

УДК 621.391, 621.396

## **МЕТААНТЕННЫ: ВЗГЛЯД С ПОЗИЦИЙ ТРАДИЦИОННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ**

**Ю. Е. Седельников**

**Казанский национальный исследовательский технический университет**

Статья получена 6 февраля 2014 г.

**Аннотация.** В работе в дискуссионной форме рассматриваются антенны электрически малых размеров, построенные на базе использования метаматериалов. Анализируются физические причины, объясняющие эффекты повышения направленности и улучшения согласования. Показано, что достижение полезных эффектов, рассматриваемое в известных публикациях как следствие проявления метаматериалами свойств сред с отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемости может быть объяснено в рамках традиционных представлений и реализовано традиционными средствами.

**Ключевые слова:** антенны малых размеров, согласование антенн, направленность антенн, метаматериалы.

**Abstract** In this paper small sized antenna are considered, based on the use of metamaterials. The physical reasons explaining the effects of directivity increasing and antenna matching improvement are analyzed. It is shown that the achievement of beneficial effects that are discussed in known publications as a consequence of the properties of metamaterials with negative permittivity and permeability can be explained in terms of a standard and implemented means.

**Key words:** small sized antennas, antenna matching, antenna directivity, metamaterials.

### **Введение**

В последние годы внимание многих исследователей привлекает идея использования необычных свойств метаматериалов для создания на их основе

антенн и устройств СВЧ с улучшенными характеристиками [1-2]. История вопроса ведет начало от работ В.Г.Веселаго [3], в которых исследованы электромагнитные процессы, происходящие в гипотетических средах с отрицательными значениями диэлектрической и (или) магнитной проницаемости. Согласно установившейся терминологии под метаматериалами сегодня понимают «искусственно сформированные и особым образом структурированные среды, обладающие электромагнитными свойствами, сложно достижимыми технологически либо не встречающимися в природе» [2]. Применительно к устройствам радиочастотных диапазонов понятие «метаматериал» относят, как правило, к периодической системе проводящих элементов, выполненных из материала с высокой проводимостью и размещаемых в диэлектрике, роль которого ограничивается обеспечением механической целостности конструкции. Форма, геометрические размеры указанных элементов и расстояния между ними определяют значения диэлектрической и магнитной проводимости материала, которым представляют указанную совокупность элементов. Необходимо отметить, что наличие «необычных» значений диэлектрической и магнитной проницаемости метаматериала понимается в смысле сходства явлений отражения, преломления и прохождения электромагнитных волн, соответственно для реально существующего искусственного объекта и его модели, представляемой воображаемым материалом с соответствующими значениями диэлектрической и магнитной проницаемости, при условии совпадения внешних границ объекта и его модели. В этом же смысле понимаются эффекты, достигаемые вследствие сознательной эксплуатации свойств искусственно созданных объектов, используемых при построении антенных устройств с желаемыми свойствами.

Считается [2], что антенны, созданные на базе использования в их конструкциях метаматериалов, обладают рядом достоинств по сравнению с построенными на основе традиционных материалов и представлений<sup>1</sup>. В

---

<sup>1</sup> Обзор наиболее интересных работ можно найти, например в [1].

технике антенн с использованием метаматериалов связывают надежды на улучшение электрических характеристик малых антенн, или, перефразируя, с перспективой уменьшения габаритных размеров (миниатюризацией) антенн при сохранении направленных свойств и (или) полосы частот согласования, реализуемых в традиционных (известных) конструкциях антенн при больших электрических размерах.

Результаты проведенных исследований, включая экспериментальные данные, указывают на возможность [1-2]:

- согласования вибраторных антенн дипольного типа или в виде монополей с геометрическими размерами меньшими полуволны в полосе частот; превышающей значения согласно известным ограничениям Чу, причем без снижения КПД при внесении дополнительных потерь;

- повышения направленности антенн электрически малых размеров.

Средством достижения этих качеств является то, что исходную антенну помещают в оболочку, либо устанавливают на пластине, либо размещают в толще некоторой объемной фигуры, выполненных из метаматериала со специально подобранными значениями диэлектрической и магнитной проницаемости. Не приходится сомневаться в том, что результаты опубликованных исследований, в частности, описанные в обзоре [2], достоверны и явно указывают на возможность улучшения импедансных свойств и характеристик направленности антенн малых электрических размеров. В то же время, по крайней мере на первый взгляд, большая часть этих результатов выглядит противоречащей неоспоримым закономерностям теории антенн, базирующейся на фундаментальных законах электродинамики. Так приведенные данные о согласовании антенн представляются несоответствующими закономерности  $2\Delta f / f_0 = 0 \left( \left( \frac{l}{\lambda} \right)^3 \right)$ , а достигаемое значение ширины ДН оказывается явно меньшим  $\lambda/l$  [1-2]. Цель работы

состоит в обсуждении этого противоречия. Основная ее посылка состоит в том, что в действительности достижение качеств, рассматриваемых как следствие

использования в конструкциях антенн метаматериалов, не только возможно известными средствами, но и вполне объяснимо в рамках представлений, не использующих самого понятия «метаматериал».

### Согласование электрически малых антенн

В ряде работ, посвященных использованию в антенной технике метаматериалов, как уникальное свойство отмечается возможность согласования электрически короткой (или укороченной, одним словом антенны с длиной меньше резонансной). Более того, согласно данным работ, ссылки на которые представлены в [2], согласование может осуществляться в довольно широкой полосе частот, по крайней мере превышающей известные пределы Чу для электрически коротких антенн. Не вызывает сомнения и то, что опубликованные данные экспериментов, выглядят как подтверждение этого утверждения. Возникает естественный вопрос: каким образом оказывается возможным то, что представляется явно противоречащим фундаментальным положениям теории антенн. Внимательное рассмотрение показывает, что в действительности никакого противоречия нет.

Напомним сначала классическую трактовку согласования электрически малой антенны (имеющей электрические размеры меньше резонансных). Согласование антенны (Рис. 1) достигается путем включения согласующего сопротивления  $Z_{match}$ , компенсирующего реактивную часть ее входного импеданса:

$$\operatorname{Im} Z_{match}(f_0) = -\operatorname{Im} Z_A(f_0) \quad (1)$$

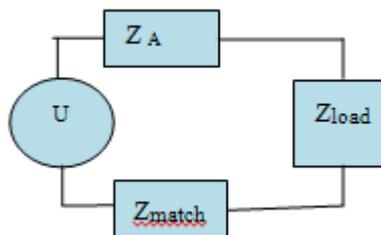


Рис. 1. К согласованию антенны.

Для вибраторных антенн дипольного типа с электрической длиной менее половины длины волны согласующее сопротивление должно иметь индуктивный характер :  $Im Z_{match}(f_0) > 0$  что и обеспечивает компенсацию реактивной части  $Z_A(f)$  на заданной частоте  $f_0$  . Ширина полосы частот согласования при этом составляет:

$$2\Delta f / f_0 = 1 / Q_{A+match} \approx (Re Z_A(f_0) + Re Z_{match}(f_0)) / (|Im Z_A(f_0)|) \cdot \quad (2)$$

Поскольку для укороченных антенн  $Re Z_A(f_0) \ll |Im Z_A(f_0)|$  согласование без дополнительных потерь возможно только в узкой полосе частот. Указанная полоса частот тем меньше, чем меньше электрическая длина антенны  $l/\lambda_0$ :

$$2\Delta f / f_0 = 0 \left( \left( l/\lambda_0 \right)^3 \right) \quad (3)$$

Существенно расширить полосу частот согласования электрически короткой антенны можно только путем внесения дополнительных потерь, например, используя согласующую цепь, в которой  $Re Z_{match}(f_0) > 0$ . Платой, причем неизбежной, является снижение КПД антенны:

$$КПД = \frac{Re Z_A(f_0)}{Re Z_A(f_0) + Re Z_{match}(f_0)}$$

Рассмотрим теперь с общих позиций: каким образом достигается расширение полосы частот согласования укороченной антенны при согласовании с использованием конструкций, выполненных из метаматериала. Согласно опубликованным данным [2], антенну помещают внутри некоторой области со свойствами метаматериала (оболочку, например).

Здесь необходимо сделать одно принципиально важное замечание. Как известно, присутствие в объеме диэлектрика металлических нерегулярностей с малыми электрическими размерами приводит к увеличению значения диэлектрической проницаемости по сравнению со случаем «чистого» диэлектрика. Это свойство хорошо изучено и нашло практическое применение в различных

случаях, когда возникает необходимость в увеличении значения  $\varepsilon$  для материала некоторой радиопрозрачной конструкции (например радиолинзы). Диэлектрические материалы (например типа пенопластов) с металлическими включениями получили название «искусственные диэлектрики» [4]. «Необычные» электрические свойства диэлектрика с металлическими включениями (неоднородностями) **начинают проявляться только при их геометрических размерах, соизмеримых с длиной волны.**

Таким образом, согласование с использованием конструкций из метаматериала можно интерпретировать как установку вблизи рассматриваемой антенны некоторой совокупности пассивных излучателей. Рассмотрим систему, состоящую из активного излучающего элемента и некоторого количества металлических объектов с размерами, соизмеримыми с длиной волны (Рис.2).

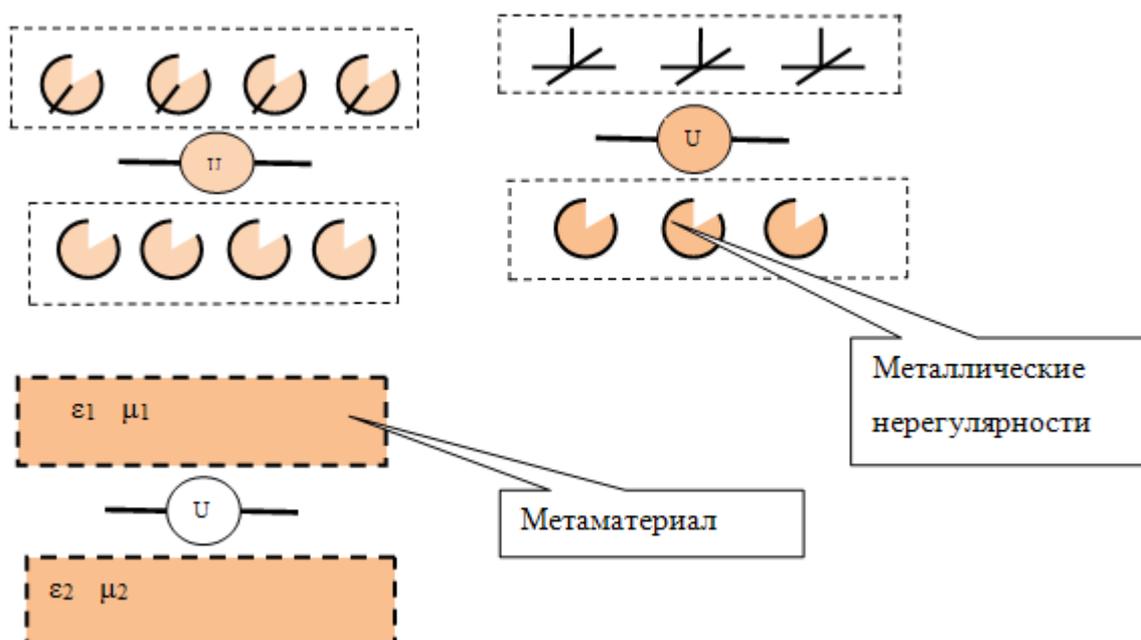


Рис. 2. К согласованию с использованием метаматериала.

Данную систему можно рассматривать как антенную решетку, состоящую из активного излучателя и  $N$  пассивных элементов. Процессы в такой системе с достаточной точностью можно описать, воспользовавшись матричной моделью антенной решетки [5].

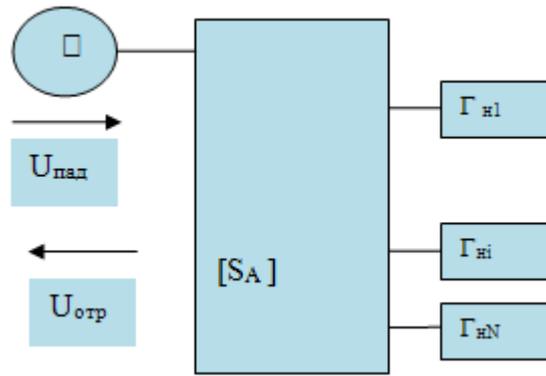


Рис. 3. Представление системы матричной моделью (матрица рассеяния).

Связь падающих и отраженных волн на входах антенн определяется матрицей рассеяния  $[S_A]$ :

$$[S_A] = \begin{bmatrix} S_{11} & [S_{12}^{\sigma}] \\ [S_{21}^{\sigma}] & [S_{22}^{\sigma}] \end{bmatrix}$$

где  $S_{11}$  - собственный коэффициент отражения активного элемента,  $[S_{22}^{\sigma}]$  - матрица рассеяния системы входов пассивных элементов,  $[S_{21}^{\sigma}] = [S_{21}^{\sigma}]_t$  матрицы коэффициентов передачи между входом активного элемента и пассивными элементами.

Если пассивные элементы нагружены на нагрузки с коэффициентами отражения  $\Gamma_{ni}$ , входной коэффициент отражения равен:

$$\Gamma_{A \text{ in } p} = S_{11} + [S_{12}^{\sigma}] \left[ \Gamma_n^{-1} - [S_{22}^{\sigma}] \right]^{-1} [S_{21}^{\sigma}] \quad (4)$$

где  $\Gamma_n^{-1}$  - диагональная матрица из элементов  $1/\Gamma_{ni}$ .

Из выражения (4) непосредственно следует, что путем варьирования размерами, местоположением пассивных излучателей, а также коэффициентов отражения нагрузок пассивных элементов  $\Gamma_{ni}$ , можно обеспечить выполнение условия:

$$\arg(S_{11}) = \arg\left([S_{12}^{\sigma}] \left[ \Gamma_n^{-1} - [S_{22}^{\sigma}] \right]^{-1} [S_{21}^{\sigma}]\right) \mp \pi, \quad (5)$$

что означает уменьшение значения модуля входного коэффициента отражения: по сравнению со случаем одиночного активного излучателя  $|\Gamma_{A\text{ inp}}| < |S_{11}|$ . Это обстоятельство и определяет возможность улучшения согласования антенны в окружении пассивных излучателей при надлежащем выборе их размеров и местоположения.

Можно дать и другую трактовку факта улучшения согласования электрически малой антенны, высвечивающую другой аспект применения для этих целей пассивных излучателей. Воспользуемся представлением антенны матрицей полных сопротивлений системы входов излучателей (Рис.4).

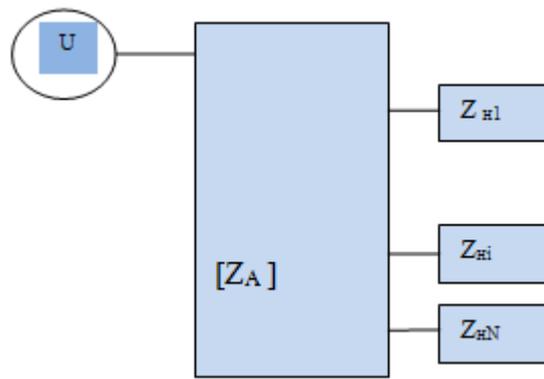


Рис. 4. Представление системы матричной моделью (матрица полных сопротивлений).

Согласно матричной модели, входное сопротивление активного элемента в системе равно:

$$Z_{A\text{ inp}} = Z_{11} - [Z_{12}^{\circ}][Z_{22}^{\circ}] + [E_{zH}]^{-1}[Z_{21}^{\circ}] \quad (6)$$

где  $Z_{11}$  собственное входное сопротивление активного элемента,  $[Z_{12}^{\circ}]$  и  $[Z_{21}^{\circ}]$  – матрицы взаимных сопротивлений активного и пассивных элементов,  $[Z_{22}^{\circ}]$  – матрица сопротивлений, соответствующая пассивным элементам,  $[E_{zH}]$  – диагональная матрица значений сопротивлений нагрузок  $Z_{ni}$

Как следует из соотношения (6), входное сопротивление активного элемента системы имеет вид:

$$Z_{A\text{ inp}} = Z_{11} + Z_{add} \quad , \quad (7)$$

где  $Z_{add} = -[Z_{12}^{\circ}][Z_{22}^{\circ}] + [E_{zH}]^{-1}[Z_{21}^{\circ}]$ .

Конкретное значение величины  $Z_{add}$  существенно зависит от значений собственных и взаимных сопротивлений пассивных элементов, которые, в свою очередь, определяются формой, размерами и взаимным расположением активного и пассивных элементов.

Согласование входного сопротивления антенны соответствует эквивалентной схеме (Рис. 5)

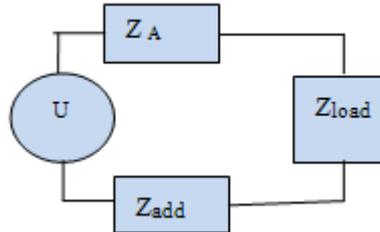


Рис. 5. К согласованию антенны с использованием пассивных излучателей.

и состоит в компенсации реактивной части входного импеданса укороченного излучателя, достигаемой при выполнении очевидного условия:

$$\text{Im } Z_{11}(f_0) = -\text{Im } Z_{add}(f_0) \quad (8)$$

Согласование, осуществляемое с использованием пассивных антенных элементов, имеет принципиальное отличие от классического согласования, описываемого соотношением (1). Если рассматривать  $Z_{add}(f_0)$  как аналог согласующего импеданса  $Z_{match}(f_0)$  в схеме согласно Рис. 1, относительная полоса частот согласования также должна определяться классическим соотношением (2), в котором в роли согласующего сопротивления  $Z_{match}(f_0)$  выступает величина  $Z_{add}(f_0)$ :

$$2\Delta f / f_0 = 1 / Q_{A+meta} \approx (\text{Re } Z_A + \text{Re } Z_{add}(f_0)) / |\text{Im } Z_A| \quad (9)$$

Как и в классическом варианте согласования, для расширения полосы частот согласования при неизменном импедансе  $\text{Im } Z_A$  требуется снизить добротность резонансной цепи, состоящей из антенны и согласующего элемента, роль которого играет теперь система пассивных излучателей. При этом добротность антенны с согласующим устройством (пассивные элементы) также может оказаться меньшей по сравнению с величиной добротности

исходной антенны:

$$Q_{A+meta} < Q_A \approx |Im Z_A| / Re Z_A \quad (10)$$

Обратим внимание на то, что в отличие от величины  $Re Z_{match}(f_0)$ , которая характеризует мощность тепловых потерь в согласующем элементе, обе величины: и  $Re Z_{add}(f_0)$ , и  $Re Z_A$  относятся к мощности излученного поля. Это означает, что в отличие от «классического» согласования, в этом случае не происходит снижения КПД, который (в допущении отсутствия тепловых потерь в проводниках антенны) остается равным единице.

Ниже приводится элементарный иллюстрирующий пример. Исходный излучатель представляет собой симметричный вибратор длиной 150 мм с расчетным значением резонансной частоты около 937 МГц. Вблизи него устанавливается пассивный излучатель в виде проволочной рамки (Рис. 6).

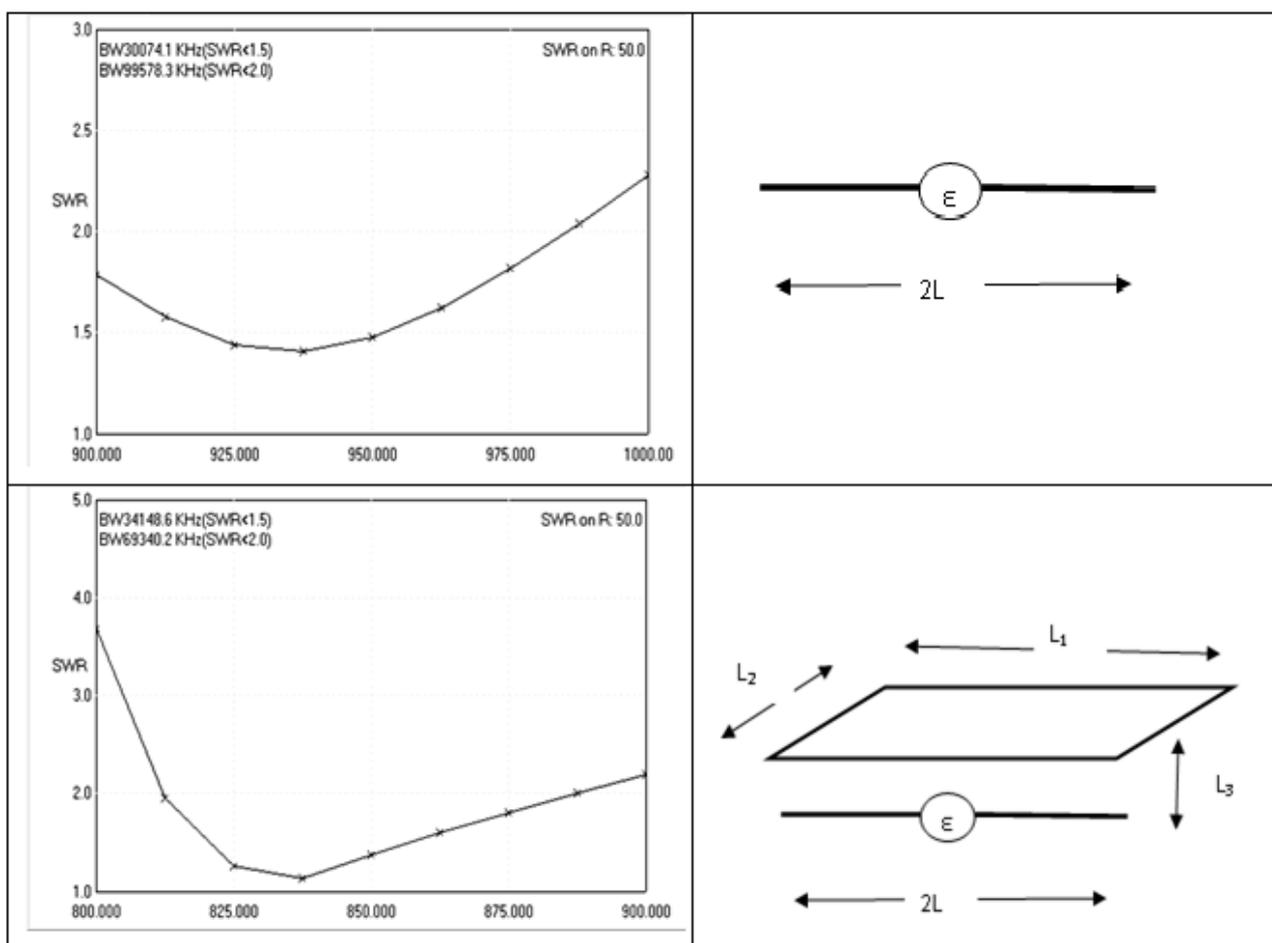


Рис. 6. Согласование с использованием пассивного элемента  $L_1 = L_2 = 100$  мм,  $2L = 150$  мм,  $L_3 = 4$  мм.

Проведенные расчеты входного импеданса<sup>2</sup> системы из активного вибратора и пассивного рамочного излучателя показывают, что при надлежащем выборе геометрических размеров и пространственного положения рамки удается заметно улучшить согласование антенны и при этом понизить резонансную частоту. Так, для рассматриваемой антенны резонансная частота составляет 831 МГц, т.е. 0.416 длины волны, а относительная ширина полосы частот согласования (по уровню КСВ=2) равна  $2\Delta f / f_0 = 9.8\%$ .

В качестве второго примера рассматривается аналогичный излучатель – тонкий симметричный вибратор длиной 150 мм. Изолированный излучатель согласован на частоте 0.954 ГГц. С целью согласования на более низких частотах добавлены 4 пассивных излучателя, установленные вокруг активного элемента. Расстояния от активного элемента до пассивных варьировались в пределах 25...100 мм (Рис. 7).

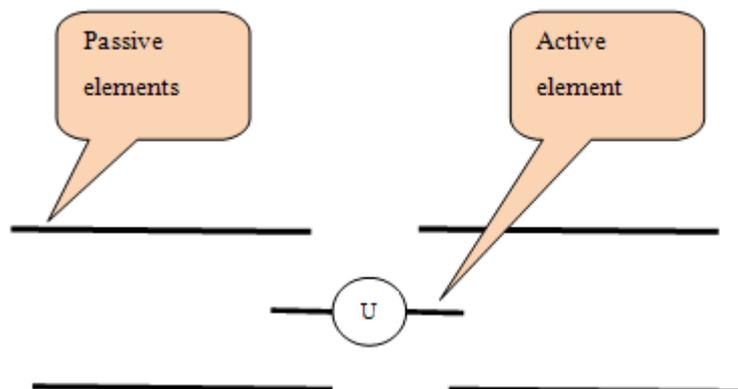


Рис. 7. Согласование с использованием пассивных вибраторов.

Расчетные частотные зависимости коэффициента отражения приведены на Рис.8. Из приведенных расчетных данных следует, что достигнутые результаты с использованием пассивных элементов в виде электрических вибраторов в конкретном примере оказались хуже по сравнению с использованием пассивного излучателя в виде рамки. Тем не менее, сам факт улучшения согласования на частотах ниже резонансной частоты вибратора имеет место. Так, для рассмотренной системы частота резонанса снижается от 0.954 ГГц до

<sup>2</sup> Расчеты проводились численно (метод моментов).

0.72...0.8 ГГц, т.е. согласование достигается при электрической длине 0.36...0.4 длины волны, а по ширине полосы частот согласования не уступает антенне резонансной длины.

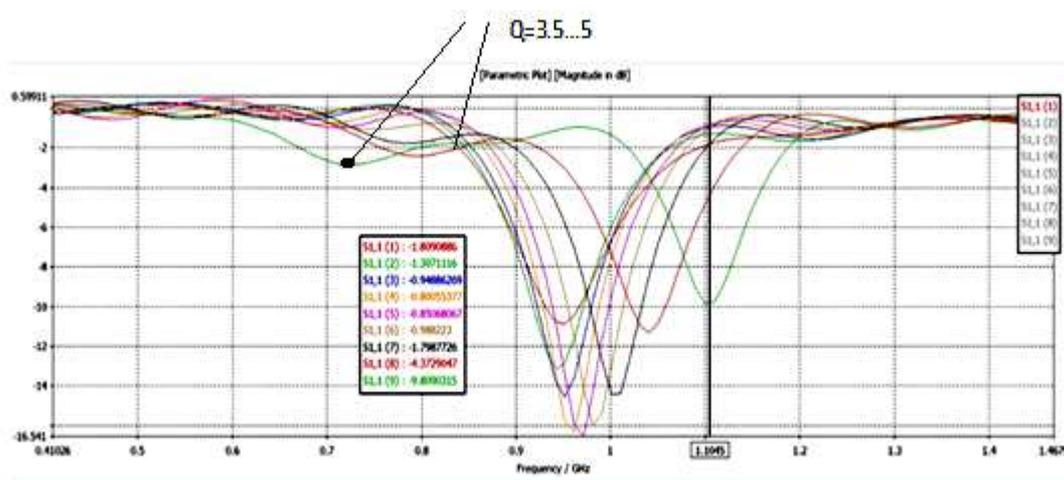


Рис. 8. Частотные зависимости коэффициента отражения согласуемой антенны

Следует подчеркнуть: приведенные данные служат только целям иллюстрации и ни в коей мере не претендуют на оптимальность даже в рамках рассматриваемых конфигураций. Приведенные примеры имеют единственную цель показать возможность согласования укороченной антенны в достаточно широкой полосе частот за счет установки вблизи нее некоторого количества пассивных излучателей.

### Повышение направленности антенн электрически малых размеров

В ряде работ, ссылки на которые можно найти в обзоре [2], сообщается о результатах расчетов и экспериментов, целью которых является сужение ДН антенн электрически малых размеров. В отмеченных там публикациях утверждается, что использование метаматериалов в конструкциях антенн позволяет добиться существенного увеличения коэффициента усиления. Типовой вариант конструкции электрически малой антенны с повышенной направленностью излучения представляет собой слабонаправленный излучатель, помещаемый внутри некоторой области со свойствами метаматериала (например, в оболочке из метаматериала, Рис. 9 [6]).

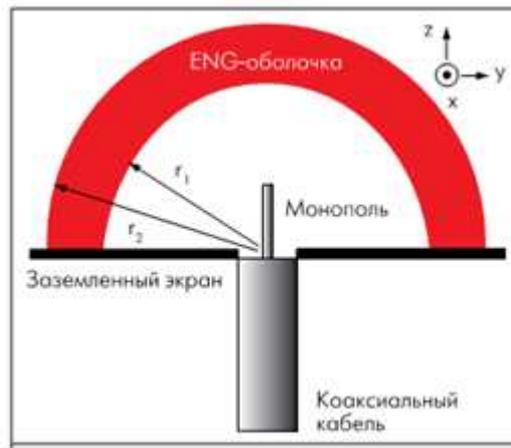


Рис. 9. Антенна с повышенной направленностью [6].

Как и при решении вопросов согласования, повышение направленности антенны путем использования метаматериала в ее конструкции можно интерпретировать как установку вблизи рассматриваемой антенны некоторой совокупности пассивных излучателей. Поле излучения указанной системы представляет собой результат суперпозиции полей излучения активного элемента и пассивных излучателей. В зависимости от поставленной цели, может достигаться как повышение направленности излучения системы, так и расширение ДН. Анализ электромагнитных процессов в системе «активный излучатель + пассивные элементы» аналогичен приведенному выше при рассмотрении вопроса о согласовании.

Рассмотрим систему, состоящую из активного излучающего элемента и некоторого количества металлических объектов, с размерами, соизмеримыми с длиной волны, являющихся пассивными излучателями (Рис. 10).

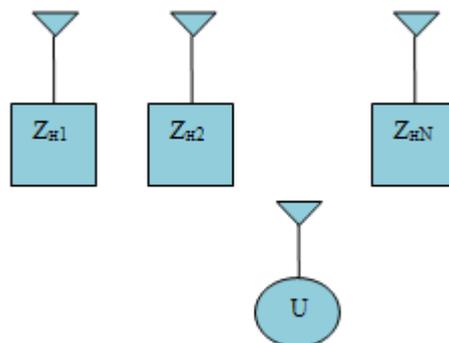


Рис. 10. Антенна «активный излучатель + пассивные элементы»

Диаграмму направленности указанной системы можно определить, используя представления матричной теории антенных решеток [5]. Токи в элементах решетки равны:

$$|J_A\rangle = \begin{pmatrix} J_{A\ act} \\ |J_{A\ pas}\rangle \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & [Z_{12}^{\delta}] \\ [Z_{21}^{\delta}] & [Z_{22}^{\delta}] + [E_{ZH}] \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} U \\ 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

где  $J_{A\ act}$  и  $|J_{A\ pas}\rangle$  - токи в активном и пассивных излучателях, остальные обозначения – в соответствии с соотношением (6).

По значениям токов  $|J_A\rangle$  определяются ДН антенны, состоящей из активного и пассивных излучателей:

$$F(\theta, \varphi) = \langle e(\theta, \varphi) | |J_A\rangle \quad (12)$$

где  $\langle e(\theta, \varphi) | = (e(\theta, \varphi)_{act}, e(\theta, \varphi)_{pas1}, e(\theta, \varphi)_{pas2}, \dots, e(\theta, \varphi)_{pasN})$  – парциальные ДН активного и пассивного излучателей для единичных возбуждающих токов.

В качестве примера рассмотрим систему из активного и двух пассивных вибраторов (Рис.11).

В качестве другого, еще более убедительного, примера использования пассивных излучателей для повышения направленности антенны можно указать на хорошо известный объект – антенну типа «волновой канал». Совокупность пассивных элементов (директоров) вполне можно рассматривать как блок, выполненный из, вообще говоря, неоднородного метаматериала и установленный вблизи слабонаправленной антенны (Рис.12). Такая конструкция аналогична приведенной в работе [6] и показанной выше на Рис. 9. Возможность повышения направленности в этом случае не вызывает сомнения.

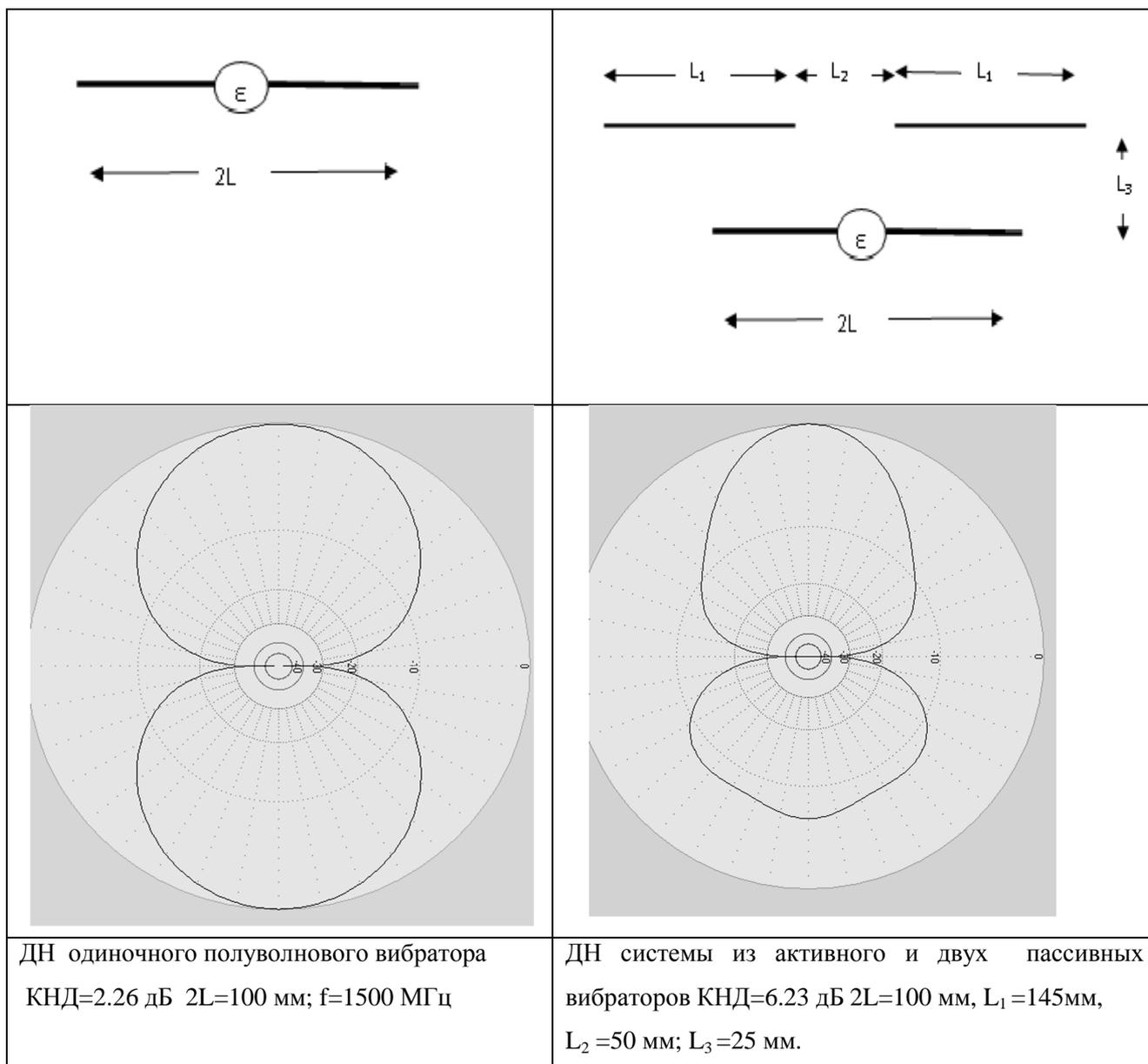


Рис. 11. ДН одиночного вибратора и системы «активный + пассивные» излучатели.

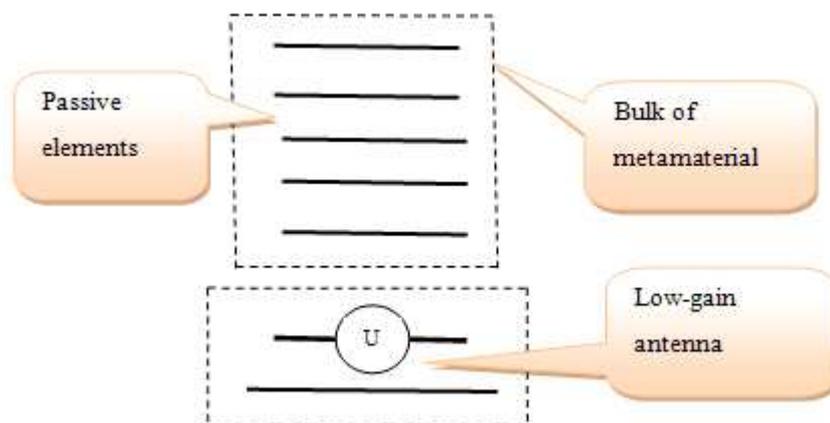


Рис. 12. К повышению направленности антенны.

## Заключение

Подведем итоги рассмотрению свойств антенн, представляющих собой систему из активного и некоторого количества пассивных излучателей. Представленный в ряде работ принцип построения антенн, базирующийся на использовании в ее составе фрагментов конструкции, выполненных со свойствами метаматериала, действительно позволяет добиться улучшения электрических характеристик антенн электрически малых размеров. В таких конструкциях могут достигаться как эффект улучшения согласования в полосе частот, так и повышение направленности. Эти факты также непосредственно вытекают из свойств антенной решетки с пассивными излучателями.

Необходимым условием улучшения согласования электрически малых антенн, например заключенных в оболочку из метаматериала, является выполнение указанной оболочки в виде ряда пассивных излучателей с электрическими размерами, соизмеримыми с длиной волны. Поэтому снижение резонансной частоты и расширение полосы частот согласования антенны никоим образом не противоречит фундаментальному положению теории антенн, согласно которому предельное значение добротности антенны лимитировано максимальным электрическим размером антенны. Использование оболочки из метаматериала означает наличие вблизи рассматриваемой антенны ряда пассивных элементов с размерами, соизмеримыми с длиной волны. Фундаментальные положения сохраняются, разумеется, незыблемыми. Однако, при оценке габаритов в качестве максимального электрического размера антенны должны приниматься в расчет электрические размеры не активного элемента, а всей системы, состоящей из активного и пассивных излучателей.

В отношении повышения направленности дело обстоит аналогичным образом. Согласно фундаментальным положениям теории антенн, ширина диаграммы направленности и значение КНД ограничены электрическими

размерами апертуры антенны<sup>3</sup>. Использование в конструкции антенны фрагментов со свойствами метаматериала также фактически означает присутствие некоторого числа пассивных элементов, которые вместе с активным излучателем образуют антенную решетку. Возможность повышения направленности в этих случаях достаточно очевидна.

Сказанное выше означает, что использование в конструкциях антенн фрагментов, выполненных с воспроизведением в них свойств метаматериалов, т.е. в виде системы пассивных излучателей, действительно позволяет улучшить согласование или повысить КНД по сравнению с отдельным излучающим элементом. Однако это обстоятельство вовсе не означает, что открываются ранее неизвестные предпосылки для миниатюризации антенн. Основные электрические показатели остаются лимитированными электрическими габаритными размерами, которые теперь следует относить не к размерам активного элемента, а ко всей системе, состоящей из активного излучателя и совокупности пассивных элементов, которую мы вправе рассматривать как целостный объект, выполненный из метаматериала.

Завершить рассмотрение свойств антенн, построенных на базе использования представлений о метаматериале, можно следующим образом. Идея применения в технике антенн метаматериалов как таковая не содержит в себе ни принципиально новых технических решений, ни новых возможностей для достижения качественно новых свойств. Последнее, тем не менее, вовсе не означает отрицания целесообразности представлений, базирующихся на свойствах гипотетических сред с отрицательными значениями величин диэлектрической и (или) магнитной проницаемости. Интегральное представление совокупностей пассивных излучателей, как некоторых объектов, выполненных из метаматериалов, представляется не только

---

<sup>3</sup> В данном контексте речь, конечно, не идет о сверхнаправленных антеннах, в которых достижение желаемых эффектов теоретически возможно при возбуждении в апертуре быстро-переменных пространственных распределений излучающих токов. В системе с пассивными излучателями это принципиально невозможно.

корректным, но и в ряде случаев, вероятно даже, удобным инструментом для решения задач проектирования, главным образом, слабонаправленных антенн.

### **Литература**

1. Metamaterials: Physics and Engineering Exploration/ Edited by N.Engheta and R.W, Ziolkowski.-Wiley-IEEE Press, 2006.
2. Слюсар В. Метаматериалы в антенной технике: основные принципы и результаты. Первая мяля. №3-4. 2010. С. 44-60.
3. Веселаго В.Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$  // Успехи физических наук, 1967. Т 92. № 7 с. 517-526.
4. Кюн Р. Микроволновые антенны. Пер. с нем. Под ред. М.П. Долуханова. Л.:«Судостроение», 1967 - 518 с.
5. Сазонов Д.М. Матричная теория антенных решеток. Рязань, Изд. РРТИ, 1975- 112с.
6. Richard V. Ziolkovsky, Aycañ Erentok Metamaterial based efficient electrical-ly small antennas // IEEE Trans. on Antennas and Propagation/ Vol. 54,№ 7. July 2006. pp. 2113 – 2130.