

ВЛИЯНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ГЕТЕРОСТРУКТУРЕ НА ПЛОТНОСТЬ *P-N*-ПЕРЕХОДОВ

Е. Л. Панкратов

Нижегородский архитектурно-строительный университет

Получена 31 мая 2011 г.

Аннотация. Ранее было показано, что многослойность полупроводниковой гетероструктуры и оптимизация длительности отжига позволяют уменьшить глубину залегания *p-n*-переходов и увеличить равномерность распределения примеси в легированной области. Ранее также было показано, что механические напряжения в гетероструктуре влияют на форму распределения примеси в направлении, перпендикулярном границам раздела гетероструктуры. В данной работе рассматривается способ увеличения плотности *p-n*-переходов на поверхности гетероструктуры за счет использования механических напряжений.

Ключевые слова: увеличение резкости *p-n*-переходов; увеличение плотности *p-n*-переходов; оптимизация отжига; влияние напряжений между слоями гетероструктуры.

Abstract. It has been recently shown, that inhomogeneity of semiconductor heterostructure and optimization of annealing time leads to decrease depth of *p-n*-junctions and to increase homogeneity of dopant distribution in doped area. It has been also recently shown, that mechanical stress in two layer heterostructure (substrate and epitaxial layer) changes dopant distribution in heterostructure in directions, which are perpendicular to interface between layers of heterostructure, in comparison with unstressed sample. In this paper we consider an alternative approach to increase density of *p-n*-junctions in the same heterostructure by using overlayer. The overlayer leads to additional mechanical stress and as being due to increasing of density of *p-n*-junctions in the heterostructure.

Keywords: increasing of sharpness of *p-n*-junctions; increasing of density of *p-n*-junctions; optimization of annealing; influence of stress between layers in heterostructure.

Введение

Одной из актуальных задач твердотельной электроники является уменьшение размеров элементов интегральных схем (ИС), таких как p - n -переходы, транзисторы и т.д. [1-3]. При этом представляет интерес как уменьшение глубины залегания элементов ИС, так и их плотность. Для уменьшения размеров элементов ИС традиционно используются приповерхностные типы отжига (лазерный и микроволновый) и дефектность легируемой структуры. В работах [4,5] рассмотрен альтернативный способ уменьшения глубины залегания p - n -переходов. В рамках данного метода рассматривается двухслойная гетероструктура (Γ), состоящая из подложки (Π) с известным типом проводимости (n или p) и эпитаксиального слоя (ЭС). В ЭС диффузионно вводится примесь, формирующая в нем второй тип проводимости (p или n). Далее проводится отжиг примеси для проникновения ее до Π . Тогда в окрестности границы раздела формируется более резкий p - n -переход с более равномерным распределением примеси по сравнению с p - n -переходом в однородном образце. В [6] было показано, что механические напряжения, возникающие в Γ из-за рассогласования постоянных решеток, влияют на плотность p - n -переходов в Γ . В данной работе рассматривается Γ , состоящая из Π с известным типом проводимости (n или p) и ЭС (см. рис. 1). В ЭС диффузионно вводится примесь для формирования p - n -перехода в окрестности границы раздела между слоями Γ . Перед началом отжига примеси ЭС зарастивается покровным слоем (ПС) при низкой температуре, не приводящей к заметной диффузии примеси. Далее проводится отжиг примеси до тех пор, пока она не достигнет границы раздела между ЭС и Π . В данной ситуации возрастает плотность p - n -переходов в ЭС по сравнению с результатом, полученным в [6]. Основной целью данной работы является поиск условий, при которых механические напряжения между слоями Γ увеличили бы резкость p - n -перехода в направлении, перпендикулярном границам раздела Γ .

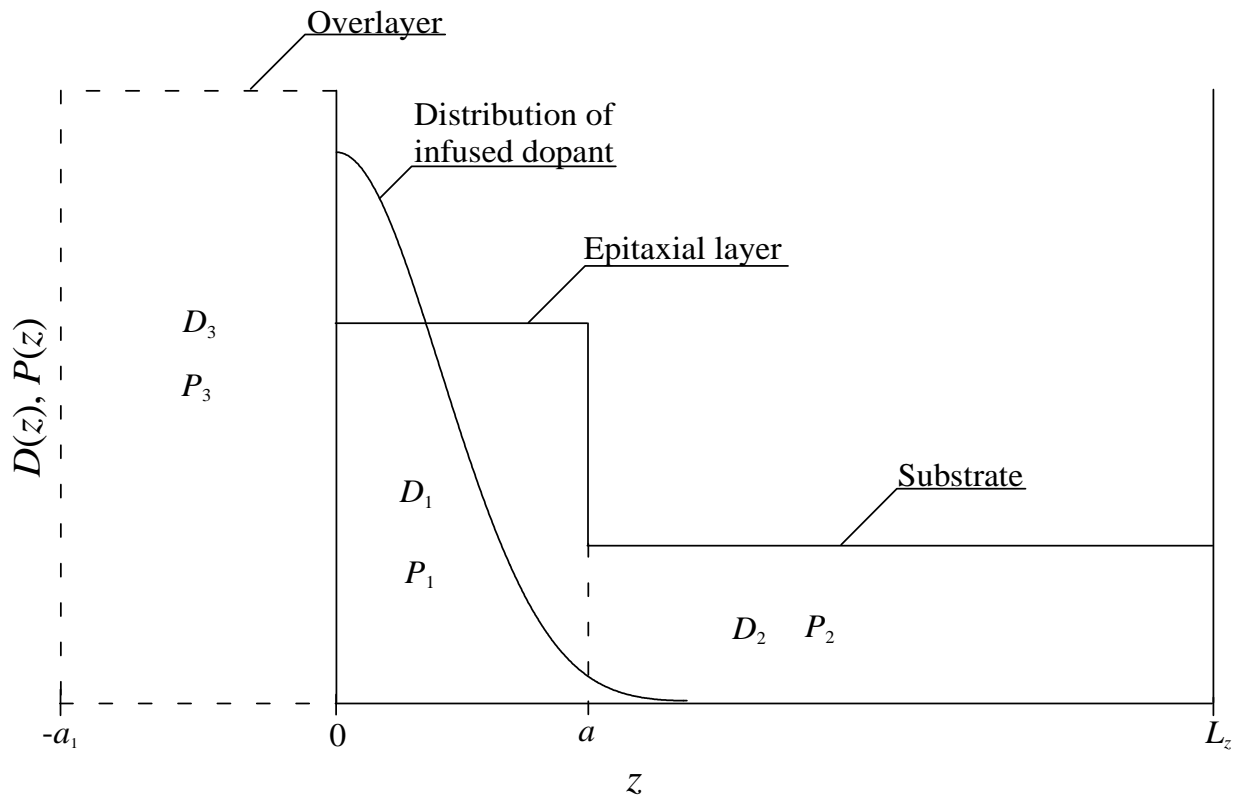


Рис. 1. Трехслойная гетероструктура, состоящая из подложки, легируемого эпитаксиального и покровного слоев. В эпитаксиальном слое приведено начальное (до отжига) распределение примеси.

Методика анализа

Для решения поставленной цели определим пространственно-временное распределение примеси в рассматриваемой Γ и проведем его анализ. Пространственно-временное распределение примеси определялось путем решения второго закона Фика [1-3,7,8]

$$\frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[D \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial z} \right] + (1)$$

$$+ \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_s}{kT} \nabla_s \mu (x, y, z, t) \int_0^{L_z} C(x, y, W, t) dW \right] +$$

$$+ \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{D_s}{kT} \nabla_s \mu (x, y, z, t) \int_0^{L_z} C(x, y, W, t) dW \right]$$

с граничными и начальным условиями

$$\left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=L_x} = 0, \left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0,$$

$$\left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{x=L_y} = 0, \left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{x=L_z} = 0,$$

$$C(x, y, z, 0) = f_C(x, y, z).$$

В данных соотношениях введены следующие обозначения: $C(x, y, z, t)$ – пространственно-вре-менное распределение концентрации примеси; Ω - атомный вес примеси; символ ∇_s обозначает поверхностный градиент; $\int_0^{L_z} C(x, y, z, t) dz$ - поверхностная концентрация примеси на границе раздела между слоями; $\mu(x, y, z, t)$ - химический потенциал; D и D_s – коэффициенты объемной и поверхностной (обусловленной механическими напряжениями) диффузий величина которых зависит от свойств материалов слоев Γ ; скорости прогрева и охлаждения Γ , а также от пространственно-временного распределения концентрации примеси. Зависимость коэффициентов диффузии от концентраций примеси может быть аппроксимирована следующим соотношением [2]

$$D = D_L(z, T) \left[1 + \xi \frac{C^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right], D_s = D_{sL}(z, T) \left[1 + \xi_s \frac{C^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right]. \quad (2)$$

В данных соотношениях $D_L(x, y, z, T)$ и $D_{sL}(x, y, z, T)$ – пространственные (за счет многослойности Γ) и температурные (по закону Аррениуса) зависимости коэффициентов диффузии; T – температура отжига; $P(x, y, z, T)$ – предел растворимости примеси; определяемый свойствами материала параметр γ может принимать целые значения в интервале $\gamma \in [1, 3]$ [2]; $V(x, y, z, t)$ - пространственно-временное распределение концентрации радиационных вакансий; V^* - равновесное распределение вакансий. Концентрационная зависимость коэффициентов диффузии подробно обсуждается в [2].

Химический потенциал может быть определен с помощью следующего соотношения [7]:

$$\mu = E(z)\Omega\sigma_{ij} [u_{ij}(x,y,z,t) + u_{ji}(x,y,z,t)]/2, \quad (3)$$

где E – модуль растяжения (Юнга); σ_{ij} – тензор напряжений; $u_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$

- тензор деформаций; u_i, u_j – компоненты $u_x(x,y,z,t), u_y(x,y,z,t)$ и $u_z(x,y,z,t)$ вектора смещений $\vec{u}(x,y,z,t)$; x_i, x_j – координаты x, y, z . Соотношение (3) может быть преобразовано к следующему виду

$$\begin{aligned} \mu(x,y,z,t) = E(z) \frac{\Omega}{2} \left[\frac{\partial u_i(x,y,z,t)}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j(x,y,z,t)}{\partial x_i} \right] & \left\{ \frac{\sigma(z)\delta_{ij}}{1-2\sigma(z)} \left[\frac{\partial u_k(x,y,z,t)}{\partial x_k} - 3\varepsilon_0 \right] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i(x,y,z,t)}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j(x,y,z,t)}{\partial x_i} \right] - \varepsilon_0 \delta_{ij} - K(z)\beta(z)[T(x,y,z,t) - T_0] \delta_{ij} \right\}, \end{aligned}$$

где σ - коэффициент Пуассона; $\varepsilon_0 = (a_s - a_{EL})/a_{EL}$ – параметр несоответствия решетки; a_s, a_{EL} – постоянные решёток подложки и плёнки; K – модуль всестороннего сжатия; β - коэффициент теплового расширения; T_r – совпадающая с комнатной равновесная температура. Компоненты вектора смещений могут быть определены с помощью следующей системы уравнений [8]

$$\begin{cases} \rho(z) \frac{\partial^2 u_x(x,y,z,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}(x,y,z,t)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}(x,y,z,t)}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}(x,y,z,t)}{\partial z} \\ \rho(z) \frac{\partial^2 u_y(x,y,z,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{yx}(x,y,z,t)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}(x,y,z,t)}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}(x,y,z,t)}{\partial z} \\ \rho(z) \frac{\partial^2 u_z(x,y,z,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{zx}(x,y,z,t)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}(x,y,z,t)}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}(x,y,z,t)}{\partial z} \end{cases}$$

где $\sigma_{ij} = \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]} \left[\frac{\partial u_i(x,y,z,t)}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j(x,y,z,t)}{\partial x_i} - \frac{\delta_{ij}}{3} \frac{\partial u_k(x,y,z,t)}{\partial x_k} \right] - \beta(z)K(z) \times$

$\times [T(x, y, z, t) - T_r] + K(z) \frac{\partial u_k(x, y, z, t)}{\partial x_k} \delta_{ij}$, $\rho(z)$ - плотность материалов МС, δ_{ij} -

символ Кронекера. С учетом такого соотношения данная система уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} \rho(z) \frac{\partial^2 u_x(x, y, z, t)}{\partial t^2} &= \left\{ K(z) + \frac{5E(z)}{6[1+\sigma(z)]} \right\} \frac{\partial^2 u_x(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \left\{ K(z) - \frac{E(z)}{3[1+\sigma(z)]} \right\} \times \\ &\times \frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} + \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]} \left[\frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \left[K(z) + \frac{E(z)}{3[1+\sigma(z)]} \right] \times \\ &\quad \times \frac{\partial^2 u_z(x, y, z, t)}{\partial x \partial z} - K(z) \beta(z) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \\ \rho(z) \frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial t^2} &= \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]} \left[\frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} \right] - \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \times \\ &\quad \times K(z) \beta(z) + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]} \left[\frac{\partial u_y(x, y, z, t)}{\partial z} + \frac{\partial u_z(x, y, z, t)}{\partial y} \right] \right\} + \frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial y^2} \times \\ &\quad \times \left\{ \frac{5E(z)}{12[1+\sigma(z)]} + K(z) \right\} + \left\{ K(z) - \frac{E(z)}{6[1+\sigma(z)]} \right\} \frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial y \partial z} + K(z) \frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} \quad (4) \\ \rho(z) \frac{\partial^2 u_z(x, y, z, t)}{\partial t^2} &= \left[\frac{\partial^2 u_z(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x(x, y, z, t)}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial y \partial z} \right] \times \\ &\quad \times \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K(z) \left[\frac{\partial u_x(x, y, z, t)}{\partial x} + \frac{\partial u_y(x, y, z, t)}{\partial y} + \frac{\partial u_x(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \right\} + \\ &\quad + \frac{1}{6} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{E(z)}{1+\sigma(z)} \left[6 \frac{\partial u_z(x, y, z, t)}{\partial z} - \frac{\partial u_x(x, y, z, t)}{\partial x} - \frac{\partial u_y(x, y, z, t)}{\partial y} - \frac{\partial u_z(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \right\} - \\ &\quad - K(z) \beta(z) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z}. \end{aligned}$$

Система условий для данных уравнений представима в следующей форме

$$\frac{\partial \bar{u}(0, y, z, t)}{\partial x} = \frac{\partial \bar{u}(L_x, y, z, t)}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \bar{u}(x, 0, z, t)}{\partial y} = \frac{\partial \bar{u}(x, L_y, z, t)}{\partial y} = 0;$$

$$\frac{\partial \bar{u}(x, y, 0, t)}{\partial z} = \frac{\partial \bar{u}(x, y, L_z, t)}{\partial z} = 0; \quad \bar{u}(x, y, z, 0) = \bar{u}_0; \quad \bar{u}(x, y, z, \infty) = \bar{u}_0.$$

Далее проведем анализ температурного поля в процессе отжига примеси. Пространственно-временное распределение температуры может быть описано с помощью соответствующего закона Фурье [9]

$$c(T) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = p(x, y, z, t) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \right] +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \quad (5)$$

с граничными и начальным условиями

$$\left. \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=L_x} = 0, \quad \left. \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0,$$

$$\left. \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{x=L_y} = 0, \quad \left. \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{x=L_z} = 0, \quad T(x, y, z, 0) = f_T(x, y, z),$$

где $\lambda(z, T)$ - коэффициент теплопроводности, значение которого зависит как от свойств отжигаемого материала, так и от температуры. Температурная зависимость коэффициента теплопроводности в искомой области температур может быть аппроксимирована следующим образом: $\lambda(z, T) = \lambda_{ass}(z) [1 + \mu T_d^\varphi / T^\varphi(x, y, z, t)]$ (см., например, [9]). $c(T) = c_{ass} [1 - \vartheta \exp(-T(x, y, z, t) / T_d)]$ – теплоемкость материала; T_d – температура Дебая [9]. В наиболее интересующем нас случае является сопоставимой по величине с температурой Дебая или превышает ее, что позволяет считать: $c(T) \approx c_{ass}$. $p(x, y, z, t)$ – выделяющаяся в Γ объемная плотность мощности. В рамках данной работы представляет интерес микроволновый отжиг. Этот тип отжига приводит к неоднородному распределению температуры [10,11], что позволяет увеличить резкость p - n -переходов и, одновременно, увеличить равномерность распределения примеси

в легированной области. В данном случае целесообразно выбрать частоту электромагнитного поля таким образом, чтобы толщина скин-слоя была бы сопоставима с суммарной толщиной эпитаксиальных слоев.

На первом этапе определим пространственно-временное распределение температурного поля. Для этого следуя [4,5] представим независимый от температуры множитель коэффициента температуропроводности в виде суммы постоянной и переменной составляющих: $\alpha_{ass}(z) = \alpha_{0ass}[1 + \varepsilon_T g_T(z)]$. Далее будем искать решение уравнения (5) в виде следующего степенного ряда

$$T(x, y, z, t) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon_T^i \sum_{j=0}^{\infty} \mu^j T_{ij}(x, y, z, t). \quad (6)$$

Подстановка данного ряда в уравнение (5) позволяет получить систему уравнений для исходного приближения температуры $T_{00}(x, y, z, t)$, а также поправочных функций к нему $T_{ij}(x, y, z, t)$ ($i \geq 1, j \geq 1$) в следующей форме

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{00}(x, y, z, t)}{\partial t} &= \alpha_{0ass} \left[\frac{\partial^2 T_{00}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{00}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{00}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{p(x, y, z, t)}{v_{ass}} \\ \frac{\partial T_{i0}(x, y, z, t)}{\partial t} &= \alpha_{0ass} \left[\frac{\partial^2 T_{i0}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{i0}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{i0}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \\ &+ \alpha_{0ass} \left\{ g_T(z) \frac{\partial^2 T_{i-10}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + g_T(x) \frac{\partial^2 T_{i-10}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left[g_T(z) \frac{\partial T_{i-10}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \right\}, \quad i \geq 1 \\ \frac{\partial T_{01}(x, y, z, t)}{\partial t} &= \alpha_{0ass} \left[\frac{\partial^2 T_{01}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{01}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{01}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \\ &+ \frac{\alpha_{0ass} T_d^\varphi}{T_{00}^\varphi(x, y, z, t)} \left[\frac{\partial^2 T_{00}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{00}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{00}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] - \\ &- \frac{\varphi \alpha_{0ass} T_d^\varphi}{T_{00}^{\varphi+1}(x, y, z, t)} \left\{ \left[\frac{\partial T_{00}(x, y, z, t)}{\partial x} \right]^2 + \left[\frac{\partial T_{00}(x, y, z, t)}{\partial y} \right]^2 + \left[\frac{\partial T_{00}(x, y, z, t)}{\partial z} \right]^2 \right\} \\ \frac{\partial T_{02}(x, y, z, t)}{\partial t} &= \alpha_{0ass} \left[\frac{\partial^2 T_{02}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{02}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{02}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\alpha_{0ass} T_d^\varphi}{T_{00}^\varphi(x, y, z, t)} \left[\frac{\partial^2 T_{01}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{01}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{01}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] - \frac{\varphi \alpha_{0ass} T_d^\varphi}{T_{00}^{\varphi+1}(x, y, z, t)} \times \\
 & \times \left[\frac{\partial T_{00}(x, y, z, t)}{\partial x} \frac{\partial T_{01}(x, y, z, t)}{\partial x} + \frac{\partial T_{00}(x, y, z, t)}{\partial y} \frac{\partial T_{01}(x, y, z, t)}{\partial y} + \frac{\partial T_{00}(x, y, z, t)}{\partial z} \times \right. \\
 & \quad \left. \times \frac{\partial T_{01}(x, y, z, t)}{\partial z} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial T_{11}(x, y, z, t)}{\partial t} & = \alpha_{0ass} \frac{\partial^2 T_{11}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \alpha_{0ass} \frac{T_{01}(x, y, z, t)}{T_{00}(x, y, z, t)} \left\{ g_T(z) \frac{\partial^2 T_{00}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + g_T(z) \times \right. \\
 & \times \frac{\partial^2 T_{00}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left[g_T(z) \frac{\partial T_{00}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \left. \right\} + \alpha_{0ass} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[g_T(x) \frac{\partial T_{01}(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \right. \\
 & + \frac{\partial^2 T_{01}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + [1 + g_T(x)] \frac{\partial^2 T_{01}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + [1 + g_T(z)] \frac{\partial^2 T_{01}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \left. \right\} + \alpha_{0ass} T_d^\varphi \times \\
 & \times \left[\frac{T_{10}(x, y, z, t)}{T_{00}^{\varphi+1}(x, y, z, t)} \frac{\partial^2 T_{00}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{T_{10}(x, y, z, t)}{T_{00}^{\varphi+1}(x, y, z, t)} \frac{\partial^2 T_{00}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{T_{10}(x, y, z, t)}{T_{00}^{\varphi+1}(x, y, z, t)} \times \right. \\
 & \times \frac{\partial^2 T_{00}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \left. \right] + \frac{\alpha_{0ass} T_d^\varphi}{T_{00}^\varphi(x, y, z, t)} \left[\frac{\partial^2 T_{10}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{10}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{10}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \\
 & + \left\{ g_T(z) \frac{\partial^2 T_{10}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + g_T(z) \frac{\partial^2 T_{10}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left[g_T(x) \frac{\partial T_{00}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \right\} \times \\
 & \times \frac{\alpha_{0ass} T_d^\varphi}{T_{00}^\varphi(x, y, z, t)} - \left[\frac{\partial T_{10}(x, y, z, t)}{\partial x} \frac{\partial T_{00}(x, y, z, t)}{\partial x} + \frac{\partial T_{10}(x, y, z, t)}{\partial y} \frac{\partial T_{00}(x, y, z, t)}{\partial y} + \right. \\
 & + \frac{\partial T_{10}(x, y, z, t)}{\partial z} \frac{\partial T_{00}(x, y, z, t)}{\partial z} \left. \right] \frac{\varphi \alpha_{0ass} T_d^\varphi}{T_{00}^{\varphi+1}(x, y, z, t)} - \frac{\varphi \alpha_{0ass} T_d^\varphi g_T(x)}{T_{00}^{\varphi+1}(x, y, z, t)} \left\{ \left[\frac{\partial T_{00}(x, y, z, t)}{\partial x} \right]^2 + \right. \\
 & \quad \left. + \left[\frac{\partial T_{00}(x, y, z, t)}{\partial y} \right]^2 + \left[\frac{\partial T_{00}(x, y, z, t)}{\partial z} \right]^2 \right\}.
 \end{aligned}$$

Подстановка ряда (6) в граничные и начальные условия для пространственно-временного распределения температуры преобразует их к граничным и начальным условиям для функций $T_{ij}(x,y,z,t)$

$$\left. \frac{\partial T_{ij}(x,y,z,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \left. \frac{\partial T_{ij}(x,y,z,t)}{\partial x} \right|_{x=L_x} = 0, \left. \frac{\partial T_{ij}(x,y,z,t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0,$$

$$\left. \frac{\partial T_{ij}(x,y,z,t)}{\partial y} \right|_{y=L_y} = 0, \left. \frac{\partial T_{ij}(x,y,z,t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \left. \frac{\partial T_{ij}(x,y,z,t)}{\partial z} \right|_{z=L_z} = 0,$$

$$T_{00}(x,y,z,0)=f_T(x,y,z), T_{ij}(x,y,z,0)=0, i \geq 1, j \geq 1. \quad (8)$$

Решение уравнений (7) с соответствующими условиями приводит к следующему результату

$$T_{00}(x,y,z,t) = \frac{1}{L_x L_y L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} f_T(u,v,w) d w d v d u + \frac{2}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \times$$

$$\times \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) f_T(u,v,w) d w d v d u + \frac{1}{L_x L_y L_z} \int_0^t \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} \frac{p(u,v,w,\tau)}{V_{ass}} d w d v d u d \tau +$$

$$+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) \frac{e_{nT}(t)}{L_x L_y L_z} \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \frac{p(u,v,w,\tau)}{V_{ass}} d w d v d u d \tau,$$

где $c_n(\chi) = \cos(\pi n \chi / L)$, $e_{nT}(t) = \exp \left[-\pi^2 n^2 \alpha_{0ass} t \left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2} \right) \right]$;

$$T_{i0}(x,y,z,t) = 2 \frac{\pi \alpha_{0ass}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) g_T(w) \times$$

$$\times \frac{\partial T_{i-10}(u,v,w,\tau)}{\partial u} c_n(w) d w d v d u d \tau + 2 \frac{\pi \alpha_{0ass}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \times$$

$$\times \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} s_n(v) \int_0^{L_z} g_T(w) c_n(w) \frac{\partial T_{i-10}(u,v,w,\tau)}{\partial v} d w d v d u d \tau + 2 \frac{\pi \alpha_{0ass}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n c_n(x) c_n(y) \times$$

$$\times c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} s_n(w) g_T(w) \frac{\partial T_{i-10}(u,v,w,\tau)}{\partial w} d w d v d u d \tau, i \geq 1;$$

где $s_n(\chi) = \sin(\pi n \chi / L)$;

$$\begin{aligned}
 T_{01}(x, y, z, t) = & \alpha_{0ass} \frac{2\pi T_d^\varphi}{L_x^2 L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \times \\
 & \times \frac{\partial^2 T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial u^2} \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^\varphi(u, v, w, \tau)} + \alpha_{0ass} \frac{2\pi T_d^\varphi}{L_x L_y^2 L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \times \\
 & \times \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} s_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \frac{\partial^2 T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial v^2} \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^\varphi(u, v, w, \tau)} + \alpha_{0ass} \frac{2\pi T_d^\varphi}{L_x L_y L_z^2} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) \times \\
 & \times n e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} s_n(w) \frac{\partial^2 T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial w^2} \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^\varphi(u, v, w, \tau)} - 2 T_d^\varphi \frac{\varphi \alpha_{0ass}}{L_x L_y L_z} \times \\
 & \times \sum_{n=1}^{\infty} c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \left[\frac{\partial T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial u} \right]^2 \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^{\varphi+1}(u, v, w, \tau)} \times \\
 & \times c_n(x) - 2 \frac{\varphi \alpha_{0ass}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} \left[\frac{\partial T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial v} \right]^2 \times \\
 & \times T_d^\varphi c_n(w) \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^{\varphi+1}(u, v, w, \tau)} - 2 T_d^\varphi \frac{\varphi \alpha_{0ass}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \times \\
 & \times \int_0^{L_z} c_n(w) \left[\frac{\partial T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial w} \right]^2 \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^{\varphi+1}(u, v, w, \tau)};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{02}(x, y, z, t) = & \alpha_{0ass} \frac{2\pi T_d^\varphi}{L_x L_y L_z^2} \sum_{n=1}^{\infty} n c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \times \\
 & \times \frac{\partial^2 T_{01}(u, v, w, \tau)}{\partial u^2} \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^\varphi(u, v, w, \tau)} + \alpha_{0ass} \frac{2\pi T_d^\varphi}{L_x L_y^2 L_z} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \times \\
 & \times n \int_0^{L_y} s_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \frac{\partial^2 T_{01}(u, v, w, \tau)}{\partial v^2} \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^\varphi(u, v, w, \tau)} + \alpha_{0ass} \frac{2\pi T_d^\varphi}{L_x L_y L_z^2} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times n \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \frac{\partial^2 T_{01}(u, v, w, \tau)}{\partial w^2} \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^\varphi(u, v, w, \tau)} - 2 T_d^\varphi \frac{\pi \alpha_{0ass}}{L_x^2 L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) \times \\ & \times c_n(y) c_n(z) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \frac{\partial T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial u} \frac{\partial T_{01}(u, v, w, \tau)}{\partial u} \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^{\varphi+1}(u, v, w, \tau)} \times \\ & \times e_{nT}(t) - 2 T_d^\varphi \frac{\pi \alpha_{0ass}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \frac{\partial T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial v} \times \\ & \times \frac{\partial T_{01}(u, v, w, \tau)}{\partial v} \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^{\varphi+1}(u, v, w, \tau)} e_{nT}(t) - T_d^\varphi \frac{2\pi \alpha_{0ass}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \times \\ & \times \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \frac{\partial T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial w} \frac{\partial T_{01}(u, v, w, \tau)}{\partial w} \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^{\varphi+1}(u, v, w, \tau)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{11}(x, y, z, t) = & \frac{2 \alpha_{0ass}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \left\{ g_T(w) \frac{\partial^2 T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial w^2} + \right. \\ & \left. + g_T(w) \frac{\partial^2 T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial v^2} + \frac{\partial}{\partial w} \left[g_T(w) \frac{\partial T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial w} \right] \right\} \frac{T_{01}(u, v, w, \tau)}{T_{00}(u, v, w, \tau)} d w d v d u d \tau \times \\ & \times c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) + \frac{2 \alpha_{0ass}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \times \\ & \times \left\{ \frac{\partial^2 T_{01}(u, v, w, \tau)}{\partial u^2} + [1 + g_T(w)] \frac{\partial^2 T_{01}(u, v, w, \tau)}{\partial u^2} + \frac{\partial}{\partial w} \left[g_T(w) \frac{\partial T_{01}(u, v, w, \tau)}{\partial w} \right] + [g_T(w) + \right. \\ & \left. + 1] \frac{\partial^2 T_{01}(u, v, w, \tau)}{\partial v^2} \right\} d w d v d u d \tau + \frac{\alpha_{0ass} T_d^\varphi}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \times \\ & \times 2 \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} \left[\frac{T_{10}(u, v, w, \tau)}{T_{00}^{\varphi+1}(u, v, w, \tau)} \frac{\partial^2 T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial u^2} + \frac{T_{10}(u, v, w, \tau)}{T_{00}^{\varphi+1}(u, v, w, \tau)} \frac{\partial^2 T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial v^2} + \frac{T_{10}(u, v, w, \tau)}{T_{00}^{\varphi+1}(u, v, w, \tau)} \times \right. \\ & \left. \times \frac{\partial^2 T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial w^2} \right] c_n(w) d w c_n(v) d v d u d \tau + 2 \frac{\alpha_{0ass} T_d^\varphi}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} \left[\frac{\partial^2 T_{10}(u, v, w, \tau)}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 T_{10}(u, v, w, \tau)}{\partial v^2} + \frac{\partial^2 T_{10}(u, v, w, \tau)}{\partial w^2} \right] \times \\
 & \times c_n(w) \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^\varphi(u, v, w, \tau)} + 2 \frac{\alpha_{0ass} T_d^\varphi}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \times \\
 & \times \int_0^{L_z} \left\{ g_T(w) \frac{\partial^2 T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial u^2} + g_T(w) \frac{\partial^2 T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial v^2} + \frac{\partial}{\partial w} \left[g_T(w) \frac{\partial T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial w} \right] \right\} \times \\
 & \times c_n(w) \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^\varphi(u, v, w, \tau)} - 2 \varphi \frac{\alpha_{0ass} T_d^\varphi}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \times \\
 & \times \int_0^{L_z} \left[\frac{\partial T_{10}(u, v, w, \tau)}{\partial u} \frac{\partial T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial u} + \frac{\partial T_{10}(u, v, w, \tau)}{\partial v} \frac{\partial T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial v} + \frac{\partial T_{10}(u, v, w, \tau)}{\partial w} \right] \times \\
 & \times \frac{\partial T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial w} \int_0^{L_z} c_n(w) \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^{\varphi+1}(u, v, w, \tau)} - \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nT}(t) \int_0^t e_{nT}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \times \\
 & \times 2 \int_0^{L_z} c_n(w) \left\{ \left[\frac{\partial T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial u} \right]^2 + \left[\frac{\partial T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial v} \right]^2 + \left[\frac{\partial T_{00}(u, v, w, \tau)}{\partial w} \right]^2 \right\} \frac{d w d v d u d \tau}{T_{00}^{\varphi+1}(u, v, w, \tau)} \times \\
 & \times \varphi \frac{\alpha_{0ass} T_d^\varphi}{L_x L_y L_z}.
 \end{aligned}$$

Для качественного анализа пространственно-временного распределения температурного поля, а также для некоторых количественных оценок обычно достаточно его второго приближения по параметрам, используемым в разложении (см., например, [4,5]). Аналитические результаты позволили выявить и наглядно проиллюстрировать основные зависимости. Для уточнения полученных результатов использовались численные методы.

На следующем этапе проведем оценку компонент вектора смещения. Они могут быть найдены аналогично пространственно-временному распределению температурного поля, но более компактное решение может быть получено методом осреднения функциональных поправок [13]. Предварительно

уравнения системы (4) целесообразно преобразовать к следующей интегро-дифференциальной форме

$$\begin{aligned}
 u_x(x, y, z, t) = & u_x(x, y, z, t) + \phi \left\{ \frac{1}{6} \int_0^t \int_0^z \frac{E(w)}{1 + \sigma(w)} \left[5 \frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{\partial^2 u_z(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} \right] d w (t - \tau) d \tau - \frac{t}{6} \int_0^\infty \int_0^z \frac{E(w)}{1 + \sigma(w)} \left[5 \frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{\partial^2 u_z(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} \right] d w d \tau + \int_0^t (t - \tau) \int_0^z K(w) \left[\frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\partial^2 u_z(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} \right] d w d \tau - t \int_0^\infty \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_z(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} \right] \times \\
 & \times K(w) d w d \tau + \int_0^t \frac{(t - \tau)}{2} \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} \right] \frac{E(w) d w}{1 + \sigma(w)} d \tau + \frac{1}{2} \int_0^t (t - \tau) \times \\
 & \times \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} + \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial w^2} \right] \frac{E(w) d w}{1 + \sigma(w)} d \tau - \frac{t}{2} \int_0^\infty \int_0^z \frac{E(w)}{1 + \sigma(w)} \left[\frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} + \right. \\
 & \left. + \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} \right] d w d \tau - \frac{t}{2} \int_0^\infty \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} + \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial w^2} \right] \frac{E(w) d w}{1 + \sigma(w)} d \tau + \\
 & + \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} \left] \frac{E(w) d w}{1 + \sigma(w)} d \tau \frac{t}{2} - \frac{t}{2} \int_0^\infty \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} + \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial w^2} \right] \frac{E(w) d w}{1 + \sigma(w)} d \tau + \\
 & + t \int_0^\infty \int_0^z K(w) \beta(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial x} d w d \tau - \int_0^t (t - \tau) \int_0^z K(w) \beta(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial x} d w d \tau + \\
 & \left. \times \int_0^t (t - \tau) \int_0^z \rho(w) \frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial \tau^2} d w d \tau - t \int_0^\infty \int_0^z \rho(w) \frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial \tau^2} d w d \tau - \Phi_{x1}(x, y, z, t) \right\},
 \end{aligned}$$

$$u_y(x, y, z, t) = u_y(x, y, z, t) + \phi \left\{ \frac{1}{2} \int_0^t \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} \right] \frac{E(w) d w}{1 + \sigma(w)} \times
 \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \times (t - \tau) d\tau - \frac{t}{2} \int_0^z \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} \right] \frac{E(w) dw}{1 + \sigma(w)} d\tau + \frac{1}{6} \int_0^t (t - \tau) \times \\
 & \times \int_0^z \left[5 \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u_z(x, y, w, \tau)}{\partial y \partial w} \right] \frac{E(w) dw}{1 + \sigma(w)} d\tau - \frac{t}{6} \int_0^z \int_0^z \frac{E(w)}{1 + \sigma(w)} \times \\
 & \times \left[5 \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u_z(x, y, w, \tau)}{\partial y \partial w} \right] dw d\tau - \int_0^t (t - \tau) \int_0^z K(w) \beta(w) \times \\
 & \times \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial y} dw d\tau + t \int_0^z \int_0^z K(w) \beta(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial y} dw d\tau + \int_0^t \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} + \right. \\
 & \left. + \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial y \partial w} \right] K(w) dw (t - \tau) d\tau - t \int_0^z \int_0^z K(w) \left[\frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} + \right. \\
 & \left. + \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial y \partial w} \right] dw d\tau + \int_0^t \left[\frac{\partial u_y(x, y, z, \tau)}{\partial z} + \frac{\partial u_z(x, y, z, \tau)}{\partial y} \right] \times \\
 & \times (t - \tau) d\tau \frac{E(z)}{2[1 + \sigma(z)]} - \int_0^t \left[\frac{\partial u_y(x, y, z, \tau)}{\partial z} + \frac{\partial u_z(x, y, z, \tau)}{\partial y} \right] d\tau \frac{t E(z)}{2[1 + \sigma(z)]} + \int_0^z \int_0^z \rho(w) \times \\
 & \times \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial \tau^2} dw d\tau - \int_0^t (t - \tau) \int_0^z \rho(w) \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial \tau^2} dw d\tau - \Phi_{y1}(x, y, z, t) \}, \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_z(x, y, z, t) &= u_z(x, y, z, t) + \phi \left\{ \frac{1}{2} \int_0^t \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_z(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} \right] \frac{E(w) dw}{1 + \sigma(w)} \times \right. \\
 & \times (t - \tau) d\tau - \frac{t}{2} \int_0^z \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_z(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} \right] \frac{E(w) dw}{1 + \sigma(w)} d\tau + \frac{1}{2} \int_0^t \int_0^z \frac{E(w)}{1 + \sigma(w)} \times \\
 & \times \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_z(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial y \partial w} \right] \frac{E(w) dw}{1 + \sigma(w)} (t - \tau) d\tau - \frac{t}{2} \int_0^z \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_z(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} + \right. \\
 & \left. + \frac{\partial^2 u_y(x, y, w, \tau)}{\partial y \partial w} \right] \frac{E(w) dw}{1 + \sigma(w)} d\tau + t \int_0^z \int_0^z K(w) \beta(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial w} dw d\tau - \int_0^t (t - \tau) \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \int_0^z \beta(w) K(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial w} d w d \tau + \int_0^t (t - \tau) \left[5 \frac{\partial u_z(x, y, z, \tau)}{\partial z} - \frac{\partial u_x(x, y, z, \tau)}{\partial x} - \right. \\ & \left. - \frac{\partial u_y(x, y, z, \tau)}{\partial y} \right] d \tau \frac{E(z)}{6[1 + \sigma(z)]} - \frac{t E(z)}{6[1 + \sigma(z)]} \int_0^\infty \left[5 \frac{\partial u_z(x, y, z, \tau)}{\partial z} - \frac{\partial u_x(x, y, z, \tau)}{\partial x} - \right. \\ & \left. - \frac{\partial u_y(x, y, z, \tau)}{\partial y} \right] d \tau + \int_0^t (t - \tau) \left[\frac{\partial u_x(x, y, z, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial u_y(x, y, z, \tau)}{\partial y} + \frac{\partial u_z(x, y, z, \tau)}{\partial z} \right] d \tau \times \\ & \left. \times K(z) - \Phi_{z1}(x, y, z, t) - t K(z) \int_0^\infty \left[\frac{\partial u_x(x, y, z, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial u_y(x, y, z, \tau)}{\partial y} + \frac{\partial u_z(x, y, z, \tau)}{\partial z} \right] d \tau \right\}, \end{aligned}$$

где $\Phi_{si}(x, y, z, t) = \int_0^z \rho(w) [u_s(x, y, w, t)]^i d w$, E_0 – среднее значение модуля Юнга, $\phi = L/\Theta^2 E_0$, $s = x, y, z$. Далее найдем первое приближение компонент вектора смещения. Для этого в правой части данных интегро-дифференциальных уравнений искомые функции заменим на их средние значения $u_{\beta}(x, y, z, t) \rightarrow \alpha_{u_{\beta}1}$, определяемые следующим образом

$$\alpha_{us1} = M_{s1}/4L\Theta. \quad (10)$$

где $M_{si} = \int_{-L_x}^{\Theta} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} u_{si}(x, y, z, t) d z d y d x d t$. Такая замена позволяет получить

$$\begin{aligned} u_{x1}(x, y, z, t) = & \alpha_{ux1} + \phi \left[t \int_0^\infty \int_0^z K(w) \alpha(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial x} d w d \tau - \alpha_{ux1} \Phi_{x0}(x, y, w, t) - \right. \\ & \left. - \int_0^t (t - \tau) \int_0^z K(w) \beta(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial x} d w d \tau \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{y1}(x, y, z, t) = & \alpha_{uy1} + \phi \left[t \int_0^\infty \int_0^z K(w) \alpha(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial y} d w d \tau - \alpha_{uy1} \Phi_{y0}(x, y, w, t) - \right. \\ & \left. - \int_0^t (t - \tau) \int_0^z K(w) \beta(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial y} d w d \tau \right], \end{aligned}$$

$$u_{z1}(x, y, z, t) = \alpha_{z1} + \phi \left[t \int_0^{\infty} \int_0^z K(w) \alpha(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial w} d w d \tau - \alpha_{uz1} \Phi_{z0}(x, y, w, t) - \int_0^t \int_0^z K(w) \beta(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial w} d w d \tau \right].$$

Подстановка полученных соотношений в определение средних значений (9) позволяет определить параметры $\alpha_{u\beta 1}$. Их значения определяются следующим образом

$$\alpha_{ux1} = \Theta \frac{L_z [X_{x0}(\infty) - X_{x2}(\Theta)]}{8L^3 \int_0^{L_z} (L_z - z) \rho(z) dz}, \quad \alpha_{uy1} = \Theta \frac{L_z [X_{y0}(\infty) - X_{y2}(\Theta)]}{8L^3 \int_0^{L_z} (L_z - z) \rho(z) dz},$$

$$\alpha_{uz1} = \frac{\Theta L_z [X_{z0}(\infty) - X_{z2}(\Theta)]}{8L^3 \int_0^{L_z} (L_z - z) \rho(z) dz},$$

где $X_{si}(\Theta) = \int_0^{\Theta} \left(1 + \frac{t}{\Theta}\right)^i \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} (L_z - z) K(z) \chi(z) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial s} d z d y d x d \tau$.

Второе приближение компонент вектора смещения может быть получено заменой в правой части уравнений (8) искомых функций $u_{\beta}(x, y, z, t)$ на следующие суммы $\alpha_{us2} + u_{s1}(x, y, z, t)$, где $\alpha_{us2} = (M_{us2} - M_{us1}) / 4L^3 \Theta$. Результаты данной замены и вычисления параметров α_{us2} вынесены в Приложение из-за громоздкости соответствующих соотношений.

Далее определим пространственно-временное распределение примеси путем решения уравнения (1). Для этого, следуя [4,5], представим коэффициенты диффузии $D_L(z, T)$ и $D_{SL}(z, T)$ в виде сумм $D_L(z, T) = D_{0L} [1 + \varepsilon_L g_L(z, T)]$ и $D_{SL}(z, T) = D_{0SL} [1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T)]$, а также введем безразмерный параметр $\omega = D_{0SL} / D_{0L}$.

$$\frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial t} = D_{0L} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ [1 + \varepsilon_L g_L(z, T)] \left[1 + \xi \frac{C^{\gamma}(x, y, z, t)}{P^{\gamma}(z, T)} \right] \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial x} \right\} + D_{0L} \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial y} \left\{ [1 + \varepsilon_L g_L(z, T)] \left[1 + \xi \frac{C^{\gamma}(x, y, z, t)}{P^{\gamma}(z, T)} \right] \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial y} \right\} + D_{0L} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial z} \right\} \times$$

$$\begin{aligned} & \times [1 + \varepsilon_L g_L(z, T)] \left[1 + \xi \frac{C^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \right] \left\{ + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left\{ [1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T)] \frac{\nabla_S \mu(x, y, z, t)}{kT} \times \right. \right. \\ & \times \left. \left. \left[1 + \xi_S \frac{C^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \right] \int_0^{L_z} C(x, y, W, t) dW \right\} D_{0L} \omega + \omega \Omega D_{0L} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[1 + \xi_S \frac{C^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \right] \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times [1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T)] \frac{\nabla_S \mu(x, y, z, t)}{kT} \int_0^{L_z} C(x, y, W, t) dW \right\} \right\}. \quad (11) \end{aligned}$$

Решение уравнения (1) определим в виде следующего степенного ряда

$$C(x, y, z, t) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon_L^i \sum_{j=0}^{\infty} \xi^j \sum_{k=0}^{\infty} \omega^k C_{ijk}(x, y, z, t). \quad (12)$$

Подстановка данного ряда в уравнение (11) позволяет получить следующую систему уравнений для исходного приближения концентрации примеси $C_{000}(x, y, z, t)$, а также поправочных функций к ней $C_{ijk}(x, y, z, t)$ ($i \geq 1, j \geq 1$) в следующем виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial t} &= D_{0L} \left[\frac{\partial^2 C_{000}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_{000}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_{000}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right]; \\ \frac{\partial C_{i00}(x, y, z, t)}{\partial t} &= \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[g_L(z, T) \frac{\partial C_{i-100}(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[g_L(z, T) \frac{\partial C_{i-100}(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \right. \\ &+ \left. \frac{\partial}{\partial z} \left[g_L(z, T) \frac{\partial C_{i-100}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \right\} D_{0L} + D_{0L} \left[\frac{\partial^2 C_{i00}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_{i00}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \right. \\ &\left. + \frac{\partial^2 C_{i00}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right], \quad i \geq 1; \\ \frac{\partial C_{010}(x, y, z, t)}{\partial t} &= D_{0L} \left[\frac{\partial^2 C_{010}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_{010}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_{010}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \\ &+ D_{0L} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \right. \end{aligned}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \}; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{020}(x, y, z, t)}{\partial t} = & D_{0L} \left[\frac{\partial^2 C_{020}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_{020}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_{020}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \\ & + D_{0L} \frac{\partial}{\partial x} \left[C_{010}(x, y, z, t) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + D_{0L} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{C_{000}^{\gamma-1}(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \times \right. \\ & \times C_{010}(x, y, z, t) \frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial x} \left. \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[C_{010}(x, y, z, t) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \times \\ & \times D_{0L} + D_{0L} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{010}(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{010}(x, y, z, t)}{\partial y} \right] \times \\ & \times D_{0L} + D_{0L} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{010}(x, y, z, t)}{\partial z} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{001}(x, y, z, t)}{\partial t} = & D_{0L} \left[\frac{\partial^2 C_{001}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_{001}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_{001}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ [1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T)] \frac{\nabla_s \mu(x, y, z, t)}{kT} \left[1 + \xi_s \frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \int_0^{L_z} C_{000}(x, y, W, t) dW \right] \right\} \times \\ & \times \Omega D_{0SL} + \Omega D_{0SL} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ [1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T)] \left[1 + \xi_s \frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \int_0^{L_z} C_{000}(x, y, W, t) dW \right] \times \right. \\ & \left. \times \frac{\nabla_s \mu(x, y, z, t)}{kT} \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{002}(x, y, z, t)}{\partial t} = & D_{0L} \left[\frac{\partial^2 C_{002}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_{002}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_{002}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ [1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T)] \left[1 + \xi_s \frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \int_0^{L_z} C_{001}(x, y, W, t) dW \right] \frac{\nabla_s \mu(x, y, z, t)}{kT} \right\} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \Omega D_{0SL} + \Omega D_{0SL} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T) \right] \left[1 + \xi_S \frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \right] \int_0^{L_z} C_{001}(x, y, W, t) dW \times \right. \\ & \times \left. \frac{\nabla_s \mu(x, y, z, t)}{kT} \right\} + \Omega D_{0SL} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\nabla_s \mu(x, y, z, t)}{kT} \left[1 + \xi_S C_{001}^\gamma(x, y, z, t) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(x, y, z, t)}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right] \times \right. \\ & \times \left. \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T) \right] \int_0^{L_z} C_{000}(x, y, W, t) dW \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \int_0^{L_z} C_{000}(x, y, W, t) dW \frac{\nabla_s \mu(x, y, z, t)}{kT} \times \right. \\ & \left. \times \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T) \right] \left[1 + \xi_S C_{001}^\gamma(x, y, z, t) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \right] \right\} \Omega D_{0SL}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{110}(x, y, z, t)}{\partial t} &= D_{0L} \left[\frac{\partial^2 C_{110}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_{110}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_{110}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \\ &+ D_{0L} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[g_L(z, T) \frac{\partial C_{010}(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[g_L(z, T) \frac{\partial C_{010}(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \right. \\ &+ \left. \frac{\partial}{\partial z} \left[g_L(z, T) \frac{\partial C_{010}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \right\} + D_{0L} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{100}(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \right. \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{100}(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \left. \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{100}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \right\} + \\ &+ D_{0L} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[C_{100}(x, y, z, t) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial y} \times \right. \right. \\ & \times \left. \left. C_{100}(x, y, z, t) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[C_{100}(x, y, z, t) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{101}(x, y, z, t)}{\partial t} &= D_{0L} \left[\frac{\partial^2 C_{101}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_{101}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_{101}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + D_{0L} \times \\ & \times \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[g_L(z, T) \frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[g_L(z, T) \frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[g_L(z, T) \times \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left. \frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \left. \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T) \right] \frac{\nabla_s \mu(x, y, z, t)}{kT} \left[1 + \xi_s \frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \right] \times \right. \\
 & \left. \times \int_0^{L_z} C_{100}(x, y, W, t) dW \right\} \Omega D_{0SL} + \Omega D_{0SL} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[1 + \xi_s C_{100}(x, y, z, t) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \right] \times \right. \\
 & \left. \times \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T) \right] \frac{\nabla_s \mu(x, y, z, t)}{kT} \int_0^{L_z} C_{000}(x, y, W, t) dW \right\} + D_{0SL} \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\nabla_s \mu(x, y, z, t)}{kT} \times \right. \\
 & \left. \times \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T) \right] \left[1 + \xi_s \frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \right] \int_0^{L_z} C_{100}(x, y, W, t) dW \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\nabla_s \mu(x, y, z, t)}{kT} \times \right. \\
 & \left. \times \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T) \right] \left[1 + \xi_s C_{100}(x, y, z, t) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \right] \int_0^{L_z} C_{000}(x, y, W, t) dW \right\} \Omega D_{0SL} ; \\
 & \frac{\partial C_{011}(x, y, z, t)}{\partial t} = D_{0L} \left[\frac{\partial^2 C_{011}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_{011}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_{011}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \\
 & + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{001}(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{001}(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \right. \\
 & \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{001}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \right\} D_{0L} + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[C_{001}(x, y, z, t) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \times \right. \right. \\
 & \left. \left. \times \frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[C_{001}(x, y, z, t) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \right. \\
 & \left. + C_{001}(x, y, z, t) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{C_{000}^{\gamma-1}(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \frac{\partial C_{000}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \right\} D_{0L} + \Omega D_{0SL} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\nabla_s \mu(x, y, z, t)}{kT} \times \right. \\
 & \left. \times \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T) \right] \left[1 + \xi_s \frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \right] \int_0^{L_z} C_{010}(x, y, W, t) dW \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\nabla_s \mu(x, y, z, t)}{kT} \times \right. \\
 & \left. \times \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T) \right] \left[1 + \xi_s C_{010}(x, y, z, t) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(x, y, z, t)}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right] \int_0^{L_z} C_{000}(x, y, W, t) dW \right\} \Omega D_{0SL} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T) \right] \frac{\nabla_s \mu(x, y, z, t)}{kT} \left[1 + \xi_S \frac{C_{000}^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \right] \int_0^{L_z} C_{010}(x, y, W, t) dW \right\} \times \\
 & \times \Omega D_{0SL} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\nabla_s \mu(x, y, z, t)}{kT} \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(z, T) \right] \left[1 + \xi_S C_{010}(x, y, z, t) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(x, y, z, t)}{P^\gamma(z, T)} \right] \times \right. \\
 & \quad \left. \times \int_0^{L_z} C_{000}(x, y, W, t) dW \right\} \Omega D_{0SL}.
 \end{aligned}$$

Подстановка ряда (12) в соответствующие граничные и начальные условия позволяет получить для искомым функций $C_{ijk}(x, t)$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial C_{ijk}(x, y, z, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \frac{\partial C_{ijk}(x, y, z, t)}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = \frac{\partial C_{ijk}(x, y, z, t)}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial C_{ijk}(x, y, z, t)}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = \\
 &= \frac{\partial C_{ijk}(x, y, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial C_{ijk}(x, y, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=L_z} = 0; C_{000}(x, y, z, 0) = f_C(x, y, z); C_{ijk}(x, y, z, 0) = 0.
 \end{aligned}$$

Решениями уравнений (13) являются следующие функции

$$C_{000}(x, y, z, t) = \frac{F_{0C}}{L_x L_y L_z} + \frac{2}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t),$$

где $F_{nC} = \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) f_C(u, v, w) dw dv du$, $e_{nC}(t) = \exp \left[-\pi^2 n^2 D_{0L} t \left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2} \right) \right]$;

$$\begin{aligned}
 C_{i00}(x, y, z, t) &= -\frac{2\pi D_{0L}}{L_x^2 L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \times \\
 & \times g_L(w, T) \frac{\partial C_{i-100}(u, v, w, \tau)}{\partial u} dw dv du d\tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z^2} \sum_{n=1}^{\infty} n c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \times \\
 & \times F_{nC} \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} s_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) g_L(w, T) \frac{\partial C_{i-100}(u, v, w, \tau)}{\partial v} dw dv du d\tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z^2} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) \times \\
 & \times c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} s_n(w) g_L(w, T) \frac{\partial C_{i-100}(u, v, w, \tau)}{\partial w} dw dv du d\tau, i \geq 1;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{010}(x, y, z, t) = & -\frac{2\pi D_{0L}}{L_x^2 L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \times \\
 & \times \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau) \partial C_{000}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T) \partial u} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z^2} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \times \\
 & \times \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} s_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau) \partial C_{000}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T) \partial v} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z^2} \times \\
 & \times \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau) \partial C_{000}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T) \partial w} \times \\
 & \times s_n(w) d w d v d u d \tau;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{020}(x, y, z, t) = & -\frac{2\pi D_{0L}}{L_x^2 L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \times \\
 & \times C_{010}(u, v, w, \tau) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau) \partial C_{000}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T) \partial u} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y^2 L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n c_n(x) c_n(y) \times \\
 & \times F_{nC} c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} C_{010}(u, v, w, \tau) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau) \partial C_{000}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T) \partial v} \times \\
 & \times c_n(w) d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z^2} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \times \\
 & \times \int_0^{L_z} c_n(w) C_{010}(u, v, w, \tau) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau) \partial C_{000}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T) \partial w} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} \times \\
 & \times e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau) \partial C_{010}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T) \partial u} d w d v d u d \tau \times \\
 & \times c_n(x) c_n(y) c_n(z) - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y^2 L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} s_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \times \\
 & \times \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau) \partial C_{010}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T) \partial v} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z^2} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \times
 \end{aligned}$$

$$\times \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} s_n(w) \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \frac{\partial C_{010}(u, v, w, \tau)}{\partial w} d w d v d u d \tau;$$

$$C_{001}(x, y, z, t) = -\frac{2\pi D_{0L}\Omega}{L_x^2 L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} F_{nC} \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \left[1 + \xi_S \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \right] \times$$

$$\times [1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(w, T)] \frac{\nabla_S \mu(u, v, w, \tau)}{kT} \int_0^{L_z} C_{000}(u, v, W, \tau) d W d w d v d u d \tau c_n(x) c_n(y) c_n(z) \times$$

$$\times n e_{nC}(t) - \frac{2\pi D_{0L}\Omega}{L_x L_y^2 L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} \frac{\nabla_S \mu(u, v, w, \tau)}{kT} \times$$

$$\times s_n(v) [1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(w, T)] \frac{\nabla_S \mu(u, v, w, \tau)}{kT} \left[1 + \xi_S \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \right] \int_0^{L_z} C_{000}(u, v, W, \tau) d W \times$$

$$\times c_n(w) d w d v d u d \tau;$$

$$C_{002}(x, y, z, t) = -\frac{2\pi D_{0L}\Omega}{L_x L_y L_z^2} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \left[1 + \xi_S \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \right] \times$$

$$\times [1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(w, T)] \frac{\nabla_S \mu(u, v, w, \tau)}{kT} \int_0^{L_z} C_{001}(u, v, W, \tau) d W d w d v d u d \tau c_n(x) c_n(y) e_{nC}(t) \times$$

$$\times c_n(z) - \frac{2\pi D_{0L}\Omega}{L_x L_y^2 L_z} \sum_{n=1}^{\infty} F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} s_n(v) \int_0^{L_z} \frac{\nabla_S \mu(u, v, w, \tau)}{kT} \times$$

$$\times n c_n(w) [1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(w, T)] \left[1 + \xi_S \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \right] \int_0^{L_z} C_{001}(u, v, W, \tau) d W d w d v d u d \tau -$$

$$- \frac{2\pi D_{0L}\Omega}{L_x^2 L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \frac{\nabla_S \mu(u, v, w, \tau)}{kT} \times$$

$$\times [1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(w, T)] \left[1 + \xi_S C_{001}^\gamma(x, y, z, t) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \right] \int_0^{L_z} C_{000}(u, v, W, \tau) d W d w d v d u \times$$

$$\times d \tau n - \frac{2\pi D_{0L}\Omega}{L_x L_y^2 L_z} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \left[1 + \xi_S C_{001}^\gamma(x, y, z, t) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \right] \times$$

$$\times [1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(w, T)] \frac{\nabla_S \mu(u, v, w, \tau)}{kT} \int_0^{L_z} C_{000}(u, v, W, \tau) dW d w d v d u d \tau c_n(x) c_n(y) c_n(z) \times \\ \times n F_{nC} e_{nC}(t);$$

$$C_{110}(x, y, z, t) = - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x^2 L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \times \\ \times g_L(w, T) \frac{\partial C_{010}(u, v, w, \tau)}{\partial u} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \times \\ \times F_{nC} \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} s_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) g_L(w, T) \frac{\partial C_{010}(u, v, w, \tau)}{\partial v} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n c_n(x) \times \\ \times F_{nC} c_n(y) c_n(z) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} s_n(w) g_L(w, T) \frac{\partial C_{010}(u, v, w, \tau)}{\partial w} d w d v d u d \tau \times \\ \times e_{nC}(t) - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x^2 L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} g_L(u, v, w, T) \times \\ \times c_n(w) C_{100}(u, v, w, \tau) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) g_L(u, v, w, T) C_{100}(u, v, w, \tau) \times \\ \times \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \frac{\partial C_{000}(u, v, w, \tau)}{\partial u} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \times \\ \times n \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} c_n(w) g_L(w, T) C_{100}(u, v, w, \tau) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \frac{\partial C_{000}(u, v, w, \tau)}{\partial v} d w \times \\ \times s_n(v) d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} s_n(w) \times \\ \times n g_L(w, T) C_{100}(u, v, w, \tau) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \frac{\partial C_{000}(u, v, w, \tau)}{\partial w} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x^2 L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n \times \\ \times F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \frac{\partial C_{100}(u, v, w, \tau)}{\partial u} \times$$

$$\begin{aligned} & \times g_L(w, T) d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} s_n(v) \times \\ & \times \int_0^{L_z} c_n(w) g_L(w, T) \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \frac{\partial C_{100}(u, v, w, \tau)}{\partial u} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z^2} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) \times \\ & \times \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} s_n(w) g_L(w, T) \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \frac{\partial C_{100}(u, v, w, \tau)}{\partial u} d w d v d u d \tau \times \\ & \times n F_{nC} c_n(z) e_{nC}(t) ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{101}(x, y, z, t) = & - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x^2 L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} g_L(w, T) \times \\ & \times c_n(w) \frac{\partial C_{000}(u, v, w, \tau)}{\partial u} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \times \\ & \times \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} s_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \int_0^{L_z} c_n(w) g_L(w, T) \frac{\partial C_{000}(u, v, w, \tau)}{\partial v} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n c_n(x) \times \\ & \times c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} s_n(w) g_L(w, T) \frac{\partial C_{000}(u, v, w, \tau)}{\partial w} d w d v d u d \tau \times \\ & \times F_{nC} - \Omega \frac{2\pi D_{0L}}{L_x^2 L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} \frac{\nabla_S \mu(u, v, w, \tau)}{kT} \times \\ & \times c_n(w) \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(w, T) \right] \left[1 + \xi_S \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \right] \int_0^{L_z} C_{100}(u, v, W, \tau) d W d w d v d u d \tau - \Omega \times \\ & \times \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} s_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(w, T) \right] \times \\ & \times \frac{\nabla_S \mu(u, v, w, \tau)}{kT} \left[1 + \xi_S \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \right] \int_0^{L_z} C_{100}(u, v, W, \tau) d W d w d v d u d \tau - \Omega \frac{2\pi D_{0L}}{L_x^2 L_y L_z} \times \\ & \times \sum_{n=1}^{\infty} F_{nC} c_n(x) c_n(y) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} \left[1 + \xi_S C_{100}(u, v, w, \tau) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \right] \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times n c_n(w) [1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(w, T)] \frac{\nabla_s \mu(u, v, w, \tau)}{kT} \int_0^{L_z} C_{000}(u, v, W, \tau) dW d w d v d u d \tau c_n(z) - \Omega \times \\ & \times \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} s_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) [1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(w, T)] \times \\ & \quad \times n \frac{\nabla_s \mu(u, v, w, \tau)}{kT} \left[1 + \xi_s C_{100}(u, v, w, \tau) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \right] \times \\ & \quad \times \int_0^{L_z} C_{000}(u, v, W, \tau) dW d w d v d u d \tau; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{011}(x, y, z, t) = & - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x^2 L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \times \\ & \times \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \frac{\partial C_{001}(u, v, w, \tau)}{\partial u} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \times \\ & \times n \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} s_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \int_0^{L_z} c_n(w) \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \frac{\partial C_{001}(u, v, w, \tau)}{\partial v} d w d v d u d \tau - \\ & - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} s_n(w) \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \times \\ & \times \frac{\partial C_{001}(u, v, w, \tau)}{\partial w} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \times \\ & \times n \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) C_{001}(u, v, w, \tau) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \frac{\partial C_{000}(u, v, w, \tau)}{\partial u} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \times \\ & \times \sum_{n=1}^{\infty} n c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} s_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) C_{001}(u, v, w, \tau) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \times \\ & \times F_{nC} \frac{\partial C_{000}(u, v, w, \tau)}{\partial v} d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \times \\ & \times n F_{nC} \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} s_n(w) C_{001}(u, v, w, \tau) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \frac{\partial C_{000}(u, v, w, \tau)}{\partial w} d w d v d u d \tau - \frac{2D_{0L}}{L_x L_y} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \Omega \frac{\pi}{L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \int_0^{L_z} C_{010}(u, v, W, \tau) dW \times \\
 & \times \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(w, T) \right] \frac{\nabla_s \mu(u, v, w, \tau)}{kT} \left[1 + \xi_S \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \right] d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} n \times \\
 & \times \Omega c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} s_n(v) \int_0^{L_z} \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(w, T) \right] \frac{\nabla_s \mu(u, v, w, \tau)}{kT} \times \\
 & \times F_{nC} c_n(w) \left[1 + \xi_S \frac{C_{000}^\gamma(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \right] \int_0^{L_z} C_{010}(u, v, W, \tau) dW d w d v d u d \tau - \Omega \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^{\infty} F_{nC} \times \\
 & \times n c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} s_n(u) \int_0^{L_y} c_n(v) \int_0^{L_z} \left[1 + \xi_S C_{010}(u, v, w, \tau) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \right] \times \\
 & \times c_n(w) \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(w, T) \right] \frac{\nabla_s \mu(u, v, w, \tau)}{kT} \int_0^{L_z} C_{000}(u, v, W, \tau) dW d w d v d u d \tau - \frac{2\pi D_{0L}}{L_x L_y L_z} \times \\
 & \times \Omega \sum_{n=1}^{\infty} n F_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t) \int_0^t e_{nC}(-\tau) \int_0^{L_x} c_n(u) \int_0^{L_y} s_n(v) \int_0^{L_z} c_n(w) \int_0^{L_z} C_{000}(u, v, W, \tau) dW \times \\
 & \times \left[1 + \varepsilon_{SL} g_{SL}(w, T) \right] \frac{\nabla_s \mu(u, v, w, \tau)}{kT} \left[1 + \xi_S C_{010}(u, v, w, \tau) \frac{C_{000}^{\gamma-1}(u, v, w, \tau)}{P^\gamma(w, T)} \right] d w d v d u d \tau.
 \end{aligned}$$

Анализ пространственно-временного распределения концентрации примеси проводился аналитически во втором приближении по параметрам, используемым в соответствующем ряде, и уточнялся численно.

Результаты анализа

В данном разделе проведем анализ перераспределения примеси в рассматриваемой Γ в течении отжига. Ранее было показано (см., например, [4-6,11]), что достижение примеси границ раздела между ЭС и П позволяет одновременно увеличить резкость p - n -перехода и равномерность распределения примеси в обогащенной ею области. На рис. 2 приведены распределения примеси в однородном материале и Γ при одинаковых значениях длительности отжига. Если уменьшить длительность отжига, распределение примеси

становится менее равномерным. Увеличение длительности отжига приводит к увеличению равномерности распределения примеси и снижению резкости $p-n$ -перехода. Обе закономерности приведены на рис. 3.

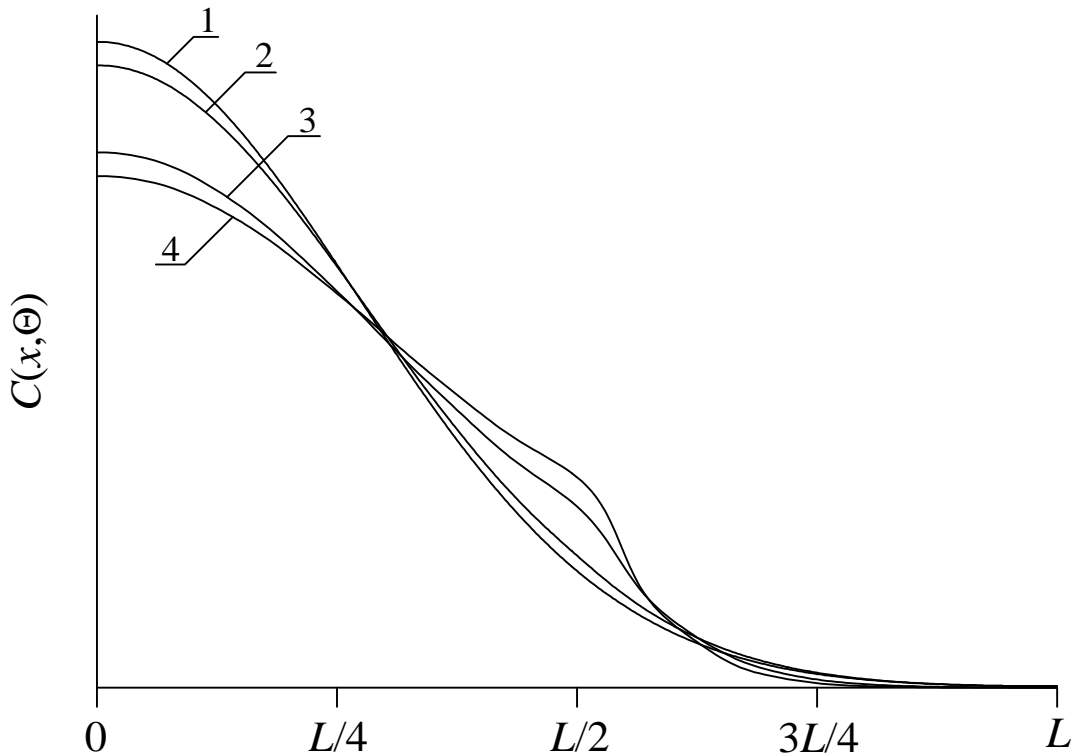


Рис. 2. Распределения примеси в однородном образце (кривая 1), а также в Γ (кривые 2-4) при $D_1=D_3>D_2$ и среднем значении коэффициента диффузии, совпадающем с коэффициентом диффузии в однородном образце. Кривая 2 соответствует отношению $D_1/D_2=1,2$. Кривая 3 соответствует отношению $D_1/D_2= 4,75$. Кривая 4 соответствует отношению $D_1/D_2=11,5$.

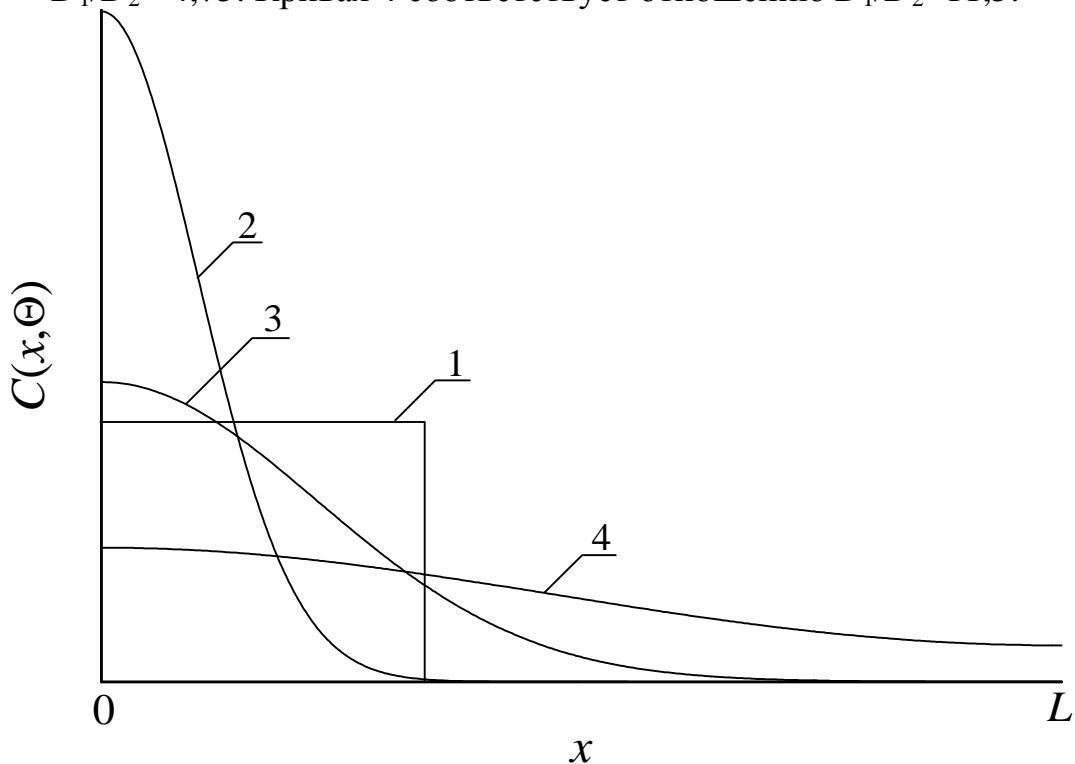


Рис. 3. Кривая 1 – идеализированное распределение примеси; кривые 2-4 – реальные распределения примеси в различные моменты времени, величина которых растет с номером кривых.

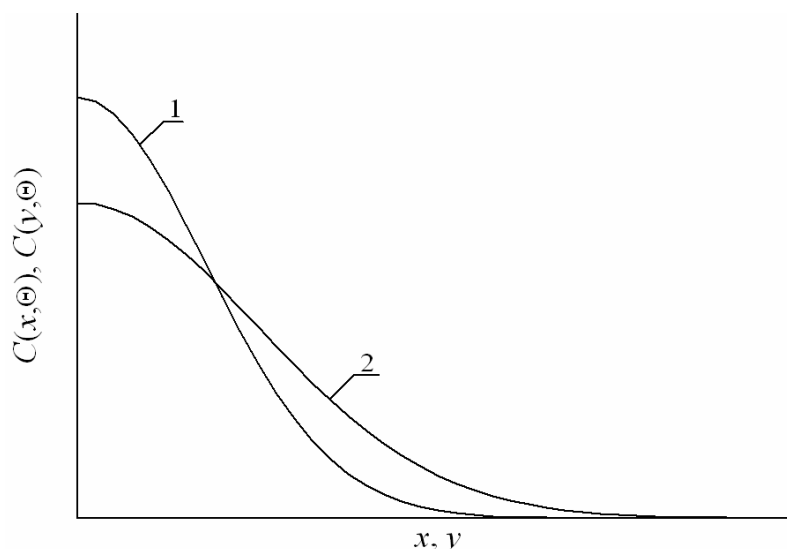


Рис. 4. Распределения примеси в направлении, перпендикулярном границе раздела между слоями Г. Кривая 1 соответствует отрицательному значению параметра несоответствия решетки между ЭС и П, а также положительному значению параметра несоответствия решетки между ЭС и ПС. Кривая 2 соответствует значениям параметра несоответствия решетки, противоположным значениям данного параметра для кривой 1.

В результате проведенного анализа было получено, что механическое напряжение в Г, возникающее за счет рассогласования постоянных решетки слоев, не приводит к качественным изменениям распределений примеси вглубь Г. Однако, механическое напряжение может привести к увеличению плотности p - n -переходов, входящих в состав ИС. Данное увеличение достигается за счет замедления боковой диффузии примеси, происходит при отрицательном значении параметра несоответствия решетки ϵ_0 между ЭС и П, а также при положительном значении параметра несоответствия решетки ϵ_0 между ЭС и ПС. Данная зависимость проиллюстрирована с помощью рис. 4.

Заключение

В данной работе анализ влияния механического напряжения в гетероструктуре на глубину залегания p - n -переходов и их плотность в интегральных схемах. Сформулированы условия, при которых увеличивается

плотность p - n -переходов.

Данная работа поддержана грантом президента России (проект № МК-548.2010.2).

Литература

- [1] A.B. Grebene. *Bipolar and MOS analogous integrated circuit design*. New York, John Wiley and Sons, 1983, 894p.
- [2] З.Ю. Готра. *Технология микроэлектронных устройств*. - М.: Радио и связь. 1991. 528с.
- [3] В.И. Лачин, Н.С. Савелов. *Электроника*. Ростов-на-Дону: Феникс, 2001. 446 с.
- [4] E.L. Pankratov. *Phys. Rev.* **В.** 2005. **V.72** (7). P. 075201-075208.
- [5] E.L. Pankratov, B. Spagnolo. *The Eur. Phys. J.* **В.** 2005. **V. 46** (1). P. 15-19.
- [6] E.L. Pankratov. *Mord. Phys. Lett.* **В.** 2010. **V. 24** (9). P. 867-895.
- [7] Y.W. Zhang, A.F. Bower. // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1999. **V.47**. P. 2273-2297.
- [8] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теоретическая физика. Т.7 (Теория упругости)*. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
- [9] К.В. Шалимова. *Физика полупроводников*. М.: Энергоатомиздат, 1985. 391 с.
- [10] В.Е. Кузьмичёв. *Законы и формулы физики*. Киев: Наукова Думка, 1989, 862 с.
- [11] E.L. Pankratov. *J. Appl. Phys.* 2008. **Vol. 103** (6). P. 064320-064330.
- [12] Ю.Д. Соколов // *Прикладная Механика*. 1955. **Т.1**, С. 23-35.

Приложение

Вторые приближения компонент вектора смещения имеют следующий вид

$$u_{x2}(x, y, z, t) = \alpha_{ux2} + u_{x1}(x, y, z, t) + \phi_1 \left\{ \frac{1}{6} \int_0^t \int_0^z \left[5 \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} \right] \frac{E(w)dw}{1 + \sigma(w)} (t - \tau) d\tau - \frac{t}{6} \int_0^t \int_0^z \left[5 \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} \right] \frac{E(w)dw}{1 + \sigma(w)} (t - \tau) d\tau - \frac{t}{6} \int_0^t \int_0^z \left[5 \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} \right] \frac{E(w)dw}{1 + \sigma(w)} (t - \tau) d\tau \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} \left] \frac{E(w)dw}{1+\sigma(w)} d\tau + \int_0^t (t-\tau) \int_0^z K(w) \left[\frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} \right] dw d\tau - t \int_0^z \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} \right] \times \\
 & \times K(w) dw d\tau + \frac{1}{2} \int_0^t (t-\tau) \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} \right] \frac{E(w)dw}{1+\sigma(w)} d\tau + \int_0^t (t-\tau) \times \\
 & \times \frac{1}{2} \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} \right] \frac{E(w)dw}{1+\sigma(w)} d\tau + \frac{1}{2} \int_0^t (t-\tau) \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} + \right. \\
 & \left. + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial w^2} \right] \frac{E(w)dw}{1+\sigma(w)} d\tau - \int_0^z \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial w^2} \right] \frac{E(w)dw}{1+\sigma(w)} d\tau \times \\
 & \times \frac{t}{2} - \frac{t}{2} \int_0^z \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} \right] \frac{E(w)dw}{1+\sigma(w)} d\tau + t \int_0^z \int_0^z K(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial x} \times \\
 & \times \chi(w) dw d\tau - \int_0^t (t-\tau) \int_0^z \rho(w) \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial \tau^2} dw d\tau - \int_0^t (t-\tau) \int_0^z K(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial x} \times \\
 & \times \chi(w) dw d\tau + t \int_0^z \int_0^z \rho(w) \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial \tau^2} dw d\tau - \alpha_{ux2} \Phi_{x0}(x, y, z, t) - \Phi_{x1}(x, y, z, t) \Big\}, \\
 & u_{y2}(x, y, z, t) = \alpha_{uy2} + u_{y1}(x, y, z, t) + \phi_1 \left\{ \int_0^t (t-\tau) \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} \right] \times \right. \\
 & \times \frac{E(w)dw}{2[1+\sigma(w)]} d\tau - \frac{t}{2} \int_0^z \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} \right] \frac{E(w)dw}{1+\sigma(w)} d\tau + \frac{1}{6} \int_0^t (t-\tau) \times \\
 & \times \int_0^z \left[5 \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, w, \tau)}{\partial y \partial w} \right] \frac{E(w)dw}{1+\sigma(w)} d\tau - \int_0^z \int_0^z K(w) \chi(w) \times \\
 & \times \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial y} dw (t-\tau) d\tau - \int_0^z \int_0^z \left[5 \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, w, \tau)}{\partial y \partial w} \right] \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{t E(w) d w}{6 [1 + \sigma(w)]} d \tau + t \int_0^z \int_0^z K(w) \chi(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial y} d w d \tau + \int_0^t (t - \tau) \int_0^z K(w) \left[\frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} + \right. \\ & + \left. \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial y \partial w} \right] d w d \tau - \int_0^z \int_0^z K(w) \left[\frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} + \right. \\ & + \left. \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial y \partial w} \right] d w d \tau + \frac{E(z)}{2 [1 + \sigma(z)]} \int_0^t (t - \tau) \left[\frac{\partial u_{y1}(x, y, z, \tau)}{\partial z} + \frac{\partial u_{z1}(x, y, z, \tau)}{\partial y} \right] d \tau - \frac{t}{2} \times \\ & \times \frac{E(z)}{1 + \sigma(z)} \int_0^\infty \left[\frac{\partial u_{y1}(x, y, z, \tau)}{\partial z} + \frac{\partial u_{z1}(x, y, z, \tau)}{\partial y} \right] d \tau - \int_0^t (t - \tau) \int_0^z \rho(w) \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial \tau^2} d w d \tau + \\ & + \int_0^z \int_0^z \rho(w) \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial \tau^2} d w d \tau - \alpha_{y2} \Phi_{y0}(x, y, z, t) - \Phi_{y1}(x, y, z, t) \Big\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{z2}(x, y, z, t) = & \alpha_{z2} + u_{z1}(x, y, z, t) + \phi_1 \left\{ \int_0^t (t - \tau) \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} \right] \times \right. \\ & \times \frac{E(w) d w}{2 [1 + \sigma(w)]} d \tau - \frac{t}{2} \int_0^z \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, w, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, w, \tau)}{\partial x \partial w} \right] \frac{E(w) d w}{1 + \sigma(w)} d \tau \frac{1}{2} \int_0^t (t - \tau) \times \\ & \times \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial y \partial w} \right] \frac{E(w) d w}{1 + \sigma(w)} d \tau - \int_0^t (t - \tau) \int_0^z \chi(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial w} \times \\ & \times K(w) d w d \tau - \frac{t}{2} \int_0^z \int_0^z \left[\frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, w, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, w, \tau)}{\partial y \partial w} \right] \frac{E(w) d w}{1 + \sigma(w)} d \tau + t \int_0^z \int_0^z K(w) \times \\ & \times \chi(w) \frac{\partial T(x, y, w, \tau)}{\partial w} d w d \tau + \frac{E(z)}{6 [1 + \sigma(z)]} \int_0^t (t - \tau) \left[5 \frac{\partial u_{z1}(x, y, z, \tau)}{\partial z} - \frac{\partial u_{x1}(x, y, z, \tau)}{\partial x} - \right. \\ & - \left. \frac{\partial u_{y1}(x, y, z, \tau)}{\partial y} \right] d \tau + \int_0^t (t - \tau) \left[\frac{\partial u_{x1}(x, y, z, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial u_{y1}(x, y, z, \tau)}{\partial y} + \frac{\partial u_{z1}(x, y, z, \tau)}{\partial z} \right] d \tau \times \\ & \times K(z) - \frac{t E(z)}{6 [1 + \sigma(z)]} \int_0^\infty \left[5 \frac{\partial u_{z1}(x, y, z, \tau)}{\partial z} - \frac{\partial u_{x1}(x, y, z, \tau)}{\partial x} - \frac{\partial u_{y1}(x, y, z, \tau)}{\partial y} \right] d \tau - \end{aligned}$$

$$-t K(z) \int_0^{\Theta} \left[\frac{\partial u_{x1}(x, y, z, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial u_{y1}(x, y, z, \tau)}{\partial y} + \frac{\partial u_{z1}(x, y, z, \tau)}{\partial z} \right] d\tau - \Phi_{z1}(x, y, z, t) - \alpha_{z2} \Phi_{z0}(x, y, z, t) \}.$$

Вычисление параметров $\alpha_{u\beta 2}$ приводит к следующему результату

$$\begin{aligned} \alpha_{ux2} = & L_z \int_0^{\Theta} \frac{(\Theta-t)^2}{12} \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} \left[5 \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial z} \right] \times \\ & \times E(z) \frac{(L_z - z)}{1 + \sigma(z)} d z d y d x d t - \frac{\Theta^2}{12} \int_0^{\infty} \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} \left[5 \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} - \right. \\ & \left. - \frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial z} \right] \frac{E(z)(L_z - z)}{1 + \sigma(z)} d z d y d x d t + \int_0^{\Theta} \frac{(\Theta-t)^2}{2} \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} K(z)(L_z - z) \times \\ & \times \left[\frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial z} \right] d z d y d x d t - \int_0^{\infty} \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} K(z) \times \\ & \times (L_z - z) \frac{\Theta^2}{2} \left[\frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial z} \right] d z d y d x d t + \\ & + \int_0^{\Theta} \frac{(\Theta-t)^2}{2} \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} E(z) \frac{(L_z - z)}{1 + \sigma(z)} \left[\frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} \right] d z d y d x d t + \\ & + \int_0^{\Theta} \frac{(\Theta-t)^2}{2} \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} E(z) \frac{(L_z - z)}{1 + \sigma(z)} \left[\frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] d z d y d x d t - \frac{\Theta^2}{4} \times \\ & \times \int_0^{\infty} \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} E(z) \frac{(L_z - z)}{1 + \sigma(z)} \left[\frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} \right] d z d y d x d t + \frac{1}{4} \int_0^{\Theta} (\Theta-t)^2 \times \\ & \times \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} E(z) \frac{(L_z - z)}{1 + \sigma(z)} \left[\frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] d z d y d x d t + \frac{\Theta^2}{2} X_{x0}(\infty) + \\ & + \frac{\Theta^2}{2} \int_0^{\infty} \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} (L_z - z) \rho(z) \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial t^2} d z d y d x d t - \int_0^{\Theta} (\Theta-t) \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} u_{x1}(x, y, z, t) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times (L_z - z) \rho(z) dz dy dx dt + \frac{\Theta^2}{2} \int_{-L_x}^{\infty} \int_{-L_y}^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} (L_z - z) \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial t^2} dz dy dx dt - \\
 & \quad - \frac{1}{2} X_{x2}(\Theta) \left. \right\} / 4 \Theta L \int_0^{L_z} (L_z - z) \rho(z) dz, \\
 \alpha_{uy2} = & L_z \left\{ \frac{1}{2} \int_{-L_x}^{\Theta} \int_{-L_y}^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} E(z) \frac{(L_z - z)}{1 + \sigma(z)} \left[\frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} \right] dz dy dx \times \right. \\
 & \times (\Theta - \tau)^2 dt - \int_{-L_x}^{\infty} \int_{-L_y}^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} E(z) \frac{(L_z - z)}{1 + \sigma(z)} \left[\frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} \right] dz dy dx dt \times \\
 & \times \frac{\Theta^2}{2} + \int_0^{\Theta} \frac{(\Theta - \tau)^2}{12} \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} \frac{(L_z - z)}{1 + \sigma(z)} \left[5 \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial y \partial z} \right] \times \\
 & \times E(z) dz dy dx dt - \frac{\Theta^2}{12} \int_{-L_x}^{\infty} \int_{-L_y}^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} E(z) \frac{(L_z - z)}{1 + \sigma(z)} \left[5 \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} - \right. \\
 & \left. - \frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial y \partial z} \right] dz dy dx dt - \frac{X_{y2}(\Theta)}{2} + \frac{\Theta^2}{2} X_{y0}(\infty) + \int_0^{\Theta} \frac{(\Theta - t)^2}{2} \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} (L_z - z) \times \\
 & \times K(z) \left[\frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial y \partial z} \right] dz dy dx dt - \frac{\Theta^2}{2} \times \\
 & \times \int_{-L_x}^{\infty} \int_{-L_y}^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} K(z) (L_z - z) \left[\frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial y \partial z} \right] dz dy dx dt + \\
 & + \int_0^{\Theta} \frac{(\Theta - \tau)^2}{2} \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} \left[\frac{\partial u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial z} + \frac{\partial u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial y} \right] \frac{E(z) dz}{1 + \sigma(z)} dy dx dt - \frac{\Theta^2}{2} \times \\
 & \times \int_{-L_x}^{\infty} \int_{-L_y}^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} \left[\frac{\partial u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial z} + \frac{\partial u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial y} \right] \frac{E(z) dz}{1 + \sigma(z)} dy dx dt - \frac{1}{2} \int_{-L_x}^{\Theta} \int_{-L_y}^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} \rho(z) \times \\
 & \times \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial t^2} dz dy dx (\Theta - t)^2 dt + \frac{\Theta^2}{2} \int_{-L_x}^{\infty} \int_{-L_y}^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} \rho(z) \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial t^2} dz dy \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times d x d t - \int_{0-L_x}^{\Theta} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} (L_z - z) \rho(z) u_{y1}(x, y, z, t) d z d y d x d t \Bigg\} / 4 \Theta L \int_0^{L_z} (L_z - z) \rho(z) d z, \\
 & \alpha_{z2} = L_z \left\{ \frac{1}{2} \int_{0-L_x}^{\Theta} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} E(z) \frac{(L_z - z)}{1 + \sigma(z)} \left[\frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial z} \right] d z d y d x \times \right. \\
 & \times (\Theta - t)^2 d t - \int_{0-L_x}^{\infty} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} E(z) \frac{(L_z - z)}{1 + \sigma(z)} \left[\frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x \partial z} \right] d z d y d x d t \times \\
 & \times \frac{\Theta^2}{2} + \int_0^{\Theta} \frac{(\Theta - t)^2}{2} \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} E(z) \left[\frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial y \partial z} \right] d z d y d x d t - \frac{\Theta^2}{2} \times \\
 & \times \int_{0-L_x}^{\infty} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} \frac{E(z)(L_z - z)}{1 + \sigma(z)} \left[\frac{\partial^2 u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial y \partial z} \right] d z d y d x d t + \frac{\Theta^2}{2} X_{z0}(\infty) - \\
 & - \frac{X_{z2}(\Theta)}{2} + \int_0^{\Theta} \frac{(\Theta - t)^2}{12} \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} \left[5 \frac{\partial u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial z} - \frac{\partial u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x} - \frac{\partial u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial y} \right] \times \\
 & \times \frac{E(z) d z}{1 + \sigma(z)} d y d x d t - \int_{0-L_x}^{\infty} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} \left[5 \frac{\partial u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial z} - \frac{\partial u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x} - \frac{\partial u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial y} \right] \times \\
 & \times \frac{E(z) d z}{1 + \sigma(z)} d y d x d t \frac{\Theta^2}{12} + \int_0^{\Theta} \frac{(\Theta - t)^2}{2} \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} K(z) \left[\frac{\partial u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x} + \frac{\partial u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial y} + \right. \\
 & \left. + \frac{\partial u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] d z d y d x d t - \frac{\Theta^2}{2} \int_{0-L_x}^{\infty} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} K(z) \left[\frac{\partial u_{x1}(x, y, z, t)}{\partial x} + \frac{\partial u_{y1}(x, y, z, t)}{\partial y} + \right. \\
 & \left. + \frac{\partial u_{z1}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] d z d y d x d t - \int_{0-L_x}^{\Theta} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} (L_z - z) \rho(z) u_{z1}(x, y, z, t) d z d y d x d t \Bigg\} \times \\
 & \times \left[4 \Theta L \int_0^{L_z} (L_z - z) \rho(z) d z \right]^{-1}.
 \end{aligned}$$