“ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ” N 10, 2008

ПЕРИОДИЧЕСКИЙ ПОТОК СО СЛУЧАЙНОЙ НЕЗАВИСИМОЙ ДЕЦИМАЦИЕЙ

Ф. В. Голик, Е. А. Порхунов
Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого

Получена 25 сентября 2008 г

Анализируется поток точек, следующих с постоянным неизвестным периодом, содержащий конечное, но неизвестное число точек, каждая из которых может быть децимирована (потеряна) с неизвестной вероятностью. Предложена процедура преобразования потока, позволяющая обнаружить поток и оценить его параметры – период следования, вероятность децимации, число точек в исходном потоке и координату центра потока. Построены рабочие характеристики обнаружения и найдены характеристики оценок параметров потока. Исследуемый процесс может служить адекватной моделью обнаружения пачки импульсных радиосигналов на фоне некоррелированной помехи, принимаемых пассивным радиолокатором, реализующим критерий обнаружения Неймана-Пирсона при задании предельно низкой (практически нулевой) вероятности ложного обнаружения одиночного сигнала.

Ключевые слова: обнаружение сигналов, обработка сигналов, радиолокация.

Постановка задачи

Формально поток точек может быть представлен вектором

$$\varphi = (t_i),\ i = \overline{1, N} \tag{1}$$

где t_i - момент возникновения i-й точки, а N – количество точек или размер потока[1].

Положим, что отсчет времени ведется с момента начала наблюдения t_0. Тогда поток с постоянным периодом T есть вектор

$$\varphi_T = (\ t_i = i \cdot T + t_0,\ i = \overline{1, N}). \tag{2}$$

Каждая точка потока φ_T может быть потеряна с вероятностью q и сохранена с вероятностью $p = 1 - q$. Тогда децимированному потоку соответствует вектор

$$\varphi_p = (t_0 + i \cdot T \cdot \xi_i \,|\, Ver(\xi_i = 1) = p, Ver(\xi_i = 0) = q,\ i = \overline{1, N}). \tag{3}$$

По условию задачи децимация точек взаимно независима, т. е.

$$Ver(\xi_i, \xi_j) = p^{\xi_i} q^{1-\xi_i} p^{\xi_j} q^{1-\xi_j},\ i, j = \overline{1, N}, i \neq j.$$

[1] Термин наш.

Априори период следования T, размер N потока и вероятность q децимации неизвестны.

Цель настоящей работы состоит в разработке процедуры обнаружения децимированного потока и нахождения оценок его параметров.

Обнаружение периодичности

Периодический поток без потерь

В отличие от общеизвестных методов обнаружения пачки сигналов (потока точек) в настоящей работе предложен подход, основанный на обнаружении периодичности исследуемого процесса. Действительно, если удастся доказать, что наблюдаемый поток периодический, то можно утверждать, что он порожден некоторым источником детерминированного, а не случайного процесса. То есть обнаружение периодичности равносильно обнаружению цели.

Процедуры, предназначенные для выявления периодичности, базируются на общем подходе, заключающемся в таком преобразовании анализируемого процесса, при котором максимально усиливаются периодические составляющие и подавляются апериодические [1].

Поставим в соответствие каждой точке потока дельта-функцию и представим поток φ_T следующим образом:

$$\varphi_T(t) = \sum_{i=1}^{N} \delta(t - t_i), \tag{4}$$

Косинус-преобразование Фурье потока (4) равно:

$$co_T(f) = \sum_{i=1}^{N} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_i)\cos(2\pi f t)dt = \sum_{i=1}^{N} \cos(2\pi f t_i)\,. \tag{5}$$

Точки потока φ_T появляются в моменты $t_i = i \cdot T + t_0,\, i = \overline{1, N}$, следовательно [2, 1.341.3]:

$$co_T(f) = \frac{\sin(\pi f T N)}{\sin(\pi f T)} \cos\left(2\pi f\left(t_0 + T\,\frac{N-1}{2}\right)\right).$$

Совместив начало интервала наблюдения с моментом появления первой точки потока, т. е. приняв $t_0 = 0$ и, тем самым, компенсировав эпоху, получаем:

$$co_T(f) = \frac{\sin(\pi f T N)}{\sin(\pi f T)} \cos\left(\pi f T\left(N-1\right)\right). \tag{6}$$

Следует подчеркнуть, что компенсация эпохи таким способом возможна далеко не всегда. Действительно, в случае анализа суперпозиции потоков можно компенсировать эпоху только одного потока (если вероятностью появления в момент t_0 точек, принадлежащих двум и более потока можно пренебречь). В настоящей работе исследуются потоки, для которых эпоха может быть компенсирована указанным способом, т. е. потоки с нулевой эпохой.

Функция (6) принимает максимальные значения, равные N, при $f_k = k/T,\, k = 0, 1, 2...$ Откуда следует, что найдя точку максимума f_k и его номер k, определим и период потока: $T = f_k/k$. Нетрудно убедиться, что производная функции (6) в точках f_k равна нулю. Следовательно, оценка периода несмещенная.

Таким образом, признаком наличия периодичности является существование глобальных максимумов функции (6) в точках f_k.

Периодический поток с независимой децимацией

Рассмотрим поток с потерей точек.

Выполнив для потока (3) преобразования, аналогичные (4, 5), получаем косинус-преобразование потока:

$$co_p(f) = \sum_{i=0}^{N-1} \xi_i \cdot \cos\left(2\pi fT \cdot (i-n)\right) \cdot \zeta(i-n) \qquad (7)$$

где n – количество точек, потерянных подряд в начале потока. Множитель $\zeta(i-n) = \begin{cases} 0, i \le n \\ i-n, i > n \end{cases}$ позволяет исключить отклики от точек, потерянных в начале потока.

Функция (7) случайна. Для исследования ее свойства найдем ее математическое ожидание.

Поскольку по определению случайные множители ξ_i взаимно независимы, то случайная величина n распределена по «ограниченному» геометрическому закону:

$$P_n = \begin{cases} (1-p)^n p, 0 \le n < N \\ (1-p)^N, n = N \end{cases} \qquad (8)$$

Выполнив необходимые преобразования с учетом (8) получаем, что среднее значение функции $co_p(f)$ равно:

$$\overline{co_p(f)} = \left(1 - \frac{p}{2}\right) + \frac{p^2}{2\left(1-q^N\right)} \cdot \left[\begin{array}{l} \dfrac{\sin(\pi fT(2N-1))}{\sin(\pi fT)} \cdot c(f,T,N) - \\ - \dfrac{\cos(\pi fT(2N-1))}{\sin(\pi fT)} \cdot s(f,T,N) \end{array}\right] \qquad (9)$$

где

$$c(f,T,N) = \frac{q^{N+1}\cos(2\pi fT(N-1)) - q^N \cos(2\pi fTN) - q\cos(2\pi fT) + 1}{q^2 - 2q\cos(2\pi fT) + 1};$$

$$s(f,T,N) = \frac{q^{N+1}\sin(2\pi fT(N-1)) - q^N \sin(2\pi fTN) + q\sin(2\pi fT)}{q^2 - 2q\cos(2\pi fT) + 1}.$$

Полное аналитическое исследование функции (9) затруднено. Однако можно показать, что глобальные максимумы расположены в точках $f_k = k/T,\, k = 0, 1, 2...$ и оценка периода потока равна $T^* = f_k/k$. Подставив в

(9) $f = 1/T$, убеждаемся, что функция (9) принимает максимальное значение, равное Np. Это в точности соответствует математическому ожиданию распределения Бернулли, модель которого, по существу, и реализуется в потоке с независимой децимацией. Численные расчеты показывают, что производная по f среднего значения косинус-преобразования при $f = 1/T$ равна нулю и не зависит от вероятности p. Следовательно, оценка периода T несмещенная. Точность измерения периода зависит только от шага дискретизации частоты f.

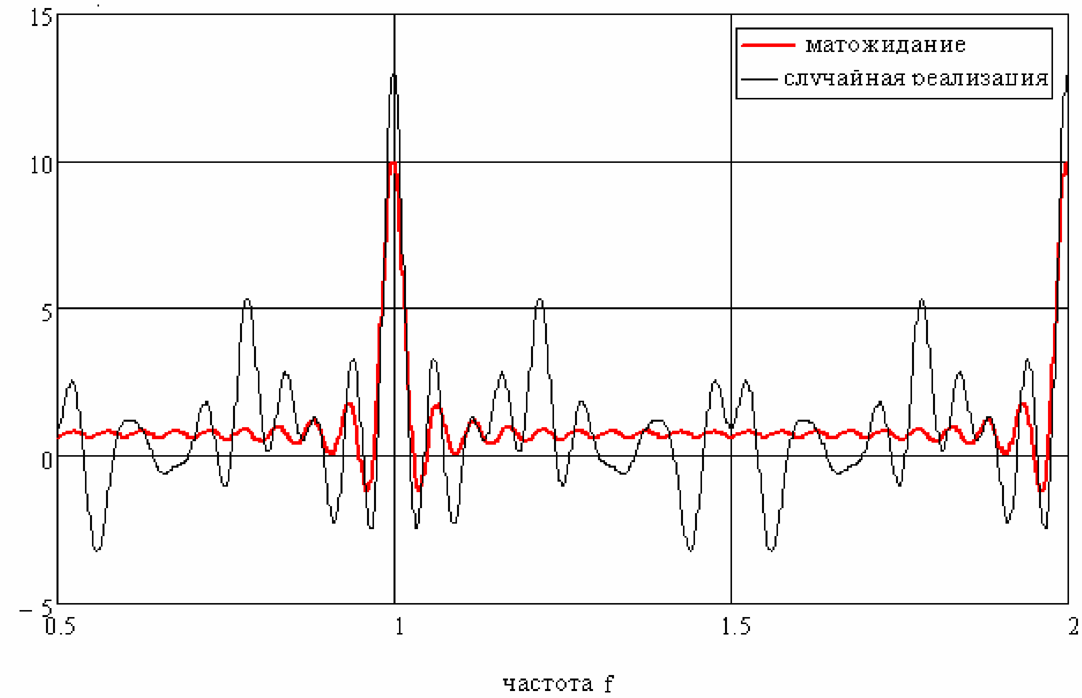

Рис. 1. Математическое ожидание косинус-преобразования и косинус-преобразование случайной реализации при *p*=0.5 и *N*=20. Период следования точек *T*=1

Таким образом, и в случае децимированного потока существует возможность обнаружения периодичности по наличию глобальных максимумов косинус-преобразования (7) в точках f_k.

Обнаружение потока

В отличие от общепринятых понятий обнаружения сигнала в рассматриваемом случае под правильным обнаружением потока понимается фиксация двух событий: 1) поток содержит больше z точек и 2) глобальные максимумы косинус-преобразования (7) находятся в точках $f_k = k/T, k = 1, 2,...$. Первое условие не требует пояснений. Выполнение второго требования связано с тем, что существуют такие комбинации точек децимированного потока, при которых глобальные максимумы функции (7) возникают не только на частотах f_k, но и на кратных частотах $f_d = 1/dT, 0 < f_d < 1/T$, где d – произведение наименьших общих делителей номеров точек, сохранившихся в потоке. В принципе не важно, на какой именно частоте появился ложный глобальный максимум. Достаточно убедиться, что он есть (d > 1) или его нет (d = 1). При d = 1 частота следования точек оценивается по положению первого глобального максимума и равна $1/T$. Таким образом, будем считать, что:

- поток обнаружен правильно, если число точек r потока больше z и $d = 1$ (поток обнаружен и частота оценена верно);
- произошло ложное обнаружение, если $r > z$ и $d > 1$ (поток обнаружен, но частота оценена неверно);
- поток не обнаружен, если $r \le z$.

Характеристики обнаружения

При расчете вероятностей обнаружения основная сложность состоит в определении вероятности того, что произведение общих делителей номеров сохранившихся точек, равно 1. Нам не удалось получить решение в общем виде. Поэтому вероятностные характеристики найдены с путем статистического моделирования. Оценки вероятностей получены по 10^4 реализациям, что гарантирует их высокую надежность. При моделировании параметры потока изменялись в следующих пределах: вероятность сохранения точки p = 0.1, 0.2,…0.9; размер потока N = 10, 15,…50. Порог обнаружения z принимался равным z =2, 3, 4. Шаг квантования функции $co_p(f)$ меньше $1/N$. Ограничения на дискретизацию частоты f не накладывались.

После обработки статистических данных оказалось, что вероятность D правильного обнаружения хорошо аппроксимируется функцией (10) при коэффициенте детерминации не менее 0.9998.

$$D(p,N,z) = 1 - \sum_{k=0}^{z} C_N^k \cdot \left(1 - p \cdot X(N,z)\right)^{z-k} \cdot \left(p \cdot X(N,z)\right)^k \qquad (10)$$

где $X(N,z) = a_z N^{b_z}$.

Значения коэффициентов функции X приведены в табл. 1

Таблица 1

z	a	b
2	1.0147	-0.0485
3	1.0241	-0.0247
4	1.0221	-0.0099

На рис. 2 приведен график зависимости вероятности правильного обнаружения D от вероятности p при N =30, рассчитанной по формуле (10) и ее статистические оценки D^* при пороге обнаружения z = 2.

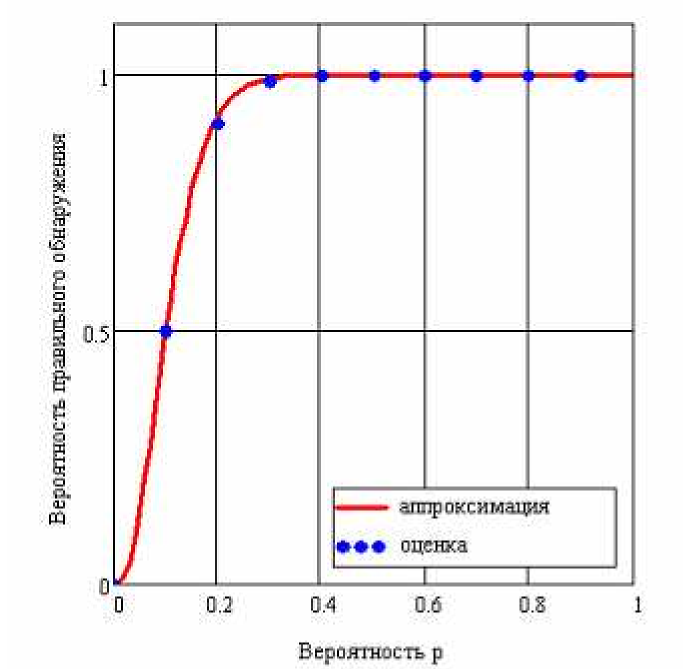

Рис. 2. Вероятность *D* правильного обнаружения потока в зависимости от вероятности *p* при *N*=30 и пороге *z*=2

Вероятность пропуска, очевидно, равна

$$\hat{D}(p,N,z)=\sum_{k=0}^{z} C_N^k p^k (1-p)^{N-k}\,, \tag{11}$$

а вероятность ложного обнаружения определяется из условия вероятности полной группы событий:

$$F(p,N,z)=1-D(p,N,z)-\hat{D}(p,N,z) \tag{12}$$

Вероятность ошибки $E(p,N,z)$ равна сумме вероятностей пропуска и ложного обнаружения или:

$$E(p,N,z)=1-D(p,N,z) \tag{13}$$

На рис. 3…6 приведены зависимости вероятностей (10)…(13) от p при разных значениях N.

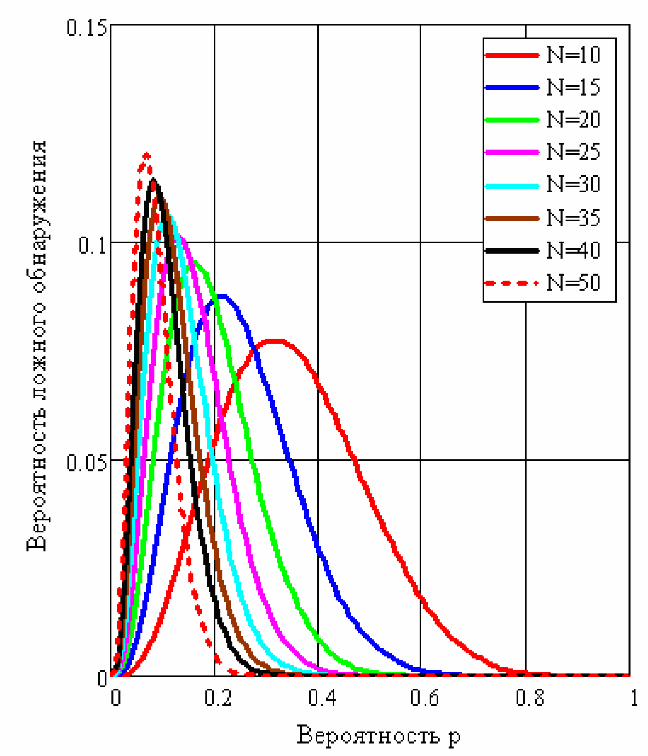

Рис. 3. Вероятность *F* ложного обнаружения потока в зависимости от вероятности *p* при разных размерах *N* и пороге *z*=2

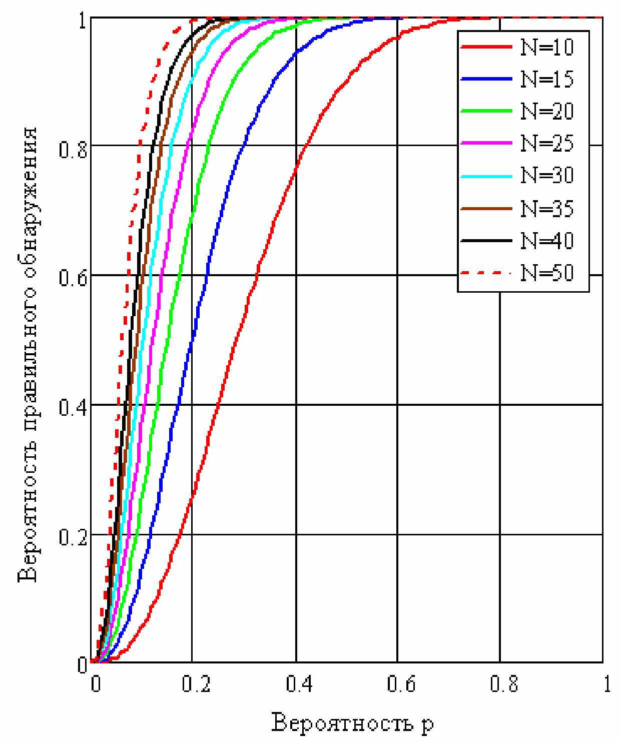

Рис. 4. Вероятность *D* правильного обнаружения потока в зависимости от вероятности *p* при разных размерах *N* и пороге *z*=2

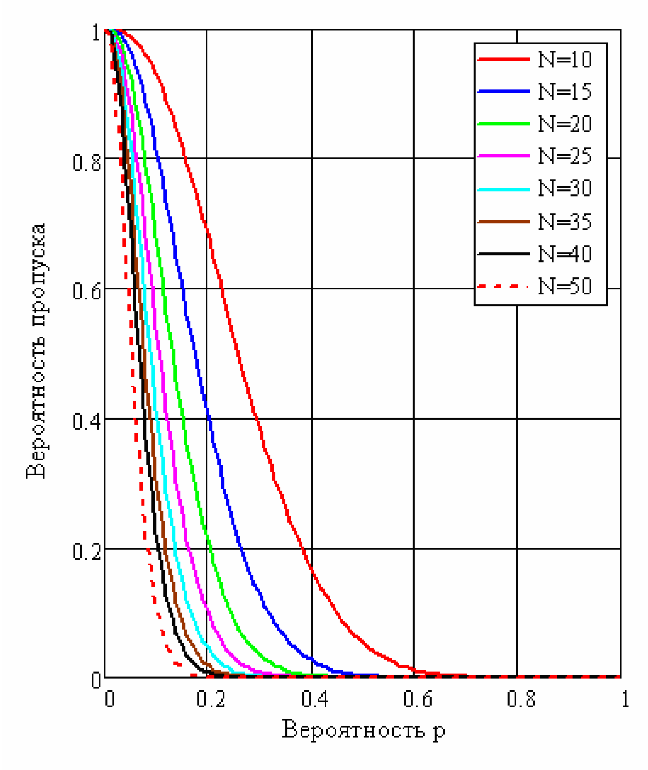

Рис. 5. Вероятность пропуска потока в зависимости от вероятности *p* при разных размерах *N* и пороге *z*=2

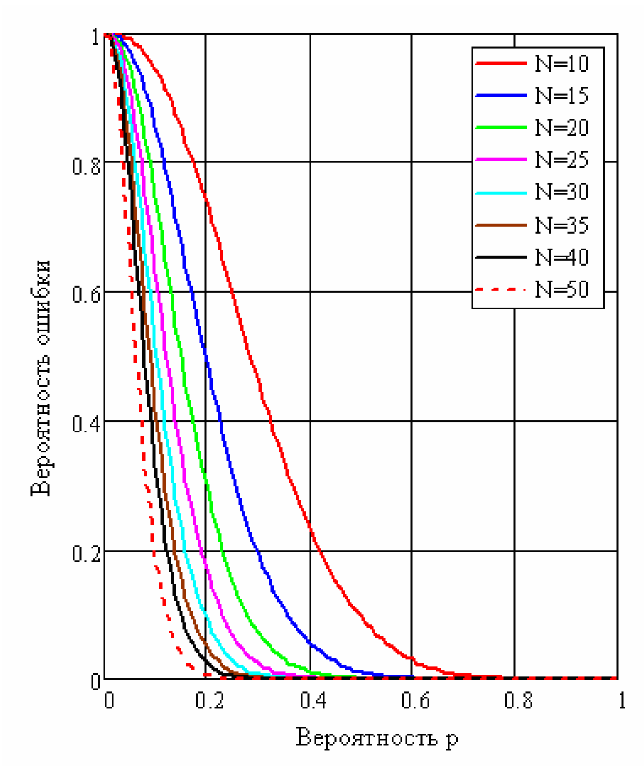

Рис. 6. Вероятность суммарной вероятности *E* ошибки обнаружения потока в зависимости от вероятности *p* при разных размерах *N* и пороге *z*=2

Рабочие характеристики по вероятностям правильного и ложного обнаружения можно найти из (10), (12), решая уравнения

$$D(p,N,z)=D_0,\quad F(p,N,z)=F_0 \tag{14}$$

относительно параметров потока p и N. Здесь D_0, F_0 - заданные значения соответствующих вероятностей.

На основании численного решения уравнений (14) построены рабочие характеристики для значений порога обнаружения z =2, 3, 4 при D_0 = 0.95, 0.99, 0.999, 0.9999 и при $F_0 = 10^{-3}$, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}, графики которых при z =2 приведены на рис. 7 и 8.

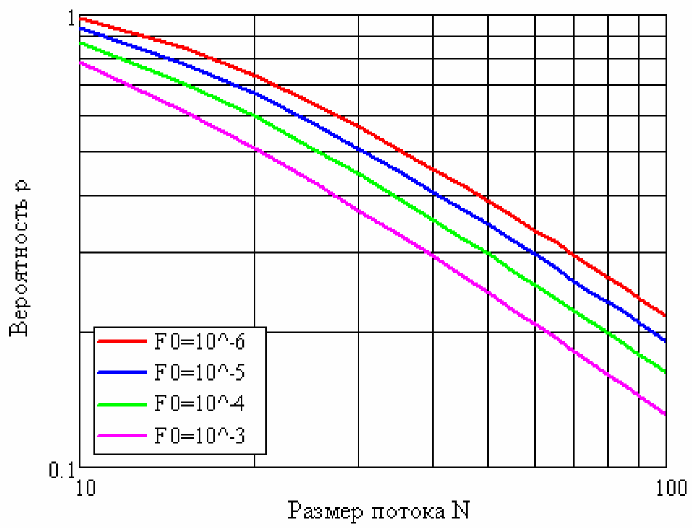

Рис. 7. Зависимость вероятности *p* от размера *N* потока при заданных вероятностях *F*0 ложного обнаружения и пороге *z*=2

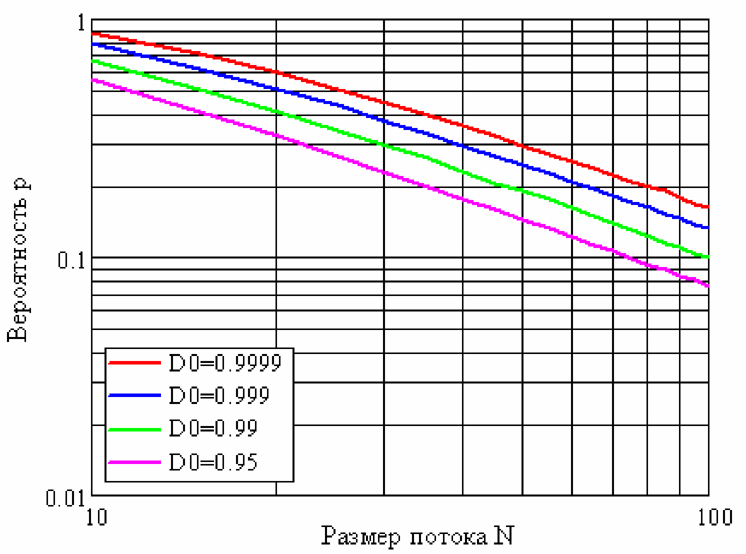

Рис. 8. Зависимость вероятности *p* от размера *N* потока при заданных вероятностях *D*0 правильного обнаружения и пороге *z*=2

Из графиков следует, что с увеличением размера потока N требования по величине вероятности p существенно снижаются. Так при N = 30 и p = 0.5 вероятность правильного обнаружения больше 0.9999, а вероятность ложного обнаружения равна 10^{-5}. При N = 60 те же характеристики можно получить уже при вероятности p = 0.2.

Рабочие характеристики хорошо аппроксимируются функцией вида

$$p(N,z,R) = c_{z,R} N^{d_{z,R}} + e_{z,R} N^{g_{z,R}} \tag{15}$$

Значения коэффициентов c, d, e, g приведены в Приложении.

Оптимизация порога обнаружения

Постановка задачи обнаружения потока, рассматриваемая в настоящей работе, отличается от классической задачи обнаружения сигнала. Во-первых, в нашем случае под правильным обнаружением понимается выполнение двух условий одновременно: число точек потока больше z и период потока оценен верно. То есть, совмещены две процедуры – обнаружения и оценки. Во-вторых, предполагается, что поток присутствует всегда, то есть априорная вероятность «наличия цели» равна единице.

Тогда критерий идеального наблюдателя сводится к минимизации вероятности суммарной ошибки, равной

$$E(p,N,z)=\sum_{k=0}^{z} C_N^k \cdot (1-p\cdot X(N,z))^{z-k}\cdot (p\cdot X(N,z))^k \qquad (16)$$

Вероятность E является неубывающей функцией порога z. Следовательно, вероятность ошибки будет минимальна при наименьшем значении порога, при котором в принципе возможно получение однозначной оценки периода следования точек. Таким значением является $z = 2$.

Вероятность E зависит и от параметров потока N и p, которые априори неизвестны. Полагая, что вероятность p равномерно распределена на интервале (0,1], а размер потока так же равномерно распределен на интервале $[N_0, N_1]$, можно найти средние значения вероятностей ошибки при разных z. Численные расчеты дают следующие значения средних вероятностей суммарной ошибки при $N_0 = 10$:

Таблица 2

N_1	Порог z		
	2	3	4
50	0.140	0.170	0.202
100	0.095	0.114	0.134

Наименьшее значение средней вероятности ошибки оказываются при минимально допустимом пороге. Таким образом, оптимальным порогом обнаружения можно считать $z_0 = 2$.

Оценка параметров потока

Оценки размера потока и вероятности децимации

При идентификации источника, порождающего поток, в качестве дополнительной информации полезно использовать оценки параметров потока. Так, если известно примерное число $\tilde{N}$ импульсов в пачке радиолокационного сигнала и обнаруженным импульсам пачки соответствуют точки потока, то после обнаружения потока можно найти оценку N^* его размера. Если окажется, что $N^* \cong \tilde{N}$, то это может служить дополнительным подтверждением правильности принятого решения об обнаружении цели.

Обозначим моменты появления первой и последней точки соответственно $t_н$ и $t_к$. Между этими крайними точками имеется n позиций. Очевидно $n = floor\left(\frac{t_к - t_н}{T^*}\right) - 1$, где $floor(x)$ - ближайшее меньшее целое x, T^* - оценка периода.

На n позициях может оказаться k точек. Поток можно обнаружить, если общее число точек k + 2 больше порога z. Откуда следует, что $k = z$-1…n.

Допустим, что наблюдатель имеет возможность регистрировать только две величины – r=k+2 и n. На основании этих данных найдем максимально правдоподобные оценки вероятности p сохранения точки потока и размера N исходного потока.

Функция правдоподобия равна

$$L(N, p \mid n,k) = (N - n - 1)\frac{n!}{k!(n-k)!} p^{k+2}(1-p)^{N-k-2} \tag{17}$$

Полагая N непрерывной величиной, можно показать, что функция (17) почти при всех допустимых значениях n и k имеет единственный максимум, в точке которого производные по p и N равны нулю. Исключение составляет случай, когда $k = n, n = 0, 1, 2...$ При этом функция правдоподобия достигает максимума в точке $(p = 1, N = n + 2)$, координаты которой являются максимально правдоподобными оценками для рассматриваемого частного случая.

При $z - 1 \le k < n$ для нахождения оценок параметров p и N применимы стандартные процедуры метода максимального правдоподобия.

Найдем логарифм функции правдоподобия

$$l(N, p \mid n,k) = \ln(N - n - 1) + (k + 2)\ln(p) + (N - k - 2)\ln(1-p)$$

и вычислим его частные производные по p и N:

$$\frac{\partial l(N, p \mid n,k)}{\partial p} = \frac{k+2}{p} - \frac{N-k-2}{1-p}$$

$$\frac{\partial l(N, p \mid n,k)}{\partial N} = \ln(1-p) + \frac{1}{N-n-1}$$

Приравняв производные нулю, получаем систему уравнений:

$$p^* = \frac{k+2}{N^*} \tag{18}$$

$$N^* = n + 1 - \frac{1}{\ln(1-p^*)} \tag{19}$$

К сожалению, система уравнений (18), (19) не имеет решения в замкнутой форме. Для приближенного решения представим $\ln(1-p)$ первыми членами ряда [2, 1.512]

$$\ln(x) = \sum_{i=1}^{\infty}(-1)^{i+1}\frac{(x-1)^i}{i}, \quad [0 < x \le 2] \tag{20}$$

Используя приближение первым членом ряда (20), получаем уравнение:

$$N^* = n + 1 + \frac{N^*}{k+2},$$

корень которого равен:

$$N_1^* = \frac{(k+2)(n+1)}{k+1} \tag{21}$$

При приближении двумя членами ряда (20) получаем

$$N^* = n + 1 + \frac{2N^{*2}}{(k+2)(2N^* + k + 2)}$$

$$N_2^* = \frac{(k+2)\left(2n - k + \sqrt{k^2 + 4kn + 8k + 4n^2 + 8n + 8}\right)}{4(k+1)} \tag{22}$$

При аппроксимации тремя членами ряда формула для оценки размера потока слишком громоздка и не дает заметного выигрыша по точности.

Строго говоря, для оценки N^* не существует точного решения, поскольку N - целочисленная величина, а выражения (18, 19) и связанные с ними получены в предположении ее непрерывности. Поэтому оценки N_1^* *и* N_2^* приходится округлять. Приведем расчетные формулы для максимально правдоподобных оценок длины потока и вероятности сохранения точки в потоке:

$$N_1^* = \begin{cases} round\left(\dfrac{(k+2)(n+1)}{k+1}\right), n \ge z-1, z-1 \le k < n \\ n+2, n \ge z-1, k = n \end{cases}$$

$$N_2^* = \begin{cases} round\left[\dfrac{(k+2)\left(2n - k + \sqrt{k^2 + 4kn + 8k + 4n^2 + 8n + 8}\right)}{4(k+1)}\right], n \ge z-1, z-1 \le k < n \\ n+2, n \ge z-1, k = n \end{cases}$$

$$p_1^* = \frac{k+2}{N_1^*},\ p_2^* = \frac{k+2}{N_2^*}.$$

Здесь $round(x)$ - функция округления числа x до ближайшего целого.

С помощью статистического имитационного моделирования найдены средние значения и дисперсии оценок N^* и p^* при следующих параметрах исходного потока: $p = 0.1, 0.2, \ldots 0.9$; $N = 10, 20, \ldots 50$. Порог обнаружения $z = 2$. Число реализаций 10^4. На основании результатов моделирования можно утверждать, что оценки N^* и p^* смещенные и состоятельные по размеру N потока – с увеличением N смещение и дисперсия монотонно убывают и стремятся к нулю.

Зависимость вероятности p, при которой модуль относительной ошибки не превышает заданного значения d_0%, хорошо аппроксимируется функцией (23) при коэффициенте детерминации больше 0.995.

$$p(d,N) = a(d)\ln(N) + b(d). \qquad (23)$$

Значения коэффициентов приведены в табл. 3, а графики на рис. 9.

Таблица 3

Относительная ошибка %	Оценка вероятности p		Оценка размера N	
	a	b	a	b
5	-0.2706	1.3723	-0.2367	1.2117
10	-0.2392	1.1299	-0.1661	0.8115

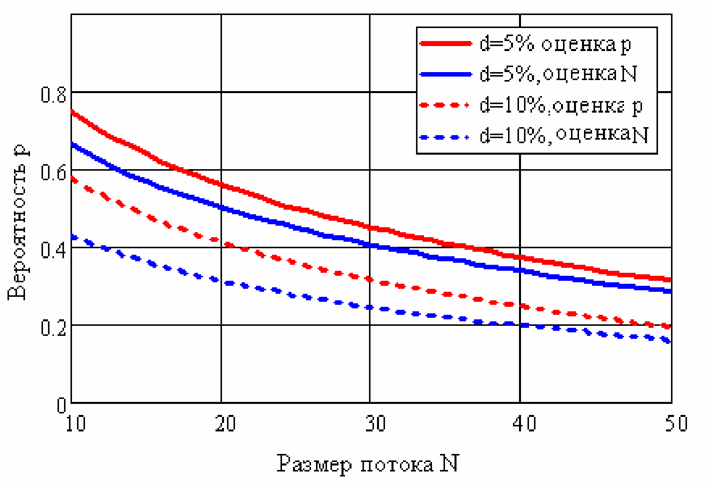

Рис. 9. Зависимость вероятности *p* от размера *N* потока при заданных относительных ошибках оценок вероятности *p* и размера *N*

Из графиков рис. 9 видно, что уже при сравнительно небольших размерах N потока можно получить достаточно точные оценки его параметров. Так при N = 30 и вероятности p = 0.4 относительные погрешности не превышают 5%.

Оценка координаты центра потока

Положим, что поток обнаружен, следовательно, известен его период T. Тогда координату центра достаточно выразить через номера точек, т. е. получить нормированную по T координату.

Отметим, что задача оценки координаты центра потока эквивалентна задаче оценки азимута цели по пачке двоично-квантованных сигналов при воздействии некоррелированной помехи. Известны эвристические и оптимальные алгоритмы оценки азимута [3].

Рассмотрим простейший алгоритм оценки по номерам первой $i_н$ и последней $i_к$ точек:

$$\alpha^* = \frac{i_к - i_н}{2}. \qquad (24)$$

Характеристики оценки можно найти, используя распределение P_v общего числа v точек, потерянных в начале и конце потока, при условии, что в потоке сохранилось больше z точек:

$$P_v = \frac{(v+1)p^2 q^v}{1-[(N-1)p+1]q^{N-1}}.$$

Математическое ожидание оценки координаты центра α^* потока вычисляется по формуле

$$\overline{\alpha^*} = \sum_{v=0}^{N-2}\sum_{j=0}^{v}\left(j+\frac{N-1-v}{2}\right)P_v,$$

которая преобразуется к виду:

$$\overline{\alpha^*} = \frac{N-1}{2}$$

Откуда следует, что оценка координаты центра потока несмещенная.

Дисперсия оценки равна:

$$Var(\alpha^*) = \begin{cases} \frac{1}{24}(N^2-N-2),\ p=0 \\ \frac{p^2}{1-q^{N-1}(q+pN)}\sum_{v=0}^{N-2}\sum_{j=0}^{v}\left(j-\frac{v}{2}\right)q^v,\ p>0 \end{cases}$$

Можно показать, что дисперсия уменьшается с ростом N, следовательно, оценка (24) состоятельная по размеру потока.

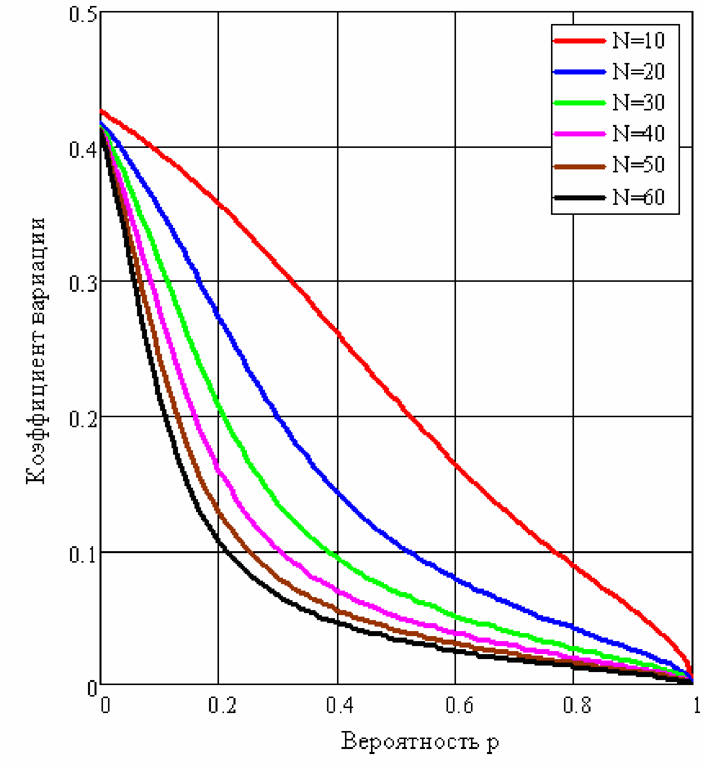

Рис. 10. Зависимость коэффициента вариации оценки координаты центра потока от вероятности *p* при различных размерах *N*

На рис. 10 приведены графики зависимости коэффициента вариации оценки α^* от вероятности p при различных значениях размера потока N.

Распределение координаты α_j центра можно найти с помощью расчетной формулы:

$$P(\alpha_j)=\frac{p^2}{1-[(N-1)p+1]q^{N-1}}\sum_k q^{N-Y_{j,k}}\cdot if\,(Y_{j,k}=0,0,1)$$

где $J=2N-3,\ j=0...J-1,\alpha_j=0.5(1+j),k=0...floor\left(\frac{N}{2}\right)-1,$

$Y_{j,k}=if\,(j+k<3k\cup j+k>J-k-1,0,\mathrm{mod}(j,2)+2(k+1))$ - матрица количества точек, сохранившихся в потоке.

Распределение координаты центра потока симметричное, эксцесс положительный.

Заключение

Полученные результаты могут служить основой для построения алгоритма обнаружения пачки радиоимпульсов, поступающей на вход пассивного радиолокатора, а также оценки параметров – периода следования радиоимпульсов, длительности пачки, координаты ее центра. При этом предполагается, что вероятность ложного обнаружения одиночного сигнала пренебрежимо мала и отсутствует многолучевое распространение сигнала от источника излучения. Кроме того, принято, что погрешность оценки временного положения радиоимпульсов мала. Перечисленные ограничения достаточно строги и редко выполняются на практике в полном объеме. Однако, на наш взгляд, развитие предложенного подхода может оказаться продуктивным для решения и более сложных задач.

Литература

1. Серебренников М. Г., Первозванский А. А. Выявление скрытых периодичностей. - М.: Наука, 1965. - 244 с.: ил.

2. Градштейн И. С., Рыжик И. М.: Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. - 1108 с.: ил.

3. Кузьмин С. З. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации. – М.: Радио и связь, 1986.- 352 с.: ил.

Приложение. Коэффициенты функции (15), аппроксимирующей рабочие характеристики обнаружения децимированного потока

Таблица П1

Порог обнаружения z = 2				
Вероятность D_0	**c**	**d**	**e**	**g**
0.95	7.12608	-0.97329	-8.51202	-1.63158
0.99	14.04819	-1.02771	-17.50963	-1.43442
0.999	19.44982	-1.02910	-27.58727	-1.42917
0.9999	54.78414	-1.09737	-65.26045	-1.27006
Вероятность F_0	**c**	**d**	**e**	**g**
0.001	14.80789	-0.99159	-22.64423	-1.49599
0.0001	443.51862	-1.16250	-453.31324	-1.18459
0.00001	923.70361	-1.15916	-937.07397	-1.17178
0.000001	1327.69522	-1.14839	-1344.02532	-1.15821

Таблица П2

Порог обнаружения z = 3				
Вероятность D_0	**c**	**d**	**e**	**g**
0.95	7.90419	-0.98229	-13.11693	-1.82490
0.99	11.51148	-1.00015	-20.00618	-1.67354
0.999	24.33768	-1.06213	-35.20249	-1.43689
0.9999	614.75939	-1.19346	-628.09420	-1.21266
Вероятность F_0	**c**	**d**	**e**	**g**
0.001	24.73151	-1.06081	-31.94967	-1.37412
0.0001	379.96994	-1.17930	-391.42719	-1.20766
0.00001	900.82214	-1.18103	-916.72380	-1.19546
0.000001	1517.70456	-1.16913	-1536.56843	-1.17855

Таблица П3

Порог обнаружения z = 4				
Вероятность D_0	**c**	**d**	**e**	**g**
0.95	7.90419	-0.98229	-13.11693	-1.82490
0.99	13.21021	-1.01376	-25.60585	-1.71160
0.999	22.30745	-1.05049	-38.23678	-1.53057
0.9999	805.86559	-1.21268	-822.75440	-1.22974
Вероятность F_0	**c**	**d**	**e**	**g**
0.001	9.76386	-0.93933	-39.61348	-1.95658
0.0001	13.42641	-0.95394	-46.00445	-1.82916
0.00001	612.19299	-1.19246	-630.49297	-1.21522
0.000001	1339.90551	-1.18148	-1360.64605	-1.19277