DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.9.7

УДК: 537.874.4:620.179.1

Разрешающая способность диагностики пищевых слоистых сред методом резонансного рассеяния

А.Л. Делицын

**Российский биотехнологический университет (РОСБИОТЕХ),
Россия, Москва**

Статья поступила в редакцию 10 августа 2026 г.

Аннотация. Рассмотрена задача ранней электромагнитной диагностики появления нежелательных слоев в пищевых слоистых средах. Особенностью актуальных задач является, с одной стороны, малая толщина слоя – от 20 мкм, а с другой стороны, высокая контрастность основного слоя среды и нежелательного отслаивающегося. Стандартные методы электромагнитной диагностики не позволяют распознать слои толщиной 20 мкм. Метод основан на определении зависимости коэффициента отражения падающего поля от частоты. Подбор просветляющих слоев позволяет добиться малого коэффициента отражения на резонансной частоте, при этом появление дополнительного слоя толщиной от 20 до 50 мкм на порядок меняет величину коэффициента отражения. Уже для слоя толщиной 20 мкм меняется не только величина, но качественный вид частотной зависимости коэффициента отражения, что проявляется в появлении двух, а не одного провалов у коэффициента отражения. Вид коэффициента отражения позволяет определить толщину нежелательного слоя в представляющем интерес диапазоне 20-50 мкм. Основное содержание рассматриваемого метода заключается в применении, в целях увеличения способности обнаружения нежелательного слоя, высокой чувствительности коэффициента отражения на резонансной

частоте к изменению комплексной диэлектрической проницаемости слоистой среды.

Ключевые слова: резонансное рассеяние, диэлектрические среды с потерями, пищевые слоистые среды, просветление оптики.

Автор для переписки: Делицын Андрей Леонидович, delitsyn@mail.ru

Введение

Проблема ранней диагностики появления отслоившихся слоев от основного, является крайне актуальной в приложениях к пищевой промышленности, поскольку, появившись, подобные слои могут расти и привести к полной непригодности продукции. В качестве примера подобной задачи, для характерных параметров которой мы будем проводить дальнейшее исследование, приведем проблему обнаружения отслоившегося слоя сыворотки в майонезе [1-5]. На начальной стадии толщина слоя сыворотки весьма мала – интерес представляет слой, начиная с 20 мкм. Толщина слоя 50 мкм представляется уже потенциально опасной, а 100 мкм – критичной. Существуют различные методы диагностики слоев – от визуального контроля, который позволяет определить появление слоя на поздней стадии (при толщине 1 мм), до ультразвуковых и электромагнитных [1-5]. Стандартное применение ультразвукового или электромагнитного зондирования также сталкивается с проблемой тонких слоев и дает возможность надежно обнаруживать слои с толщиной не менее 100 мкм. Таким образом, существует проблема определения слоев с толщиной меньше 100 мкм, особенно 20-50 мкм.

В настоящей работе рассматривается вопрос об увеличении разрешающей способности метода электромагнитного зондирования, основанного на зависимости коэффициента отражения от частоты. Основным методом, позволяющим поднять точность разрешения, является применение трех просветляющих слоев для майонеза без отслоившегося слоя сыворотки, позволяющих на определенной частоте достичь слабого отражения от границы пищевой среды. Основная цель применения нескольких просветляющих слоев, а не одного аналога

четвертьволнового слоя для прохождения излучения в поглощающую среду заключается в более сложном характере изменения резонансного отражения. При применении стандартного метода добавление контрастного слоя приводит к изменению только количественных характеристик коэффициента отражения, т.е. изменяется глубина провала и он смещается по частоте. Использование более сложного многослойного метода просветления изменяет еще и качественное поведение коэффициента отражения и вместо одного провала кривой возникает двойной провал. При появлении дополнительного слоя сыворотки происходит резкое изменение коэффициента отражения. Для задания зависимости диэлектрической проницаемости сыворотки от частоты в пределах 1-35 ГГц используется принятая в приложениях к пищевым средам модель Дебая-Коула, для майонеза используется модель Лойенга [6]. Диэлектрическая проницаемость майонеза в интервале 17-19 ГГц меняется в пределах от $\varepsilon = 9{,}83 + i7{,}54$ до $\varepsilon = 8{,}54 + i6{,}97$, а граничные значения для сыворотки $\varepsilon = 41 + i36{,}68$ и $\varepsilon = 37{,}58 + i36{,}61$. Особенностью рассматриваемых сред является значительное отличие диэлектрической проницаемости отслоившегося слоя от характеристик исходной среды. Это приводит к чувствительности коэффициента отражения при появлении весьма тонкого с точки зрения характерных параметров данной системы, но весьма контрастного слоя.

Применение просветляющих слоев является классической областью электродинамики. При проектировании зеркал с заданными характеристиками отражения широко применяются различные методы, начиная от метода обратной задачи рассеяния и кончая различными схемами теории оптимального управления. Значительные успехи были достигнуты, например, в работах [7-9]. Поэтому представляется перспективным применение подобных методов в задачах диагностики слоистых сред пищевой промышленности. В настоящей работе рассматривается предварительная задача определения маркера появления слоя на основе резонансного рассеяния.

1. Постановка задачи

Сформулируем постановку задачи в наиболее простой форме, отражающей принципиальную суть рассматриваемого метода. В различных конкретных ситуациях геометрия задачи и способ возбуждения электромагнитных волн могут усложняться, но в данной статье мы ограничиваемся наиболее простым случаем, который охватывает основные черты задачи. Рассматриваем слой диэлектрика, цилиндрическую область (см. рис. 1), заполненную пищевой средой – в нашем случае майонезом. Высоту цилиндра полагаем равной 240 мм. Верхняя граница цилиндра покрыта идеально проводящим металлом. Снизу цилиндр ограничен слоем диэлектрика прозрачного, для электромагнитного излучения. Считаем, что диэлектрический цилиндр помещен в металлический экран. Таким образом, снизу возможно облучение среды падающей волноводной модой. Учитывая цилиндрическую геометрию области и слоистость среды, задача сводится к одномерной по координате, направленной вдоль оси цилиндра. В первом приближении, для того чтобы исключить дополнительные чисто технические вопросы описания волноводных мод и сконцентрироваться на поведении коэффициента отражения, будем рассматривать задачу как задачу электродинамики слоистых сред, считая, что падающее поле – плоская волна. Уточнению модели будет посвящена дальнейшая работа, и в данном сообщении мы ограничиваемся слоистой моделью. Под дном цилиндра дополнительно расположим тонкие просветляющие слои. Выбором толщин слоев и их диэлектрических проницаемостей добьемся наличия резонансной частоты, на которой коэффициент отражения меньше 13 %. Основная цель работы в том, чтобы продемонстрировать, как сильно меняется коэффициент отражения при добавлении слоя сыворотки. Заметим, что слой сыворотки, как правило, опускается на дно майонеза, т.е. в область, граничащую с просветляющими слоями, что приводит к сильной зависимости коэффициента отражения.

Математически задача формулируется следующим образом. Рассматривается уравнение:

$$u'' + k^2 \varepsilon(x) u = 0, -\infty < x < L, k = \frac{\omega}{c}, \quad (1)$$

где k – волновое число, ω – круговая частота.

Функция $\varepsilon(x)$ – кусочно-постоянная:

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} \varepsilon_0, x < 0 \\ \varepsilon_i, x_i < x < x_{i+1}, i = 0, \cdots, N, x_{N+1} = L \end{cases},$$

где N – число слоев, ε_i – постоянные, в общем случае комплексные.

На верхней границе $x = L$ ставится условие:

$$u(L) = 0. \quad (2)$$

На границах разрыва ε применяем условия сопряжения:

$$u(x_j - 0) = u(x_j + 0), u'(x_j - 0) = u'(x_j + 0). \quad (3)$$

При $x < 0$ поставим условия излучения:

$$u = e^{ikx} + re^{-ikx}, x < 0. \quad (4)$$

Коэффициент отражения неизвестен и определяется из задачи (1)-(4).

2. Рекуррентные формулы для вычисления коэффициента отражения

Для определения коэффициента отражения r воспользуемся известным методом [10], связанным с возможностью выписывания вида решения в областях $x_j < x < x_{j+1}$ в явном виде:

$$u = r_j e^{-ik_j x} + t_j e^{ik_j x}, x_j < x < x_{j+1},$$

где $k_j = k\sqrt{\varepsilon_j}$. Напомним основные формулы для связности изложения.

Учитывая условия сопряжения (3), приравнивая на границах слоев x_i логарифмические производные u получим:

$$\frac{-ik_j r_j e^{-ik_j x_{j+1}} + ik_j t_j e^{ik_j x_{j+1}}}{r_j e^{-ik_j x_{j+1}} + t_j e^{ik_j x_{j+1}}} = \frac{-ik_{j+1} r_{j+1} e^{-ik_{j+1} x_{j+1}} + ik_{j+1} t_{j+1} e^{ik_{j+1} x_{j+1}}}{r_{j+1} e^{-ik_{j+1} x_{j+1}} + t_{j+1} e^{ik_{j+1} x_{j+1}}}.$$

Отсюда для величин $Z_j = \frac{r_j}{t_j} e^{-i2k_j x_j}$ с учетом краевого условия (2) имеем рекуррентную формулу:

$$\frac{1-Z_j}{1+Z_j} = \frac{k_{j+1}}{k_j} \frac{1-Z_{j+1} e^{i2k_{j+1} h_{j+1}}}{1+Z_{j+1} e^{i2k_{j+1} h_{j+1}}},$$

где $Z_N = 0, h_{j+1} = x_{j+2} - x_{j+1}, j = 0, \cdots, N-1$ или:

$$Z_j = \frac{1-d_j}{1+d_j},$$

где $d_j = \frac{k_{j+1}}{k_j} \frac{1-Z_{j+1} e^{i2k_{j+1} h_{j+1}}}{1+Z_{j+1} e^{i2k_{j+1} h_{j+1}}}$.

В результате за конечное число шагов находим коэффициент отражения:

$$r = Z(0).$$

Зависимость $r(k)$ при подборе толщин и диэлектрических проницаемостей просветляющих слоев позволит определить появление тонкой пленки сыворотки.

Рассмотрим вначале поведение коэффициента отражения $r(k)$ при отсутствии просветляющих слоев. Используем следующие параметры для вычислений:

x = 0 мм – точка, в которой вычисляется коэффициент отражения;

x = 6,5 мм – положение нижней границы слоя майонеза;

x = 240 мм – положение верхней границы майонеза.

Толщину слоя сыворотки возьмем 20 мкм. Помимо вычисления коэффициента отражения для майонеза, вычислим коэффициент отражения для майонеза, от которого отслоилась сыворотка. Тогда:

x = 6,5мм – положение нижней границы сыворотки, а

x = 6,52 мм – положение верхней границы.

На рис. 1 показаны графики зависимости модуля коэффициента отражения $r(k)$ от частоты.

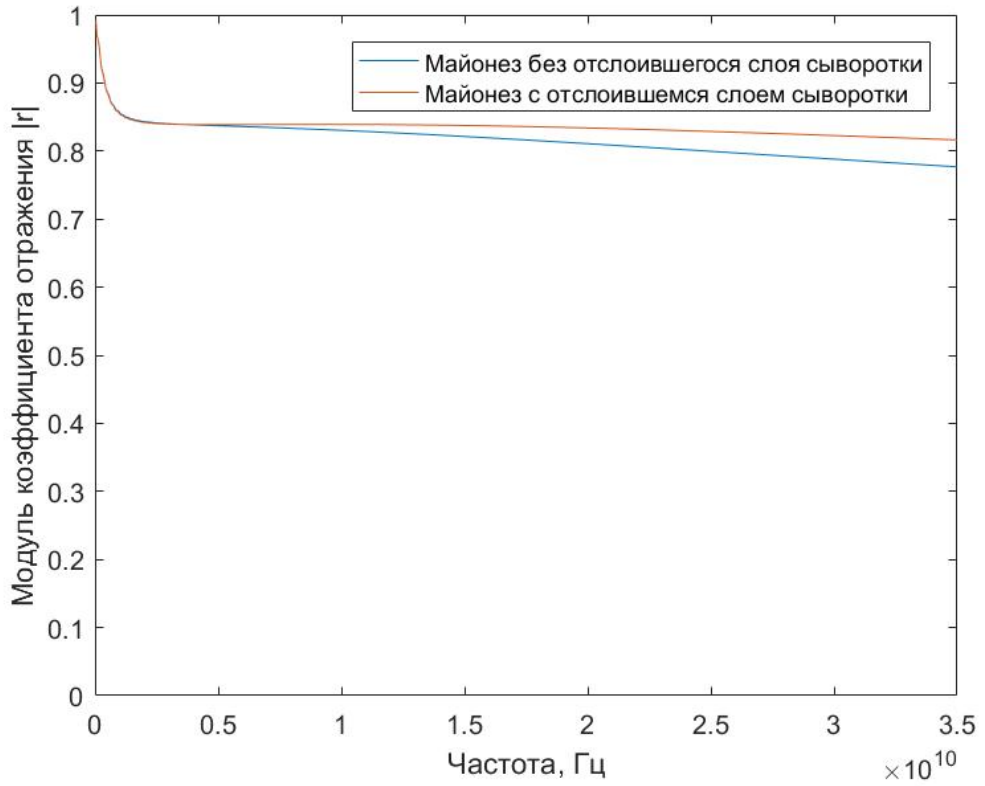


Рис. 1. Модуль коэффициента отражения от майонеза без слоя сыворотки и со слоем в отсутствие просветляющих слоев. Толщина слоя 20 мкм.

Хотя происходит изменение поведения коэффициента отражения, но для устойчивого определения наличия слоя сыворотки в условиях неидеальной системы и помех, интерес представляет более четкая характеристика. Для этого добавим три слоя, координаты границ которых равняются x_0 = 0 мм, x_1 = 1,62 мм, x_2 = 2,5 мм, x_3 = 6,5 мм.

Диэлектрические проницаемости равны $\varepsilon = 8,\ x_0 < x < x_1,\ \varepsilon = 17,81,\ x_1 < x < x_2,$ $\varepsilon = 4,685,\ x_2 < x < x_3.$ Заметим, что просветляющие слои не имеют поглощения, которое неизбежно имел бы часто применяемый согласующий четвертьволновой

слой. В результате на частоте 18,27 ГГц коэффициент отражения падает примерно до 13 %. Сравнивая результаты зависимости модуля коэффициента отражения для майонеза без сыворотки и с сывороткой толщины слоя 50 мкм, наблюдаем качественно различное поведение коэффициента отражения (рис. 2).

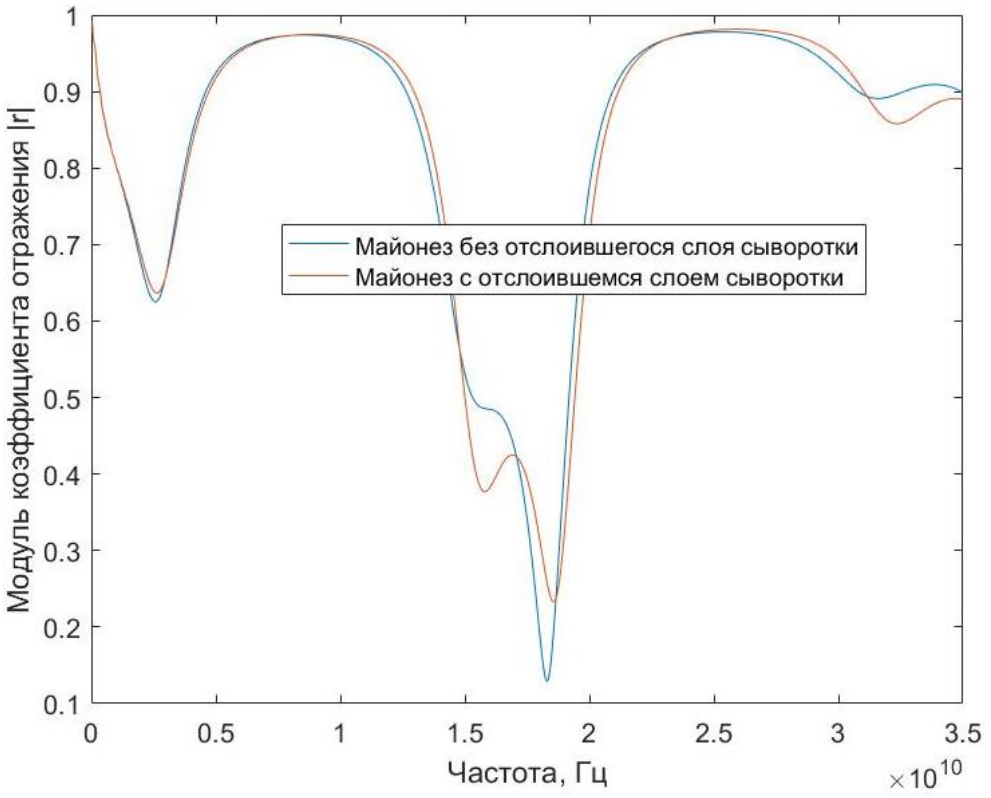


Рис. 2. Модуль коэффициента отражения от майонеза без слоя сыворотки и со слоем при введении просветляющих слоев. Толщина слоя 20 мкм.

Вместо одного провала появляется два, что приводит не только количественному, но и качественному маркеру появления слоя, одновременно давая способ определить его толщину. Появляется локальный максимум, коэффициент отражения при котором равен 43 %. Минимум кривой для майонеза без слоя поднимается на 10 % до 23 %. Второй минимум равен 38 %. На рис. 3-5 продемонстрировано поведение модуля коэффициента отражения для толщин слоя 30-50 мкм.

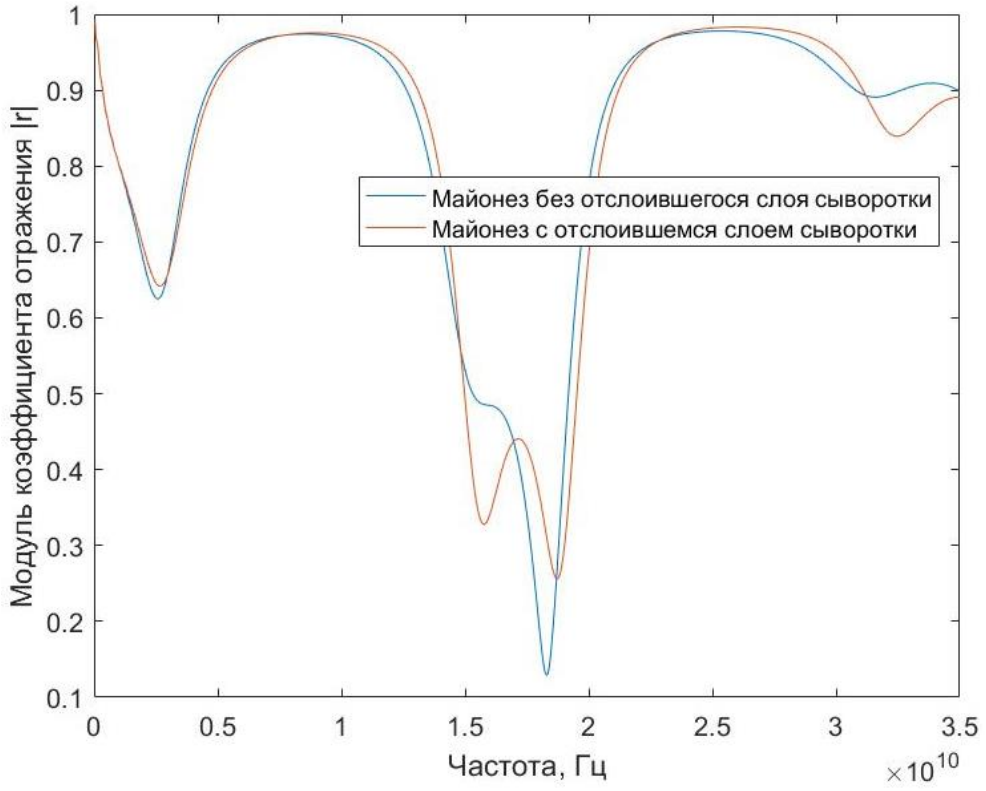


Рис. 3. Модуль коэффициента отражения от майонеза без слоя сыворотки и со слоем при введении просветляющих слоев. Толщина слоя 30 мкм.

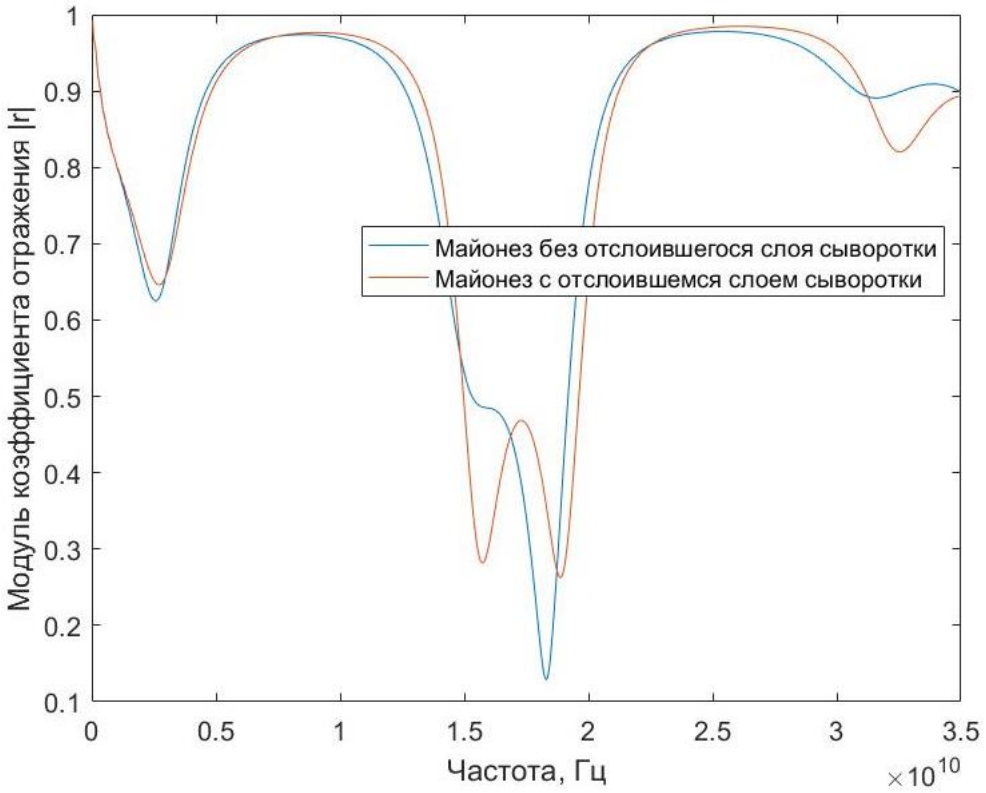


Рис. 4. Модуль коэффициента отражения от майонеза без слоя сыворотки и со слоем при введении просветляющих слоев. Толщина слоя 40 мкм.

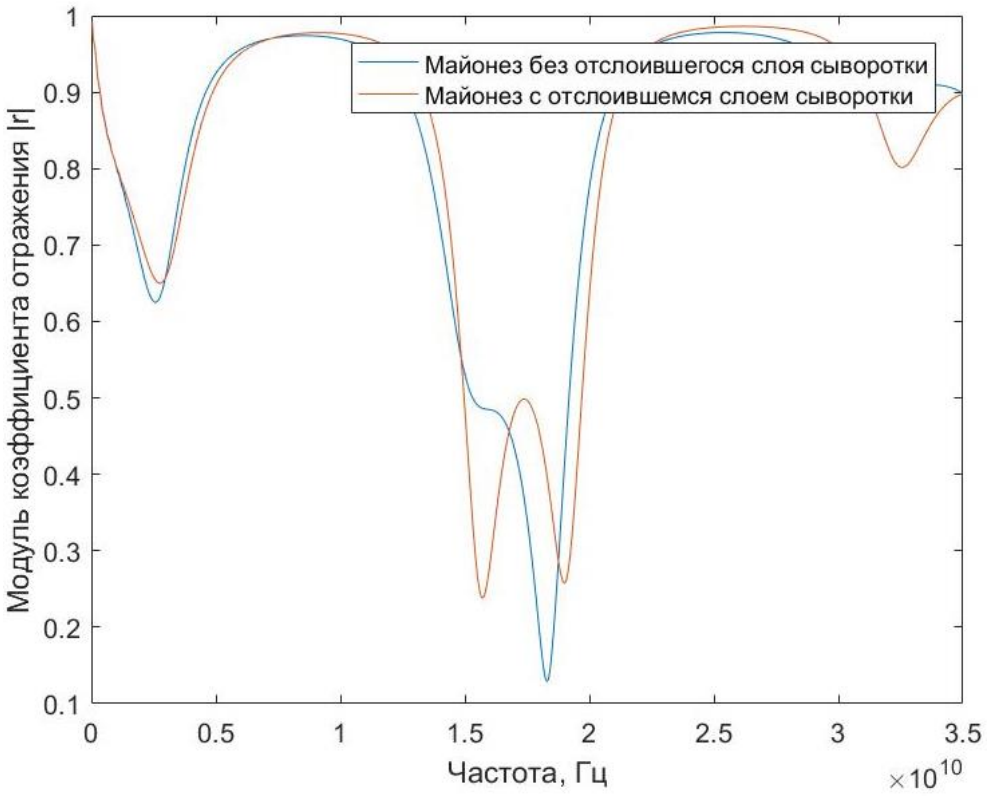


Рис. 5. Модуль коэффициента отражения от майонеза без слоя сыворотки и со слоем при введении просветляющих слоев. Толщина слоя 50 мкм.

Для толщины 50 мкм поведение кривых для майонеза без сыворотки и с сывороткой качественно и количественно различаются еще заметнее. Заметим, что для толщины слоя 20 мкм коэффициент отражения составляет примерно 13 % для майонеза без слоя и 23 % при наличии слоя даже для основного минимума. Таким образом, помимо маркера, основанного на качественном изменении поведения кривой, количественное различие кривых представляется достаточным для определения наличия слоя и оценки его толщины.

Заключение

Предложен метод диагностики слоистых пищевых сред, основанный на резонансном поведении коэффициента отражения при дополнительном введении просветляющих слоев. Проведены численные эксперименты, показывающие возможность определения появления слоев и оценки их толщины. При толщине слоя 20 мкм изменение коэффициента отражения при появлении дополнительного слоя носит не только количественный, но и качественный

характер. Метод, основанный на резонансном поведении коэффициента отражения, позволяет определить как появление отслоившегося слоя, так и его толщину.

Литература

1. McClements D. J. Critical review of techniques and methodologies for characterization of emulsion stability. *Critical Reviews in Food Science and Nutrition*. 2007. Vol. 47, № 7. P. 611–649. https://doi.org/10.1080/10408390701289292
2. Tianlong Xiao, Xiaojie Ma, Hui Hu, Fei Xiang, Xinyu Zhang, Yichen Zheng, Hao Dong, Benu Adhikari, Qiang Wang, Aimin Shi. Advances in emulsion stability: A review on mechanisms, role of emulsifiers, and characterization techniques. *Food Chemistry: X*. 2025. Vol. 29. P. 102792. https://doi.org/10.1016/j.fochx.2025.102792
3. Coskun M., Argun S., Kirtil E. Improving the physical stability of virgin olive oil mayonnaise. *Journal of Advanced Research in Natural and Applied Sciences*. 2022. Vol. 8, Iss. 4. P. 543–551.
4. Alexander M., Dalgleish D. G. Dynamic light scattering techniques and their applications in food science. *Food Biophysics*. 2006. Vol. 1, Iss. 1. P. 2–13.
5. Larson R. G. The Structure and Rheology of Complex Fluids. Oxford: Oxford University Press, 1999. 68 p.
6. Sjoblom J. *Encyclopedic Handbook of Emulsion Technology*. New York, CRC Press, 2001. 760 p.
7. Свешников А. Г., Тихонравов А. В., Трубецков М. К. Нелокальный метод оптимизации многослойных оптических систем. *Математическое моделирование*. 1995. Т. 7, № 8. С. 105–127.
8. Свешников А. Г., Тихонравов А. В. Математические методы в задачах анализа и синтеза слоистых сред. *Математическое моделирование*. 1989. Т. 1, № 7. С. 13–38.

9. Тихонравов А. В. Синтез слоистых сред с заданными амплитудно-фазовыми свойствами. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 1985. Т. 25, № 11. С. 1674–1688.

10. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. Москва : Наука, 1973. 343 с.

Для цитирования:

Делицын А.Л. Разрешающая способность диагностики пищевых слоистых сред методом резонансного рассеяния // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – № 9. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.9.7