностей подрешеток (то есть $\Lambda > 0$).

Выполняя минимизацию плотности энергии, то есть приравнивая к нулю первые производные (4) по θ_1 и θ_2 , получаем систему двух уравнений для определения этих углов:

$$H_0 \sin \theta_1 - \Lambda M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \Lambda M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 = 0; \quad (5)$$

$$H_0 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \Lambda M_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 = 0. \quad (6)$$

Аналитическое решение этих уравнений имеет вид:

$$\cos \theta_1 = \frac{H_0^2 + \Lambda^2 (M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_1}; \quad (7)$$

$$\cos \theta_2 = \frac{H_0^2 - \Lambda^2 (M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_2}. \quad (8)$$

Для построения диаграммы учитываем, что ее ветви формируются как значения полей, при которых ориентации намагниченностей меняются в максимально допустимых пределах изменения $\cos \theta_1$ и $\cos \theta_2$ от -1 до $+1$.

Подставляя эти значения в (7), (8), получаем два квадратных уравнения для поля H_0 , решение которых дает две зависимости, определяющие граничные значения полей, выраженные через намагниченности подрешеток:

$$(H_0)^{(+)} = \Lambda(M_1 + M_2); \quad (9)$$

$$(H_0)^{(-)} = \Lambda(M_1 - M_2). \quad (10)$$

Эти выражения с учетом температурных зависимостей намагниченностей (1), (2) определяют фазовую диаграмму в виде, приведенном на рис. 2б (подобном рис. 6 в работе [22] или рис. 2 в работе [24]).

Для справки отметим, что при учете одноосной анизотропии уравнения (5), (6) принимают вид [25, форм.(18), (19)]:

$$H_0 \sin \theta_1 - \Lambda M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 - \Lambda M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + H_{a1} \sin \theta_1 \cos \theta_1 = 0; \quad (11)$$

$$H_0 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + H_{a2} \sin \theta_2 \cos \theta_2 = 0, \quad (12),$$

где H_{a1} и H_{a2} – поля анизотропии для той и другой подрешеток. Аналитическое решение системы (11)-(12) приводит к полному уравнению четвертой степени относительно синуса или косинуса одного из углов. Попытка аналитического решения полученного уравнения, например, методом Феррари [8, стр.71-77], [10, стр.85-90], [26, стр.201-202], приводит к крайне громоздким выражениям, что вряд ли можно считать оправданным.

Поэтому, для решения системы (11)-(12), а также других систем подобного типа (в том числе (5)-(6)), возникающих, например, при учете сложных видов анизотропии или размагничивания, в работе [25] предложен алгоритм численного решения двухступенчатым методом поиска нуля, использование которого позволило получить требуемую фазовую диаграмму. Однако, как отмечено в той же работе, из-за циклического характера тригонометрических переменных, предложенный алгоритм крайне сложен в реализации и при умеренной точности (до 10 %) требует значительного машинного времени (для построения одной диаграммы из 20-30 точек – до нескольких часов). При этом удовлетворительно удается получить только нижнюю ветвь диаграммы (точки А-В-С на рис. 2в), а получение верхней ветви

(точек С-Е) становится затрудненным из-за выхода за допустимые пределы работы алгоритма (рис. 6 в работе [25]).

В связи с таким положением дел встает вопрос о разработке более простого и быстрее работающего алгоритма решения подобных задач, чему и посвящена далее настоящая работа.

3. Математический аппарат метода установления

При решении задачи используется метод динамического установления, подобный применяемому при расчете доменной структуры [8, стр.216-217], [27-29].

Поскольку имеются две подрешетки с различными намагниченностями, то есть введение единого нормирующего коэффициента возможным не представляется, то задача решается непосредственно в ненормированных переменных. В процессе динамики векторы намагниченностей могут быть ориентированы произвольным образом, то есть их компоненты могут принимать любые значения в пределах абсолютной величины той или другой намагниченности, так что линеаризация колебаний не предусматривается.

Метод динамического установления состоит в задании в начальный момент времени первичной произвольной ориентации того и другого векторов, после чего системе предоставляется возможность свободных колебаний в соответствии с их гиромангнитным характером и направлением внешнего поля. Предполагается, что такие колебания имеют затухающий характер, в результате чего положения векторов намагниченностей постепенно стабилизируются в области минимума потенциальной энергии системы в целом. Таким образом, по окончании процесса релаксации, ориентации векторов намагниченностей соответствуют энергетическому минимуму системы, определяемому величиной внешнего поля.

4. Уравнения движения и общая постановка задачи

Будем исходить из того, что движение намагниченностей каждой из подрешеток, благодаря их гиротропным свойствам, описывается классическим уравнением Ландау-Лифшица [6, стр.37-41] с учетом затухания в форме Гильберта [2, стр.39, форм.(1.3.2), [9, стр.100-102]:

для первой подрешетки:

$$\frac{\partial \vec{M}_1}{\partial t} = -\gamma \left[\vec{M}_1 \times \vec{H}_1 \right] + \frac{\alpha_1}{M_{01}} \left[\vec{M}_1 \times \frac{\partial \vec{M}_1}{\partial t} \right]; \quad (13)$$

для второй подрешетки:

$$\frac{\partial \vec{M}_2}{\partial t} = -\gamma \left[\vec{M}_2 \times \vec{H}_2 \right] + \frac{\alpha_2}{M_{02}} \left[\vec{M}_2 \times \frac{\partial \vec{M}_2}{\partial t} \right], \quad (14)$$

где γ – гиромагнитное отношение для электрона (равное $2.8 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} \text{ Э}^{-1}$), $\vec{M}_{1,2}$ – векторы намагниченностей подрешеток, $M_{01,02}$ – их абсолютные величины, $\alpha_{1,2}$ – параметры затухания, а $\vec{H}_{1,2}$ – эффективные поля, без учета неоднородного обмена имеющие вид: [2, стр.68, форм.(2.1.14), сноска 2):

для первой подрешетки:

$$\vec{H}_1 = -\frac{\partial U}{\partial \vec{M}_1} = -\vec{i} \frac{\partial U}{\partial M_{1x}} - \vec{j} \frac{\partial U}{\partial M_{1y}} - \vec{k} \frac{\partial U}{\partial M_{1z}}, \quad (15)$$

для второй подрешетки:

$$\vec{H}_2 = -\frac{\partial U}{\partial \vec{M}_2} = -\vec{i} \frac{\partial U}{\partial M_{2x}} - \vec{j} \frac{\partial U}{\partial M_{2y}} - \vec{k} \frac{\partial U}{\partial M_{2z}}, \quad (16)$$

где U – плотность энергии ферритмагнетика в целом.

Уравнения движения, записанные в координатах, после выделения зависимостей компонент от времени, принимают вид, подобный приведенному в работе [8, стр.54, форм.((2.97)-(2.99)], с тем отличием, что здесь нормировка отсутствует, то есть участвуют полные компоненты всех векторов:

для первой подрешетки:

$$\frac{\partial M_{1x}}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1+\alpha_1^2} \left\{ \left(M_{1y} + \frac{\alpha_1}{M_{10}} M_{1x} M_{1z} \right) \cdot H_{1z} - \right. \\ \left. - \left(M_{1z} - \frac{\alpha_1}{M_{10}} M_{1x} M_{1y} \right) \cdot H_{1y} - \frac{\alpha_1}{M_{10}} (M_{1y}^2 + M_{1z}^2) \cdot H_{1x} \right\}; \quad (17)$$

$$\frac{\partial M_{1y}}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1+\alpha_1^2} \left\{ \left(M_{1z} + \frac{\alpha_1}{M_{10}} M_{1y} M_{1x} \right) \cdot H_{1x} - \right. \\ \left. - \left(M_{1x} - \frac{\alpha_1}{M_{10}} M_{1y} M_{1z} \right) \cdot H_{1z} - \frac{\alpha_1}{M_{10}} (M_{1z}^2 + M_{1x}^2) \cdot H_{1y} \right\}; \quad (18)$$

$$\frac{\partial M_{1z}}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1+\alpha_1^2} \left\{ \left(M_{1x} + \frac{\alpha_1}{M_{10}} M_{1z} M_{1y} \right) \cdot H_{1y} - \right. \\ \left. - \left(M_{1y} - \frac{\alpha_1}{M_{10}} M_{1z} M_{1x} \right) \cdot H_{1x} - \frac{\alpha_1}{M_{10}} (M_{1x}^2 + M_{1y}^2) \cdot H_{1z} \right\}; \quad (19)$$

для второй подрешетки:

$$\frac{\partial M_{2x}}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1+\alpha_2^2} \left\{ \left(M_{2y} + \frac{\alpha_2}{M_{20}} M_{2x} M_{2z} \right) \cdot H_{2z} - \right. \\ \left. - \left(M_{2z} - \frac{\alpha_2}{M_{20}} M_{2x} M_{2y} \right) \cdot H_{2y} - \frac{\alpha_2}{M_{20}} (M_{2y}^2 + M_{2z}^2) \cdot H_{2x} \right\}; \quad (20)$$

$$\frac{\partial M_{2y}}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1+\alpha_2^2} \left\{ \left(M_{2z} + \frac{\alpha_2}{M_{20}} M_{2y} M_{2x} \right) \cdot H_{2x} - \right. \\ \left. - \left(M_{2x} - \frac{\alpha_2}{M_{20}} M_{2y} M_{2z} \right) \cdot H_{2z} - \frac{\alpha_2}{M_{20}} (M_{2z}^2 + M_{2x}^2) \cdot H_{2y} \right\}; \quad (21)$$

$$\frac{\partial M_{2z}}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1+\alpha_2^2} \left\{ \left(M_{2x} + \frac{\alpha_2}{M_{20}} M_{2z} M_{2y} \right) \cdot H_{2y} - \right. \\ \left. - \left(M_{2y} - \frac{\alpha_2}{M_{20}} M_{2z} M_{2x} \right) \cdot H_{2x} - \frac{\alpha_2}{M_{20}} (M_{2x}^2 + M_{2y}^2) \cdot H_{2z} \right\}. \quad (22)$$

В соответствии с этими уравнениями, каждая подрешетка совершает прецессионные колебания, вид которых задается «эффективными» полями H_{1x} , H_{1y} , H_{1z} и H_{2x} , H_{2y} , H_{2z} соответственно. Эти поля определяются из выражения для плотности энергии ферримагнетики по формулам (15), (16).

Подобно разделу 2, выбираем плотность энергии в наиболее простом виде, без учета размагничивания и анизотропии вида (3):

$$U = -\vec{H}_0\vec{M}_1 - \vec{H}_0\vec{M}_2 + \Lambda\vec{M}_1\vec{M}_2, \quad (23)$$

где первые два слагаемых определяются взаимодействием намагниченностей подрешеток с полем, а третье – обменным взаимодействием намагниченностей между собой, величина которого определяется параметром Λ .

В отличие от классического выбора сферической системы координат, будем решать задачу в декартовой системе, показанной на рис. 1. Такой выбор позволит учитывать произвольную ориентацию векторов намагниченностей, что является необходимым условием реализации метода установления, а также в случае необходимости позволяет рассмотреть нелинейные колебания намагниченности любой амплитуды.

Запишем выражение для плотности энергии (23) в декартовых координатах:

$$\begin{aligned} U = & -\left(H_{0x}M_{1x} + H_{0y}M_{1y} + H_{0z}M_{1z}\right) - \\ & -\left(H_{0x}M_{2x} + H_{0y}M_{2y} + H_{0z}M_{2z}\right) + \\ & + \Lambda \left(M_{1x}M_{2x} + M_{1y}M_{2y} + M_{1z}M_{2z}\right) \end{aligned} \quad (24)$$

В соответствии с формулами (15), (16) получаем эффективные поля в виде:

для первой подрешетки:

$$H_{1x} = H_{0x} - \Lambda M_{2x}; \quad (25)$$

$$H_{1y} = H_{0y} - \Lambda M_{2y}; \quad (26)$$

$$H_{1z} = H_{0z} - \Lambda M_{2z}; \quad (27)$$

для второй подрешетки:

$$H_{2x} = H_{0x} - \Lambda M_{1x}; \quad (28)$$

$$H_{2y} = H_{0y} - \Lambda M_{1y}; \quad (29)$$

$$H_{2z} = H_{0z} - \Lambda M_{1z}. \quad (30)$$

Таким образом, видим, что в формировании полей для первой подрешетки (25)-(27) участвует намагниченность второй подрешетки, а в формировании полей для второй подрешетки (28)-(30) участвует намагниченность первой подрешетки. Такое взаимное воздействие одной подрешетки на другую и обратно обеспечивает общие колебания системы в целом. Можно видеть, что такое «обобщение» колебаний происходит за счет обменного взаимодействия с параметром Λ .

Метод динамического установления предполагает задание некоторого начального значения той и другой намагниченностей, после чего система отпускается в свободное движение, амплитуда которого, начинаясь с первично заданного значения, постепенно спадает в соответствии с законом релаксации. При этом общая энергия системы, заданная первичным отклонением, будучи высвобожденной, стремится к минимуму, соответствующему равновесному положению обеих намагниченностей. Такой минимум, достигаемый после полного затухания колебаний, имеет место при определенном значении постоянного поля.

Таким образом, происходит ориентационный переход по намагниченности от первично заданного значения до полностью равновесного.

Значение поля, при котором происходит такой переход, определяется значениями намагниченностей обеих подрешеток, которые зависят от температуры в соответствии с рис. 2а в разделе 2.

Фазовая диаграмма представляет собой зависимость от температуры значения поля ориентационного перехода, соответствующего минимуму энергии.

Таким образом, задавая температуру, то есть намагниченности обеих подрешеток и определяя поле, соответствующее их установлению, можно построить искомую фазовую диаграмму в целом, что и будет сделано далее.

5. Основные параметры задачи

В рамках настоящей работы при построении диаграммы были приняты те же значения намагниченностей насыщения и температур Кюри для обеих подрешеток, что в разделе 2:

$$M_{10} = 5; M_{20} = 3; T_{c1} = 4; T_{c2} = 7. \quad (31)$$

Параметр обменного взаимодействия полагался равным единице:

$$\Lambda = 1. \quad (32)$$

В общем случае параметры затухания $\alpha_{1,2}$ и начальные значения той и другой намагниченностей могут быть произвольными, то есть конечный результат при их изменении получается тем же самым, однако, исходя из удобства расчета, то есть небольшого машинного времени и достаточной точности результатов (до 10 %), параметры затухания были приняты одинаковыми, равными: $\alpha_{1,2} = 0.1$, а начальные значения намагниченностей подрешеток равными:

$$M_{1x}(t=0) = (0.1 \cdot M_{10}) = 0.5; \quad (33)$$

$$M_{1y}(t=0) = 0; M_{1z}(t=0) = 0; \quad (34)$$

$$M_{2x}(t=0) = -(0.1 \cdot M_{20}) = -0.3; \quad (35)$$

$$M_{2y}(t=0) = 0; M_{2z}(t=0) = 0. \quad (36)$$

Система уравнений (17)-(22) с учетом (25)-(30) решалась численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка. При этом время установления составляло 10^{-6} с при шаге по времени 10^{-11} с. Полное время расчета одного значения поля, то есть одной точки диаграммы, составляло около 20-30 с, а время построения полной диаграммы с 20-30 точками – несколько минут, то есть значительно меньше, чем в работе [25].

6. Схема процесса установления

Общая схема процесса установления в системе координат $Oxyz$ (рис. 1) иллюстрируется рис. 3. Показаны зависимости от времени компонент намагниченностей $\vec{M}_1, \vec{M}_2$ (а, б, в), а также параметрический портрет динамики намагниченностей в проекции на плоскость Oxy . Для простоты и наглядности рисунка намагниченности приняты между собой равными, имеющими противоположные знаки (как при компенсации), причем температурные зависимости в явном виде не рассматриваются.

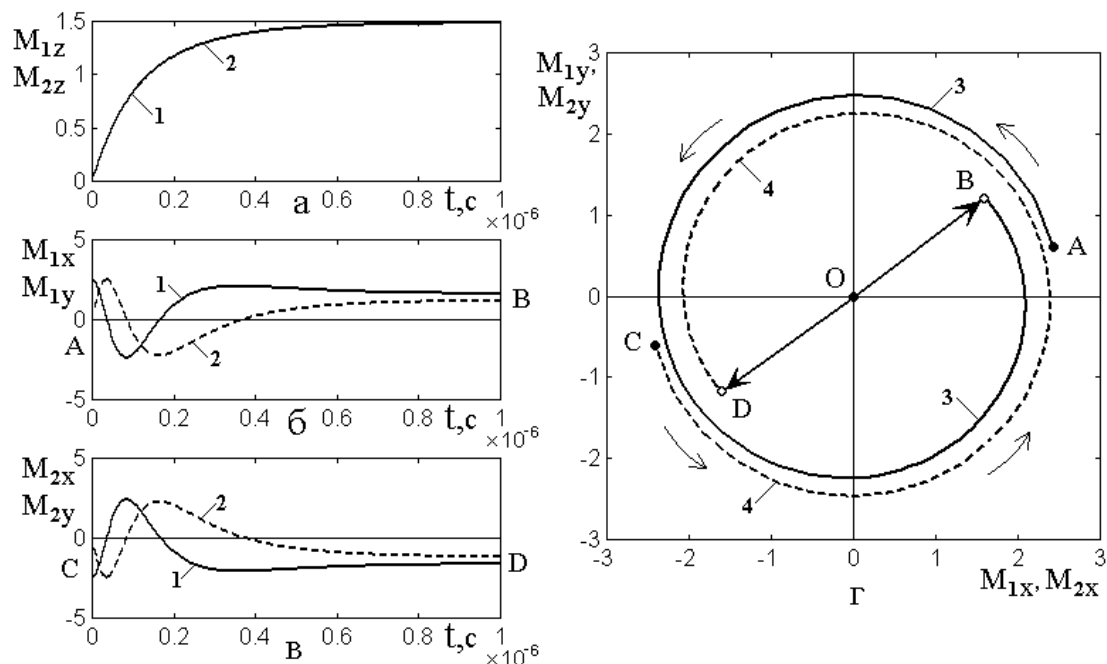


Рис. 3. Схема процесса установления в развитии во времени.

а, б, в – зависимости от времени компонент намагниченностей подрешеток: 1 (сплошные линии) – подрешетка 1; 2 (пунктирные линии) – подрешетка 2. г – параметрический портрет установления намагниченностей в проекции на плоскость Oxy : 3 (сплошная линия) – подрешетка 1; 4 (пунктирная линия) – подрешетка 2. Параметры: $M_{10} = 2.5$; $M_{20} = -2.5$; $H_0 = 6$. Остальные параметры – те же, что в разделе 5.

Из рисунка видно, что в процессе развития времени намагниченности той и другой подрешеток, претерпевая в начальный период несколько колебаний, приходят к постоянным значениям: для $M_{z1,2}$ равному 1.5 отн.ед., для $M_{1x,y}$ равному 1.4 отн.ед., для $M_{2x,y}$ равному -1.4 отн.ед. Наглядно расположение

компонент намагниченностей в процессе установления можно проследить из рис. 3г. Начальные точки траекторий движения компонент намагниченностей той и другой подрешеток обозначены буквами А и С соответственно. Далее траектории развиваются по кривым, близким к окружностям, в направлении против часовой стрелки и заканчиваются в точках В и D. На рис. 3б и рис. 3г начала и окончания развития колебаний во времени обозначены теми же буквами. В результате завершения процесса установления, то есть полного окончания колебаний, намагниченности устанавливаются симметрично относительно оси Oz под углами к этой оси около 52 градусов (как арктангенс отношения компонент вдоль осей Ox и Oz):

$$\alpha \tan \left[\left(M_{1,2x,y} = 1.9 \right) / \left(M_{1,2z} = 1.5 \right) \right] = 0.9025 = 52^\circ. \quad (37)$$

Таким образом, метод установления позволяет определить не только равновесные значения намагниченностей, но и их конечные ориентации.

7. Компоненты намагниченностей подрешеток при изменении поля

Фазовая диаграмма представляет собой зависимости начальной и конечной границ ориентационного перехода по полю от температуры. При постоянном значении температуры по мере увеличения поля ориентации намагниченностей подрешеток последовательно проходят три стадии:

первая – поле малое, обе намагниченности ориентированы вдоль поля навстречу друг другу;

вторая – поле среднее, намагниченности отклонены от направления поля и по мере увеличения поля постепенно поворачиваются к его направлению, то есть происходит ориентационный переход, поле начала которого обозначим через H_A , а поле окончания – через H_B ;

третья – поле большое, обе намагниченности ориентированы вдоль поля в одном направлении, положительном относительно поля.

Таким образом, первая стадия соответствует полю $H_0 < H_A$, вторая – интервалу по полю $H_A < H_0 < H_B$, третья – полю $H_0 > H_B$.

Путем применения метода установления рассмотрим зависимости компонент намагниченностей подрешеток от поля при постоянной температуре.

Для удобства дальнейшего обращения компоненты намагниченностей вдоль поля, то есть вдоль оси Oz (рис. 1), такие как M_{1z} и M_{2z} , будем называть «продольными». Введем в рассмотрение проекции намагниченностей на плоскость, перпендикулярную направлению поля, то есть на плоскость Oxy (рис. 1):

$$M_{1n} = \sqrt{M_{1x}^2 + M_{1y}^2}; \quad (38)$$

$$M_{2n} = \sqrt{M_{2x}^2 + M_{2y}^2}. \quad (39)$$

Эти компоненты будем называть «поперечными».

8. Температура ниже температуры компенсации

Обратимся к рис. 4, где показаны такие зависимости при температуре $T = 1$, величина которой, как можно видеть из диаграммы на рис. 2в, ниже температуры компенсации.

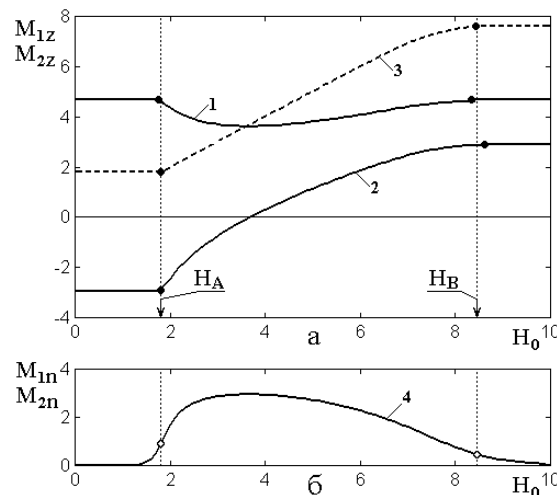


Рис. 4. Зависимости компонент намагниченностей подрешеток от поля при постоянной температуре $T = 1$. меньшей температуры компенсации.

а – компоненты продольные: б – компоненты поперечные.

1 – первая подрешетка; 2 – вторая подрешетки; 3 – сумма продольных компонент обеих подрешеток; 4 – обе подрешетки (кривые совпадают).

Укрупненные точки соответствуют полевым границам ориентационного перехода H_A и H_B . Параметры – те же, что в разделе 5.

Из рис. 4а видно, что при поле $H_0 < H_A$, то есть до начала ориентационного перехода, намагниченности обеих подрешеток выстроены вдоль поля, так что их продольные компоненты равны абсолютной величине с соответствующим знаком: $M_{1z} = 5$ (кривая 1), $M_{2z} = -3$ (кривая 2), а их сумма (кривая 3) равна: $M_{1z} + M_{2z} = 2$. Поперечные компоненты M_{1n} и M_{2n} (рис. 4б, кривая 4) при этом равны нулю.

При увеличении поля выше H_A начинается ориентационный переход, то есть намагниченности отклоняются от направления поля. При этом продольная компонента первой подрешетки (кривая 1) уменьшается, а второй подрешетки (кривая 2) – увеличивается. Такое их изменение сопровождается выходом из оси Oz, так что поперечная компонента (кривая 4) увеличивается.

После прохождения кривой 2 через нуль, то есть, когда продольная намагниченность второй подрешетки из отрицательной становится положительной, обе намагниченности стремятся повернуться ближе к направлению поля, так что M_{1z} (кривая 1) увеличивается и M_{2z} (кривая 2) также увеличивается. При этом поперечная намагниченность M_{1n} , M_{2n} (кривая 4) уменьшается. Такое изменение всех намагниченностей заканчивается при поле H_B , что соответствует окончанию ориентационного перехода, так что $M_{1z} = 5$, $M_{2z} = 3$, их сумма $M_{1z} + M_{2z} = 8$, а $M_{1,2n} = 0$.

9. Температура равна температуре компенсации

Обратимся теперь к рис. 5, где показаны зависимости компонент намагниченностей подрешеток от поля при постоянной температуре $T = 2.8$, равной температуре компенсации. Обозначения кривых – те же, что на рис. 4.

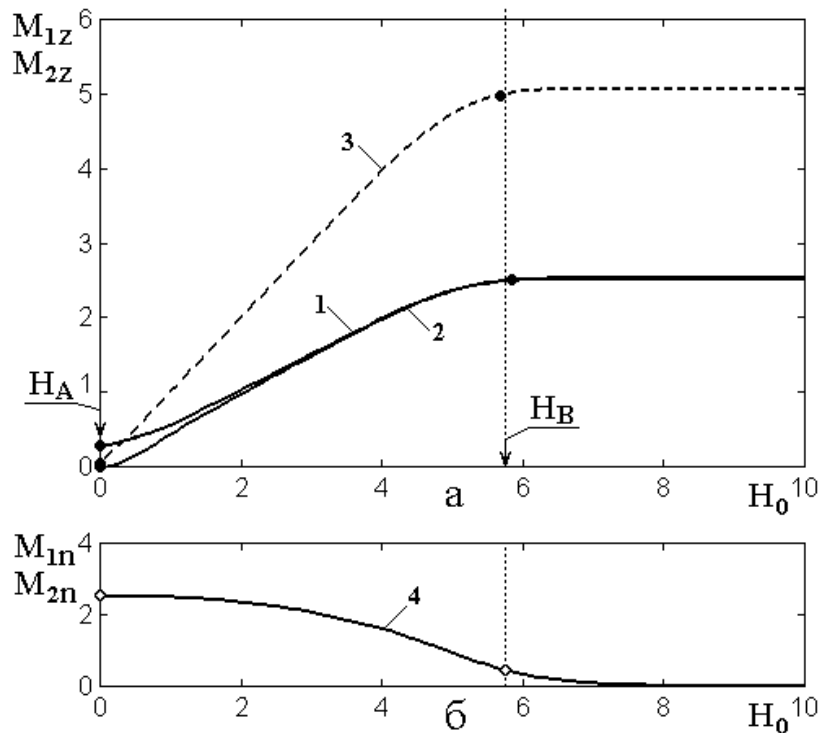


Рис. 5. Зависимости компонент намагниченностей подрешеток от поля при постоянной температуре $T = 2.8$, равной температуре компенсации.

а – компоненты продольные; б – компоненты поперечные.

1 – первая подрешетка; 2 – вторая подрешетки; 3 – сумма продольных компонент обеих подрешеток; 4 – обе подрешетки (кривые совпадают).

Укрупненные точки соответствуют полевым границам ориентационного перехода H_A и H_B . Параметры – те же, что в разделе 5.

Из рисунка видно, что здесь при нулевом поле продольные компоненты намагниченностей M_{1z} , M_{2z} и их сумма (кривые 1-3) равны нулю, а поперечные M_{1n} и M_{2n} (кривая 4) равны 2.5, что как раз соответствует значениям обеих намагниченностей при пересечении кривых $M_1(T)$ и $M_2(T)$ на рис. 2а. Таким образом, в нулевом поле обе намагниченности ориентированы перпендикулярно оси Oz , а при увеличении поля начинают поворачиваться к этой оси. Таким образом, нулевое поле соответствует полю начала ориентационного перехода H_A . Ввиду равенства намагниченностей,

зависимости от поля в этой области симметричны, так что кривые 1 и 2 совпадают. Увеличение продольных компонент и уменьшение поперечных заканчивается про поле H_B , когда обе намагниченности выстраиваются вдоль поля, а поперечные компоненты становятся равным нулю, то есть ориентационный переход заканчивается.

10. Температура выше температуры компенсации

Обратимся теперь к рис. 6, где показаны зависимости компонент намагниченностей подрешеток от поля при постоянной температуре $T = 3.5$, превышающей температуру компенсации. Обозначения кривых – те же, что на рис. 4 и рис. 5.

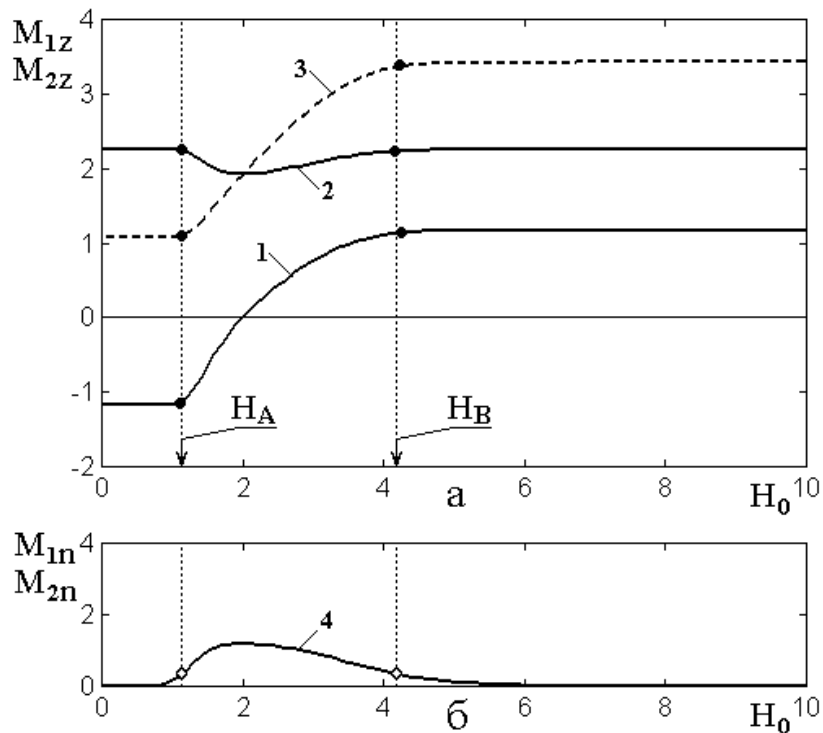


Рис. 6. Зависимости компонент намагниченностей подрешеток от поля при постоянной температуре $T = 3.5$, большей температуры компенсации.

а – компоненты продольные; б – компоненты поперечные. 1 – первая подрешетка; 2 – вторая подрешетки; 3 – сумма продольных компонент обеих подрешеток; 4 – обе подрешетки (кривые совпадают).

Укрупненные точки соответствуют полевым границам ориентационного перехода H_A и H_B . Параметры – те же, что в разделе 5.

Из рисунка видно, что его структура аналогична структуре рис. 5, с тем исключением, что здесь кривые для первой и второй подрешеток поменялись

местами. В самом деле, на рис. 5 кривая 1, соответствующая первой подрешетке, проходит выше кривой 2, соответствующей второй подрешетке, а на рис. 6 кривая 1 проходит ниже кривой 2. Это происходит из-за того, что ниже компенсации намагниченность первой подрешетки больше, чем второй (рис. 2а), поэтому она является по отношению к магнитному полю как бы «главной» и сильнее реагирует на величину поля, тогда как при температуре выше компенсации намагниченность второй подрешетки превышает намагниченность первой (рис. 2а), так что «главной» здесь становится вторая подрешетка.

11. Некоторое обобщающее замечание

Как видно из рис. 4, рис. 5 и рис. 6, все кривые имеют характерные изломы, отмеченные укрупненными точками, соответствующими началам и концам ориентационных переходов при заданных температурах.

Таким образом, проходя последовательно с некоторым шагом по температуре и регистрируя при этом построенные методом установления изломы кривых, то есть поля начала и конца ориентационного перехода, соответствующие точкам нижней и верхней ветвей фазовой диаграммы (рис. 2б), можно построить обе ветви фазовой диаграммы в целом, что и будет сделано далее.

12. Построение полной фазовой диаграммы

Применим теперь развитый в разделе 10 аппарат для построения полной фазовой диаграммы во всем допустимом интервале температур – от нуля до максимальной температуры Кюри той и другой подрешеток.

Полученная диаграмма приведена на рис. 7. Шаг по температуре принят равным $\Delta T = 0.5$, что обеспечивает достаточно плавный ход кривых. Здесь основные кривые 1 и 2 соответствуют полям переходов H_A и H_B , а кривая 3 (пунктир) – классическая диаграмма, построенная по правилам раздела 2, приведена для сравнения.

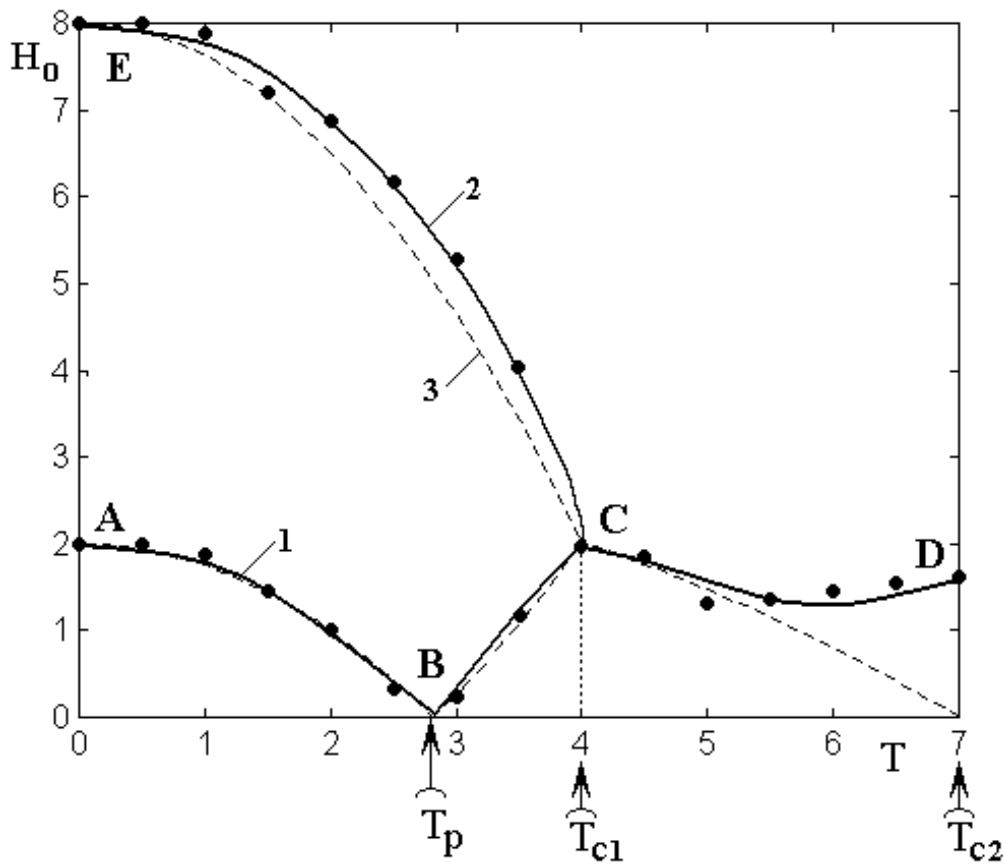


Рис. 7. Фазовая диаграмма, построенная методом динамического установления.
 1 – поле перехода H_A ; 2 – поле перехода H_B ; 3 – контрольная диаграмма (пунктир), построенная по формулам (9), (10).
 Параметры – те же, что в разделе 5.

Из рисунка видно, что на нижней ветви диаграммы, на ее участках АВ и ВС построенная диаграмма соответствует классической с точностью не хуже 2 %. На верхней ветви, то есть на участке ЕС, совпадение составляет также не хуже 10 %, однако здесь рассматриваемая кривая 2 проходит несколько выше классической 3, причем превышение достигает 5 %.

Замечание. Проверка показывает, что в этих условиях процесс установления еще не достигает полного покоя, определяемого временем релаксации, тогда как увеличение времени счета уже в два раза приводит к уменьшению превышения кривой 2 над кривой 3 до единиц процентов и менее.

Из рисунка можно видеть, что при превышении температуры над температурой Кюри первой подрешетки, то есть на участке CD поле перехода

H_B увеличивается. Такое поведение обусловлено тем, что здесь намагниченность первой подрешетки уже отсутствует и поле второго перехода сильно размазывается, так что время установления стремится к бесконечности. В то же время, для практических применений наиболее важна часть диаграммы до точки С, где метод установления при принятом здесь интервале времени обеспечивает приемлемую точность.

13. Замечание о сравнении с классическим методом

Заметим, что приведенная на рис. 7 классическая диаграмма (кривая 3, пунктир) получена аналитическим путем с помощью формул (9)-(10), то есть сравнение предложенного метода проведено с точным решением. В то же время, построение диаграммы с помощью алгоритма, предложенного в работе [25] получается с точностью не более 10 % от аналитического решения. Таким образом, можно полагать, что применение метода установления обеспечивает точность более высокую, чем алгоритм работы [25].

Важнейшим преимуществом метода установления является уменьшение времени расчета полной диаграммы. Проверка показывает, что применение алгоритма работы [25] для расчета одной точки диаграммы, соответствующей заданной температуре, требуется время порядка 5-10 минут, то есть для диаграммы из 10-20 точек – более нескольких часов. В то же время, расчет с той же точностью такой же точки методом установления требует не более 30-40 секунд, то есть на порядок меньше. Полная диаграмма с высокой подробностью может быть рассчитана менее чем за один час.

Дополнительным преимуществом метода установления является отсутствие «мертвых зон» работы алгоритма, подобных приведенной в работе [25] на рис. 6 между кривыми 2 и 3.

С другой стороны, алгоритм, предложенный в работе [25] позволяет рассчитать только нижнюю ветвь диаграммы А-В-С на рис. 7, тогда как метод установления позволяет построить сразу обе ветви – нижнюю и верхнюю, то есть кроме А-В-С, также С-Е на рис. 7.

Таким образом, можно полагать, что применение метода установления по сравнению с методом алгоритма работы [25], по ряду показателей (меньшее время, более высокая точность, большая полнота структуры диаграммы) является более предпочтительным.

14. Замечание о возможном развитии работы

В рамках настоящей работы принят ряд упрощений, призванных облегчить рассмотрение, выделив его основную структуру. Приведем некоторые моменты, отражающие, по мнению авторов, возможности дальнейшего развития работы.

Так, проведенное рассмотрение ограничено случаем свободной структуры из двух подрешеток, не стесненной какими-то ограничениями. В то же время, на практике обычно используются образцы, обладающие той или иной магнитной анизотропией, выполненные в виде тонких пластин или пленок. Таким образом, важнейшим шагом является учет анизотропии материала и размагничивания формы образца.

Определенным ограничением предложенной работы является использование набора модельных параметров намагниченностей и обменного взаимодействия, приведенных в разделе 5 (формулы (31)-(32)). Первым этапом можно считать достаточно широкую вариацию тех и других параметров с целью выявления основных характеристик и предельных возможностей метода. Следующим этапом должно быть применение предложенного метода к расчету диаграмм реальных материалов, что должно проводиться в сочетании с экспериментом. Дальнейшим этапом может явиться использование построенных диаграмм для определения намагниченностей подрешеток по отдельности [22-24]. Эту часть работы можно рассматривать как обратную задачу по отношению к построению диаграммы, то есть диаграмма измеряется в эксперименте, а по полученным данным, путем вариации расчетной диаграммы, выявляются параметры материала и структуры в целом.

Заключение

Основные результаты настоящей работы сводятся к следующему.

1) Выполнен краткий обзор предыдущих работ, касающийся построения фазовой диаграммы двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации. Особое внимание уделено алгоритму построения диаграммы путем минимизации плотности энергии, записанной в сферической системе координат, с решением получаемых уравнений для полярных углов подрешеток методом двукратного поиска нуля. Отмечена сложность такого алгоритма, его недостаточная точность, неполнота доступного интервала полей, ограничение реализации только низкополевой ветвью диаграммы, а также значительное время, требуемое при машинном расчете. В качестве альтернативы предложено использование метода динамического установления, устраняющего перечисленные недостатки.

2) Приведена общая постановка задачи, использующая декартову систему координат, позволяющую исключить из рассмотрения сложный тригонометрический аппарат обработки полярных углов намагниченностей. В качестве примера приведены зависимости от температуры намагниченностей той и другой подрешеток, причем при нулевой температуре значение намагниченности первой полрешетки положено большим намагниченности второй, а конечная температура Кюри первой подрешетки выбрана меньшей температуры Кюри второй. Такой выбор начальных намагниченностей и температур Кюри обеспечивает при изменении температуры точку, при которой намагниченности обеих подрешеток сравниваются, что соответствует их компенсации.

3) Для намагниченностей каждой из подрешеток записаны уравнения движения типа Ландау-Лифшица с диссипативным членом в форме Гильберта. Входящие в уравнения движения эффективные поля получены в качестве производных от плотности энергии по намагниченностям. Установлено, что связь между намагниченностями подрешеток происходит через эффективные поля обменного происхождения.

4) Развитие во времени колебаний намагниченностей той и другой подрешеток решено методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Рассмотрены свободные колебания, происходящие после задания начального значения намагниченностей той и другой подрешеток. Отмечено, что благодаря затуханию во времени положения векторов намагниченностей по окончании процесса релаксации устанавливаются на значения, соответствующие энергетическому минимуму для системы в целом.

5) Приведена схема развития процесса установления во времени, отмечен затухающий характер колебаний продольной и поперечной компонент намагниченностей обеих подрешеток. Приведен параметрический портрет установления, получены параметрические траектории на плоскости поперечных координат намагниченности, выявлен их циклический характер. Отмечена возможность использования параметрического портрета для анализа пространственной ориентации намагниченностей подрешеток в процессе установления.

6) Получены зависимости установившихся значений продольной и обеих поперечных компонент намагниченностей обеих подрешеток от постоянного поля при заданной температуре. Рассмотрены три принципиально различающихся случая задания температуры: ниже компенсации, равной компенсации и выше компенсации.

7) При температуре ниже компенсации зависимость от поля для первой подрешетки располагается выше зависимости для второй подрешетки, так как при этом намагниченность первой подрешетки превышает намагниченность второй. На полученных зависимостях выявлены два характерных излома, соответствующих началу и окончанию ориентационного перехода намагниченностей. Отмечено, что поле первого излома соответствует нижней ветви фазовой диаграммы, а поле второго излома – верхней ветви той же диаграммы при заданной температуре.

8) При температуре, равной компенсации, зависимости для обеих намагниченностей совпадают, причем нижний излом приходится на нулевое

значение поля, что соответствует минимуму фазовой диаграммы, а верхний излом остается на верхней ветви диаграммы.

9) При температуре выше компенсации роли полевых зависимостей подрешеток от поля меняются местами. Теперь зависимость для первой подрешетки располагается ниже зависимости для второй, так как намагниченность первой становится ниже намагниченности второй.

10) В качестве примера, допускающего проверку другими методами, путем вариации температуры от нуля до температуры Кюри второй подрешетки, построена полная фазовая диаграмма двухподрешеточного ферромагнетика с точкой компенсации. Выполнено сравнение и диаграммой, полученной аналитическим методом. Отмечена высокая точность метода установления, для нижней ветви диаграммы составляющая около 1 %, а для верхней – не хуже 5 %.

11) Сравнение с методом, основанным на минимизации энергии при вариации полярных компонент намагниченностей, выявило ряд значительных преимуществ метода установления: на порядок меньшее время расчета, в несколько раз более высокая точность и исчерпывающая полнота структуры диаграммы, в том числе возможность одновременного построения обеих ее ветвей. Сделан вывод, что приведенные преимущества делают предложенный метод динамического установления для практики наиболее предпочтительным.

12) Приведены некоторые рекомендации для дальнейшего развития работы: введение в рассмотрение анизотропии материала и размагничивания формы образца, переход от модельных параметров к имеющим место в эксперименте, применение к определению намагниченностей подрешеток по отдельности.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им.В.А. Котельникова РАН.

Литература

1. Лакс Б., Баттон К. Сверхвысокочастотные ферриты и ферримагнетики. М.: Мир. 1965.
2. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука. 1973.
3. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит. 1994.
4. Курушин Е.П., Нефедов Е.И. Применение тонких монокристаллических пленок ферритов в устройствах СВЧ микроэлектроники. // Микроэлектроника. 1977. Т.6. №6. С.549-561.
5. Гласс Х.Л. Ферритовые пленки для СВЧ-устройств. // ТИИЭР. 1988. Т.76. №2. С.64-72,
6. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях. М.: Физматлит. 2016.
7. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. М.: Физматлит. 2017.
8. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода. М.: Физматлит. 2018.
9. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Динамика намагниченности в условиях изменения ее ориентации. М.: Физматлит. 2019.
10. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Спиновые волны в средах с обменом и диссипацией. М.: Физматлит. 2021.
11. Лисовский Ф.В. Физика цилиндрических магнитных доменов. М.: Сов.Радио. 1979.
12. Малоземов А., Слонзуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М.: Мир. 1982.
13. Романова И. Магниторезистивная память MRAM компании Everspin Technologies. // Электроника НТБ. 2014. №8.
14. Kirilyuk A., Kimel A.V., Rasing T. Ultrafast optical manipulation of magnetic order. // Rev. Mod. Phys. 2010. V.82. №3. P.2731.

15. Bigot J.V., Vomir M. Ultrafast magnetization dynamics of nanostructures. // Ann. Phys. (Berlin). 2013. V.525. №1-2. P.2.
16. Власов В.С., Голов А.В., Котов Л.Н., Щеглов В.И., Ломоносов А.М., Темнов В.В. Современные проблемы сверхбыстрой магнитоакустики. // АЖ (Акустический журнал). 2022. Т.68. №1. С.22-56.
17. Белов К.П., Зайцева М.А. Редкоземельные магнитные материалы. // УФН. 1972. Т.106. №2. С.365-369.
18. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Переходы спиновой переориентации в редкоземельных магнетиках. // УФН. 1976. Т.119. №3. С.447-486.
19. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. М.: Наука. 1979.
20. Clark A.E., Callen E. Neel ferromagnets in large magnetic fields. // J. Appl. Phys. 1968. V.39. №13. P.5972-5082.
21. Горанский Б.П., Звездин А.К. О развороте подрешеток ферримагнетика в магнитном поле. // Письма в ЖЭТФ. 1969. Т.10. С.196-200.
22. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм определения намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации. Часть 1. Фазовая диаграмма. // Журнал радиоэлектроники. 2024. №5. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.5.2>
23. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм определения намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации. Часть 2. Степенное приближение. // Журнал радиоэлектроники. 2024. №5. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.5.3>
24. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Фазовая диаграмма двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации в присутствии одноосной анизотропии. // Журнал радиоэлектроники. 2025. №2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.2.1>

25. Коледов В.В., Суслов Д.А., Щеглов В.И. Влияние анизотропии на фазовую диаграмму двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 7. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.7.4>
26. Сушкевич А.К. Основы высшей алгебры. Гос. изд. техн.-теор. лит., М.Л., 1941.
27. Антонов Л.И., Терновский В.В., Хапаев М.М. О расчете периодических доменных структур в ферромагнитных материалах. // ФММ. 1989. Т.67. №1. С.57.
28. Антонов Л.И., Лукашева Е.В., Миронова Г.А., Скачков Д.Г. Динамическое установление равновесного периода в структуре намагниченности ферромагнитных пленок. // ФММ. 2000. Т.90. №3. С.5.
29. Антонов Л.И., Жукарев А.С., Поляков П.А., Скачков Д.Г. Поле вектора намагниченности одноосной ферромагнитной пленки. // ЖТФ. 2004. Т.74. №3. С.83-84.

Для цитирования:

Суслов Д.А., Щеглов В.И. Применение метода динамического установления для построения фазовой диаграммы двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 9. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.9.11>