

DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.9.7

УДК 623.76

СИНТЕЗ АЛГОРИТМА СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ В МАЛОЭЛЕМЕНТНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКЕ

В.Н. Ратушняк, Д.Д. Дмитриев, И.В. Тяпкин, А.Б. Гладышев

Сибирский федеральный университет, 660074, г Красноярск, пр-т Свободный 79

Статья поступила в редакцию 11 июня 2025 г.

Аннотация. В настоящее время активно развиваются БПЛА различных типов и тактика их применения в интересах как хозяйственной, так и оборонной деятельности государства. Одной из проблем, сдерживающей массовое применения БПЛА, является их навигационное обеспечение, предназначенное для безопасного выполнения одиночного или группового полета, а также посадки на необорудованные площадки. Современные бортовые навигационные системы на основе ГНСС-приемников, инерциальных, оптико-электронных и других систем не обеспечивают достаточной для выполнения группового полета точности измерения координат БПЛА. В качестве альтернативы предлагается навигационная угломерная система, основанная на применении адаптивных антенных решеток (АР) и обеспечивающая определение угловых координат отдельных БПЛА в группе или наземного радиомаяка (пеленги на источники радиоизлучения). Расчет пеленгационного рельефа и исследование алгоритма сверхразрешения проводились с применением реккурентного вычисления обратной корреляционной матрицы источников сигналов и расчета весового вектора по критерию максимума правдоподобия в программном обеспечении среды Matlab и специально разработанных программ-дополнений.

Синтезирован алгоритм сверхразрешения в малоэлементной AP и с использованием разработанной модели построены диаграммы направленности (ДН) малоэлементной AP и ее пеленгационный рельеф для нескольких конфигураций. **Ключевые слова:** беспилотный летательный аппарат, бортовая навигационная система, малоэлементные антенные решетки, угловое сверхразрешение, методы обработки сигналов.

Финансирование: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-19-20070, https://rscf.ru/project/25-19-20070/, гранта Красноярского краевого фонда науки.

Автор для переписки: Ратушняк Василий Николаевич, oborona-81@yandex.ru

Введение

Бурное развитие БПЛА, применяемых одиночно и в составе организованных групп для решения широкой палитры задач гражданского и специального побуждает назначения неразрывно решать задачи ИΧ высокоточного навигационного обеспечения. И это не только навигационное обеспечение полета по маршруту и посадки, но и обеспечение траекторной безопасности при действиях в составе организованных групп, и обеспечение посадки на необорудованные площадки. В настоящее время в Российской Федерации формируется законодательная база использования БПЛА – федеральные авиационные правила «Порядок организации и обеспечения функционирования линий управления беспилотными авиационными системами и контроля беспилотных авиационных систем для беспилотных авиационных систем в составе с беспилотными гражданскими воздушными судами» (подготовлен Минтрансом России 14.02.2025 г.), где указано обязательное наличие оборудования по безопасному функционированию БПЛА – радиотехнических и навигационных систем и средств связи (приемопередающих, радиопередающих и радиоприемных устройств, каналообразующего оборудования и систем, станций спутниковой связи), модемов, средств технического управления и контроля и т.п.

Современные бортовые навигационные системы на основе ГНСС-приемников, инерциальных, оптико-электронных и других систем не обеспечивают достаточной для выполнения группового полета точности измерения координат БПЛА или посадки на необорудованные площадки. Для повышения точности определения координат БПЛА и обеспечения их полета в группе производится комплексирование навигационных систем, работающих на различных физических принципах, применяются дифференциальные и относительные режимы работы ГНСС-приемников, что существенно усложняет бортовую навигационную систему, увеличивает ее энергопотребление, массу и габаритные размеры, что не применимо в БПЛА малого и среднего классов. Для обеспечения взаимной навигации БПЛА при выполнении группового полета в качестве альтернативы существующим бортовым навигационным системам можно предложить применение бортовых пеленгаторов с малоэлементными АР, которые позволяют определить с высокой точностью пеленг (угловые координаты) БПЛА между собой в группе, а по структуре принимаемого сигнала – индивидуальный бортовой номер БПЛА в группе. В настоящее время немаловажным фактором являются такие преимущества АР, как пространственно-временная обработка сигналов, адаптация к помеховым сигналам, реализация алгоритмов углового сверхразрешения источников сигналов [1-5]. На этой основе возможно создание нового поколения бортовых навигационных систем БПЛА, обладающих существенно расширенными возможностями.

Традиционно для целей пеленгования сканирование пространства и изменение направления главного максимума диаграммы направленности АР по определенному закону осуществляется электронным способом за счет управления значениями комплексных весовых коэффициентов на антенных элементах (амплитудно-фазового распределения АР) [9-11]. В этом случае, при использовании амплитудной пеленгации, угловое разрешение источников излучения определяется пределом разрешения Релея, что не позволяет применять малоэлементные АР для целей высокоточного пеленгования,

а размещение на БПЛА АР с большим числом антенных элементов вызывает серьезные трудности.

В тоже время при когерентном и корреляционном приёме сигналов имеется возможность применения алгоритмов сверхразрешения для оценки углов прихода сигнала, позволяющих достичь высокой точности при сравнительно низкой вычислительной сложности для малоэлементных АР различной геометрии [7]. Точность определения пеленга зависит от конфигурации АР, методов расчета корреляционной матрицы, отношения сигнал/шум, идентичности амплитудно-частотных характеристик приемных каналов, алгоритма вычисления, которые в итоге определяют пространственный пеленгационный рельеф. Таким образом, применение алгоритмов сверхразрешения позволяет преодолеть свойственные классическим методам недостатки и повышают разрешающую способность малоэлементных АР по угловым координатам, что может быть применено в БПЛА.

Использование малоэлементных АР В сочетании алгоритмами сверхразрешения является неоспоримым преимуществом, т.к. требует малых аппаратных затрат его реализацию И вычислительных При соответствующем выборе конфигурации АР (плоской, пространственной) сверхразрешения позволяют оценивать двухмерные угловые алгоритмы координаты источников излучения [7]. Однако применение малоэлементной АР требует решения серьезных задач, связанных, прежде всего, с формированием требуемого амплитудно-фазового распределения принимаемого сигнала на физических элементах малоэлементной АР, при малом энергетическом потенциале из-за общего снижения отношения сигнал/шум на входе приемника за счет малой апертуры антенны. Данные методы электронного управления и измерения угловых координат воздушных объектов с использованием неподвижной малоэлементной АР, обеспечивают погрешность измерения азимута и угла места цели с погрешностью менее 1,5°, при этом позволяют реализовать компактные современные радиотехнические система контроля с высокой мобильностью и малым энергопотреблением.

1. Анализ алгоритмов сверхразрешения.

Принципиально методы пеленгования источников случайных сигналов в AP со сверхразрешением тождественны методам адаптации AP – когерентная компенсация (подавление) сигналов мешающих источников, причем в качестве мешающих для каждого из источников выступают все остальные, не совпадающие с ним по направлению. Данные методы при согласованной обработке принимаемых сигналов позволяют оценить угловое положение источников излучения, угловое расстояние между которыми менее предела Релея (ширины ДН), поэтому присутствует общность аппарата математических методов, используемых в адаптивных AP и методах пеленгования со сверхразрешением [12].

Рассмотрим коротко классификацию существующих алгоритмов сверхразрешения:

- алгоритмы линейного предсказания;
- алгоритмы типа Кейпона;
- проекционные алгоритмы (MUSIC);
- алгоритмы, основанные на согласовании (подборе) параметрических моделей сигналов [12].

К алгоритмам линейного предсказания относят алгоритм максимума энтропии, или алгоритм подбора авторегрессионной модели, приводящий к получению пространственного спектра (пеленгационного рельефа). Данные алгоритмы привязаны к анализу временных рядов и оценке обычного временного спектра. Возможность их использования для оценки пространственного спектра ограничивается линейными эквидистантными решетками с равномерным амплитудным распределением, хотя практически применение в нерегулярных линейных решетках также оказывается возможным. При малой длине фильтра спектр получается достаточно гладким, но с плохим разрешением, а чрезмерно большая длина фильтра предсказания, при хорошем разрешении, приводит к сильно флуктуирующему спектру (высоким боковым лепесткам случайного характера) [6].

Наибольшее распространение получили Кейпона, алгоритмы как универсальные в АР любой конфигурации. Идея алгоритма заключается в том, что сформированный весовой вектор подавляет сигнал от всех источников излучения, кроме источников, имеющих заданное угловое положение. Именно этим и обуславливается эффект сверхразрешения, а точность пеленгования зависит от мощности источников сигнала и размеров АР. К недостаткам данного метода стоит отнести тот факт, что при сколь угодно длинной временной выборке входного процесса (объёме накапливаемой статистики) разрешающая способность метода ограничена и не позволяет разделять сколь угодно близкие источники даже при точно известной корреляционной матрице сигнала [7]. К достоинствам алгоритма Кейпона и оценки максимального правдоподобия необходимо отнести то, что он применим к АР любой конфигурации, дает достаточно низкий уровень боковых лепестков и формирует пеленгационный рельеф, высоты пиков в котором прямо пропорциональны мощности анализируемых сигналов [8].

Проекционные алгоритмы (алгоритмы подпространств) **MUSIC** потенциально превосходят алгоритм Кейпона по разрешающей способности. В этих алгоритмах в качестве выходной функции используется зависимость мощности выходного сигнала (дисперсии шума) от углового положения, на которое настраивается система обработки сигналов. Угловые координаты источников сигналов при последовательном обзоре пространства находятся путем математического сканирования с помощью опорного пространственного сигнала и последующего отыскания положения максимумов. Недостатками MUSIC являются необходимость предварительной алгоритма оценки сигнального (или шумового) подпространства, размерности также сравнительно большая вычислительная сложность и относительно низкий темп обзора [6].

Алгоритмы последней категории предполагают формирование модели сигналов с полным набором параметров (направления, амплитуды, фазы), с последующим подбором таких значений параметров, которые наилучшим

образом согласуются с результатами измерений. Алгоритмы этой группы отличаются большим разнообразием вариантов и подходов, и одновременно большим объемом, и значительной сложностью вычислений, что приводит к их применению в довольно узких областях [12].

2. Модель алгоритма сверхразрешения источников сигналов в малоэлементной антенной решетки.

АР представляет собой перестраиваемый пространственный фильтр, амплитудно-угловая характеристика которого, т. е. ДН, меняется в соответствии с условиями функционирования — пространственно-временными характеристиками источников принимаемых сигналов. В данном случае источниками сигналов являются радиомаяки на БПЛА, выполняющие групповой полет. Управление и формирование ДН АР осуществляется за счет изменения амплитудно-фазового распределения, а именно значений весовых коэффициентов каналов диаграммы образующей схемы (ДОС) [13-15]. Изменяя комплексные весовые коэффициенты ДОС $\dot{R}_1, \dot{R}_2, ..., \dot{R}_m$, с которыми перемножаются входные сигналы, можно добиться формирования специальной ДН и электронного сканирования пространства в заданных пределах. На рис. 1 изображена схема АР, реализующей алгоритм сверхразрешения с оценкой обратной корреляционной матрицы помех и весовых коэффициентов R.

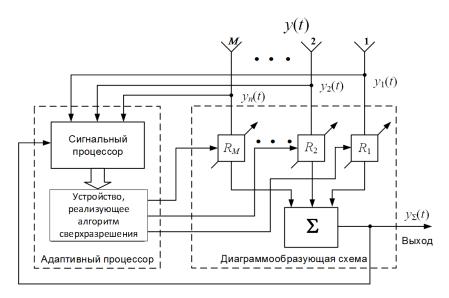


Рис. 1. Схема АР с алгоритмом сверхразрешения.

Выходной сигнал АР можно представить в виде:

$$y(t) = x'(t)\mathbf{R}^T, \tag{1}$$

где вектор входного сигнала представляет сумму сигнала x(t) и шума n(t):

$$x'(t) = x(t) + n(t)$$
. (2)

В этом случае сигнально-шумовые составляющие выходного сигнала АР можно записать в следующем виде:

$$y_X = \mathbf{R}^T x(t) = x^T(t) \mathbf{R} , \qquad (3)$$

$$y_n = \mathbf{R}^T n(t) = n^T(t) \mathbf{R} , \qquad (4)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_k(t) \end{bmatrix}, \ \mathbf{N} = \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_k(t) \end{bmatrix}.$$

Мощность выходного сигнала можно записать в виде:

$$E\left\{\left|y_{x}(t)\right|^{2}\right\} = \left|\overline{\mathbf{R}^{T}\mathbf{X}}\right|^{2}_{nn},$$
(5)

а мощность выходного шума:

$$E\left\{\left|y_{n}(t)\right|^{2}\right\} = \left|\overline{\mathbf{R}^{T}\mathbf{N}}\right|^{2}.$$
(6)

Таким образом, выходное отношение сигнал/шум будет определяться по формуле:

$$\left(\frac{\mathbf{X}}{\mathbf{N}}\right) = \frac{\overline{\left|\mathbf{R}^T \mathbf{X}\right|^2}}{\overline{\left|\mathbf{R}^T \mathbf{N}\right|^2}} = \frac{\mathbf{R}^T \overline{\left|\mathbf{X}\mathbf{X}^T\right|} \mathbf{R}}{\mathbf{R}^T \overline{\left|\mathbf{N}\mathbf{N}^T\right|} \mathbf{R}} = \frac{\mathbf{R}^T \mathbf{\Phi}_{xx} \mathbf{R}}{\mathbf{R}^T \mathbf{\Phi}_{nn} \mathbf{R}}.$$
(7)

Выражение (7) можно представить в виде:

$$\left(\frac{\mathbf{X}}{\mathbf{N}}\right) = \frac{\mathbf{Z}^T \mathbf{\Phi}_{nn}^{-1/2} \mathbf{\Phi}_{xx} \mathbf{\Phi}_{nn}^{-1/2} \mathbf{Z}}{\mathbf{Z} \mathbf{Z}^T},$$
(8)

где
$$\mathbf{Z} = \mathbf{\Phi}_{nn}^{1/2} \mathbf{R}$$
.

Числитель правой части (8) представляет собой квадратичную форму и принимает между минимальным и максимальным собственными значениями симметричной матрицы $\Phi_{nn}^{-1/2}\Phi_{xx}\Phi_{nn}^{-1/2}$ (или, что то же самое, матрицы $\Phi_{xx}\Phi_{nn}^{-1}$). Оптимизация (8) с помощью соответствующего выбора весового вектора R сводится таким образом к задаче нахождения собственного вектора, причем (\mathbf{X}/\mathbf{N}) должно удовлетворять соотношению $\Phi_{xx}\mathbf{R} = (\mathbf{X}/\mathbf{N})\Phi_{nn}\mathbf{R}$, в котором (\mathbf{X}/\mathbf{N}) теперь представляет собственное значение симметричной матрицы $\Phi_{nn}^{-1/2}\Phi_{xx}\Phi_{nn}^{-1/2}$. Максимальное собственное отношение (\mathbf{X}/\mathbf{N}) является оптимальным, его значению соответствует собственный оптимальный весовой вектор для определенного антенного канала:

$$\mathbf{R}_{onm} = \begin{vmatrix} \mathbf{I} \\ \overline{R_1} \\ \vdots \\ R_m \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{R}_m \end{vmatrix}, \tag{9}$$

где $\mathbf{R}^{T}_{m} = (R_{1}, R_{2}...R_{m})$ – вектор весовых коэффициентов приемных каналов.

Таким образом:

$$\mathbf{\Phi}_{xx}\mathbf{R}_{\text{off}} = (\mathbf{X}/\mathbf{N})_{\text{off}}\mathbf{\Phi}_{nn}\mathbf{R}_{\text{off}}.$$
 (10)

Подстановка выражения (10) при $(\mathbf{X/N}) = (\mathbf{X/N})_{\text{опт}}$ в формулу (8) дает следующее:

$$\mathbf{\Phi}_{xx}\mathbf{R}_{\text{OIIT}} = \frac{\mathbf{R}_{\text{oIIT}}^T \mathbf{\Phi}_{xx}\mathbf{R}_{\text{OIIT}}}{\mathbf{R}_{\text{oIIT}}^T \mathbf{\Phi}_{nn}\mathbf{R}_{\text{OIIT}}} \mathbf{\Phi}_{nn}\mathbf{R}_{\text{OIIT}}.$$

Подставляя $\mathbf{\Phi}_{xx} = \overline{|\mathbf{X}\mathbf{X}^T|}$ и учитывая, что $\mathbf{X}^T\mathbf{R}_{\text{опт}}$ является скалярной величиной, входящей в обе части выражения (10), которую можно сократить, получаем:

$$\mathbf{X} = \frac{\mathbf{R}_{\text{ont}}^{T} \mathbf{X}}{\mathbf{R}_{\text{ont}}^{T} \mathbf{\Phi}_{nn} \mathbf{R}_{\text{ont}}} \mathbf{\Phi}_{nn} \mathbf{R}_{\text{ont}}.$$
 (11)

Отношение ($\mathbf{R}_{\text{опт}}^T \mathbf{X} / \mathbf{R}_{\text{опт}}^T \mathbf{\Phi}_{nn} \mathbf{R}_{\text{опт}}$) представляет собой просто комплексное число, которое обозначим через C, т. е.:

$$\mathbf{R}_{\text{опт}} = \frac{1}{C} \mathbf{\Phi}_{nn}^{-1} \mathbf{X} \ [13-15]. \tag{12}$$

С целью высокоточной пеленгации источников принятых сигналов в каждом приемном канале и формирования пеленгационного рельефа принятый сигнал, взятый с единичным весом, суммируют с сигналами остальных каналов, являющихся для него дополнительными, предварительно умноженными на весовые коэффициенты, и все вместе взятые в минус первой степени. Выражение для алгоритма сверхразрешения в измерительных каналах будет иметь вид:

$$y(t) = (\mathbf{X}^T \mathbf{R}_{\text{ontr}})^{-1} = (\mathbf{X}^T \frac{1}{C} \mathbf{\Phi}_{nn}^{-1} \mathbf{X})^{-1}.$$
 (13)

Данное выражение в физическом смысле является пеленгационным рельефом источников сигналов в AP. Вычисление обратной корреляционной матрицы и отыскания весового вектора по критерию максимума правдоподобия (МП) в матричной форме носит название оптимального решения Винера. Весовые коэффициенты вычисляются на основе рекуррентной оценки обратной корреляционной матрицы помех. Непосредственно выбор алгоритма управления формирования пеленгов на источники сигналов напрямую оказывает влияние на скорость их отыскания, вычислительную сложность и построение аппаратуры в целом.

Согласно выражению (13), процедура определения пеленгационного рельефа состоит из последовательного, по входным сигналам, вычисления обратной корреляционной матрицы Φ^{-1} , и далее пространственного сканирования от начального до конечного направления путем изменения вектора \mathbf{X} и соответствующего расчета значения $y_{(\varepsilon,\beta)}(t)$. Вычисление пеленгационного рельефа проводятся во всем возможном диапазоне углов сканирования путем реализации реккурентного алгоритма по критерию максимума правдоподобия, который предусматривает последовательное сканирование пространства и поиска пеленгов. По положению последних оцениваются угловые координаты источников сигналов, а по их числу — количество.

3. Синтез диаграммы направленности малоэлементной антенной решетки и пеленгационного рельефа в соответствии с алгоритмом сверхразрешения.

Рассмотрим моделирование алгоритма сверхразрешения, которое производилось в среде Matlab. Модель позволяет формировать AP произвольной конфигурации с выбором расположения и количества антенных элементов на плоскости. В модели не учитываются эффекты взаимного влияния элементов AP, различия амплитудно-фазовых характеристик приемных каналов AP и другие аппаратурные ошибки, поэтому полученные характеристики пеленгационного рельефа в модели пеленгации близки к потенциально возможным по сравнению с реальными. В программе предусмотрено задавать количество и произвольное направление (пеленг) воздействия источников сигналов и их энергетические параметры сигнал/шум на входе AP.

Для оценки алгоритма сверхразрешения нестационарных сигналов в условиях приема шума по результатам моделирования были построены графики исходной ДН АР (выделены синим цветом) и результирующего пеленгационного рельефа (выделены красным цветом) и графики зависимости отношения сигнал/шум выходного сигнала и сходимости алгоритма от числа его циклов.

Отношение сигнал/шум выходного сигнала AP рассчитывалось в соответствии с формулой:

$$q = 10\log \frac{\mathbf{R}^{*T} \mathbf{X}}{\mathbf{R}^{*T} \mathbf{\Phi} \mathbf{R}},\tag{14}$$

где ${\bf R}$ — значение вектора весовых коэффициентов; ${\bf X}$ — вектор сигнала; ${\bf \Phi}$ — корреляционная матрица [15].

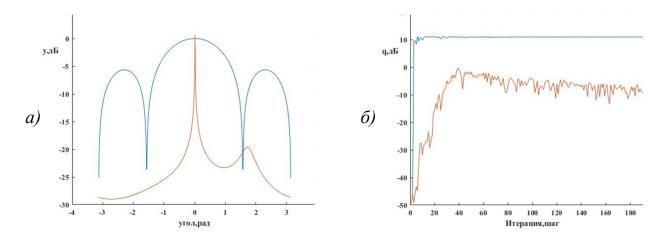


Рис. 2. Моделирование AP из 4 элементов при воздействии одного источника сигнала в центр диаграммы направленности: а) исходная ДН AP (обозначена синим цветом) и результирующий пеленгационный рельеф (обозначена красным цветом); б) отношение сигнал/шум выходного сигнала (обозначена синим цветом) и сходимость алгоритма (обозначена красным цветом) от числа итераций алгоритма.

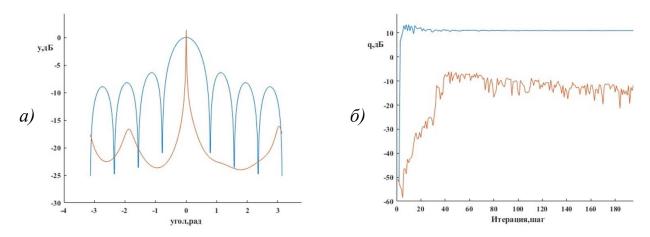


Рис. 3. Моделирование AP из 8 элементов при воздействии одного источника сигнала в центр диаграммы направленности: а) исходная ДН AP (обозначена синим цветом) и результирующий пеленгационный рельеф (обозначена красным цветом); б) отношение сигнал/шум выходного сигнала (обозначена синим цветом) и сходимость алгоритма (обозначена красным цветом) от числа итераций алгоритма.

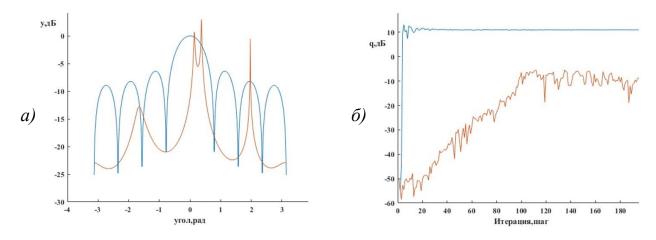


Рис. 4. Конфигурации AP из 8 элементов при воздействии трех источников сигналов в центральный и боковой лепестки ДН AP: а) исходная ДН AP (обозначена синим цветом) и результирующий пеленгационный рельеф (обозначена красным цветом); б) отношение сигнал/шум выходного сигнала (обозначена синим цветом) и сходимость алгоритма (обозначена красным цветом) от числа итераций алгоритма.

Заключение

Анализ результатов моделирования подтверждают теоретические основы разработанного алгоритма сверхразрешения и отражают тот факт, что реккурентный алгоритм сверхразрешения имеет более узкие максимумы пеленгационного рельефа в направлении источников сигналов по сравнении с шириной ДН АР и пределом Релея. Из рисунков видно, что при увеличении числа источников сигналов и уменьшения углового расстояния между ними пеленгационный рельеф имеет менее выраженные максимумы и их значение, и помимо этого необходимо большее количество итераций ДЛЯ схождения и построения рельефа. Кроме того, точность оценки пеленга методами, использующими алгоритмы сверхразрешения, имеет сильную зависимость значения отношения сигнал/шум, что особенно это важно учитывать в бортовых навигационных системах БПЛА, использующие малоэлементную АР. Таким образом, внедрение разработанного алгоритма сверхразрешения бортовые БПЛА навигационные системы значительно уменьшают погрешность измерения угловых координат соседних БПЛА, действующих совместной группе, при этом незначительно возрастают требования к аппаратным ресурсам, масса-габаритные размеры, энергопотреблению.

Финансирование: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-19-20070, https://rscf.ru/project/25-19-20070/, гранта Красноярского краевого фонда науки.

Литература

- Порсев В. И., Гелесев А. И., Красько А. Г. Угловое сверхразрешение сигналов с использованием «виртуальных» антенных решеток //Вестник Концерна ВКО Алмаз-Антей. – 2019. – №. 4 (31). – С. 24-34.
- 2. Гершман А. Б., Ермолаев В. Т., Флаксман А. Г. Анализ сверхразрешения некоррелированных источников излучения в адаптивных антенных решетках //Изв. Вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. №. 11. С. 1374-1379.
- 3. Sergeev V. A., Bolkhovskaya O. V., Maltsev A. A. Testing the Hypothesis of a Plane Wavefront of a Signal Received by a Multi-Element Antenna Array //2022 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF). IEEE, 2022. C. 1-5.
- 4. Bolkhovskaya O., Sergeev V., Maltsev A. Cramer-Rao Lower Bounds for the Task of Joint Estimation of Signal Initial Phase and AoA in Multi-Element Antenna Arrays //2023 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF). IEEE, 2023. C. 1-6.
- 5. Кичко Я. В. Проблемы и перспективы развития группового применения беспилотных летательных аппаратов //Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (АПИНО 2022). 2022. С. 565-568.
- 6. Сафонова А. В. Эффективные алгоритмы оценивания угловых координат источников радиоизлучения : дис. Ряз. гос. радиотех. университет, Рязань, 2016.
- 7. Шимонин О.А. Разработка методов двумерного углового разрешения источников излучения в адаптивных антенных системах : Диссертация на соискание ученой степени к.ф-м.н., Н.Новгород, 2022.

- 8. Чистяков В. А., Куприц В. Ю. Сверхразрешение в антенных решетках //Решетневские чтения. $-2016.-T.\ 1.-N$ $20.-C.\ 310-312.$
- 9. Ratuschnyak V. N. et al. Electronic control of the antenna array direction pattern of the vertical atmospheric probing radar station //Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing, 2021. T. 1889. №. 3. C. 032020.
- Нечаев Ю. Б., Макаров Е. С. Повышение точности пеленгации при использовании сверхразрешающих алгоритмов обработки //Вестник Воронежского государственного технического университета. 2008. Т. 4. №. 2. С. 59-62.
- 11. Лаговский Б. А. Сверхразрешение на основе синтеза апертуры цифровыми антенными решетками //Антенны. 2013. №. 6. С. 009-016.
- 12. Ратынский М. В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. Радио и связь, 2003.
- 13. Дмитриев Д. Д., Тяпкин В. Н., Кремез Н. С. Методы адаптации фазированных антенных решеток к помехам в спутниковых радионавигационных системах //Радиотехника. 2013. №. 9. С. 039-043.
- 14. Тяпкин В. Н. и др. Повышение эффективности подавления помех за счет коррекции частотных характеристик приемных каналов в навигационной аппаратуре потребителей //Космические аппараты и технологии. 2018. №. 1 (23). С. 30-37.
- 15. Valery N. Tyapkin. et al. Space-time processing of signals in angle measurement navigation receivers //2016 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON). IEEE, 2016. C. 1-5.

Для цитирования:

Ратушняк В.Н., Дмитриев Д.Д., Тяпкин И.В., Гладышев А.Б. Синтез алгоритма сверхразрешения в малоэлементной антенной решетке. // Журнал радиоэлектроники. -2025. -№. 9. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.9.7