DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.9.11
УДК: 531.383; 519.6

Моделирование дрейфа нуля в волоконно-оптическом гироскопе на основе метода Dynamic Mode Decomposition (DMD)

А.А. Фомичев [1,2], Д.Н. Минюшкин [1], А.Б. Тарасенко [1,2], А.В. Брага [1], Е.О. Коробкина [1]

[1] Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Россия, Долгопрудный
[2] Акционерное общество «ЛАЗЕКС», Россия, Долгопрудный

Статья поступила в редакцию 17 августа 2026 г.

Аннотация. Целью работы является разработка вычислительно эффективного метода моделирования температурного дрейфа нуля волоконно-оптического гироскопа, пригодного для последующего использования в алгоритмах компенсации ошибок инерциальной навигационной системы. Для исследования тепловых процессов выполнено трехмерное нестационарное численное моделирование температурного состояния оптоволоконной намотки с учетом анизотропии теплопереноса. Расчетная модель сопоставлена с результатами климатических испытаний гироскопа, в ходе которых регистрировались температура в нескольких точках конструкции и изменение дрейфа нуля. Для описания влияния температурного состояния намотки на выходной сигнал введена интегральная характеристика, отражающая накопленное изменение температуры по объему оптического волокна. Показано, что ее временная зависимость согласуется с характерными участками роста и спада экспериментально измеренного дрейфа нуля. Для установления количественной связи между температурным состоянием и дрейфом рассмотрены линейная, квадратичная и кубическая регрессионные зависимости. Наилучшее

соотношение точности и сложности обеспечивается квадратичной моделью. Для сокращения вычислительных затрат полное температурное поле заменено низкоразмерным представлением, динамика которого восстанавливается методом динамического разложения по модам с учетом внешнего температурного воздействия. Полученная редуцированная модель обеспечивает высокую степень соответствия результатам исходного численного расчета и сохраняет точность прогнозирования дрейфа нуля. Коэффициент детерминации при восстановлении интегральной температурной характеристики составляет 0,9903, а при моделировании дрейфа нуля с использованием квадратичной зависимости – 0,9788. Время одной итерации редуцированной модели составляет 0,019 мс по сравнению с 13,279 мс для исходного численного расчета. Результаты демонстрируют возможность построения бортового алгоритма повышения точности показаний волоконно-оптического гироскопа на основе предложенного подхода.

Ключевые слова: волоконно-оптический гироскоп, температурный дрейф нуля, температурная компенсация, редуцированная модель.

Автор для переписки: Брага Александр Валерьевич, braga.av@phystech.edu

Введение

Развитие беспилотных и автономных технических систем предъявляет повышенные требования к точности и устойчивости навигационного обеспечения. При ограниченной или недоступной спутниковой навигации определение параметров движения осуществляется средствами инерциальной навигации, в состав которых входят гироскопические датчики. В сегменте средней и высокой точности широкое применение получили волоконно-оптические гироскопы (ВОГ), характеризующиеся отсутствием механически подвижных элементов, высоким ресурсом и возможностью построения малогабаритных инерциальных измерительных систем [1–3]. Современные ВОГ применяются в авиационной, космической, наземной, морской и другой технике, где требуется автономное определение параметров ориентации и движения [1].

Принцип действия ВОГ основан на эффекте Саньяка: угловое движение волоконного контура приводит к возникновению разности фаз между оптическими волнами, распространяющимися во встречных направлениях [2, 3]. Одним из факторов, ограничивающих точность прибора, является изменение его характеристик под действием температуры. Неоднородный и нестационарный прогрев волоконной катушки приводит к возникновению дополнительной невзаимной разности фаз и, как следствие, к изменению выходного сигнала гироскопа [4–6]. Величина температурной составляющей погрешности определяется как температурным состоянием чувствительного элемента, так и пространственным распределением температуры, скоростью ее изменения, параметрами волокна и конструктивным исполнением катушки.

Существующие подходы к исследованию и компенсации теплового дрейфа ВОГ можно условно разделить на физически ориентированные и алгоритмические. Первый подход основан на построении математической модели теплового состояния гироскопа и последующем расчете связанного с ним дрейфа. Для этого применяются нестационарные модели теплопереноса и методы конечных элементов [5, 7, 8]. С целью сокращения вычислительных затрат отдельные витки оптического волокна могут заменяться эквивалентной анизотропной средой [9]. Разрабатываются также модели, учитывающие схему укладки волокна, геометрию катушки, термооптические эффекты и пространственные температурные градиенты [8–10]. Такие модели позволяют непосредственно учитывать физику протекающих процессов, однако их использование в реальном времени ограничивается вычислительной сложностью.

Другой класс методов основан на экспериментальной идентификации зависимости дрейфа от измеряемых температурных параметров. В качестве факторов компенсационной модели могут использоваться температура, скорость и ускорение ее изменения, а также показания нескольких датчиков, расположенных в различных частях чувствительного элемента [7, 11–14]. Для построения зависимости применяются регрессионные модели и

искусственные нейронные сети. Существенное влияние на эффективность такой компенсации оказывают точность и расположение температурных датчиков, временная задержка между изменением температуры чувствительного элемента и регистрируемым сигналом, а также температурный режим, использованный при идентификации модели [11, 12]. Развитие данных методов направлено на повышение точности компенсации при сохранении возможности выполнения алгоритма в реальном времени [13, 14].

Методы математического моделирования и последующей экспериментальной верификации используются и при исследовании других составляющих выходной погрешности ВОГ. В работах [15, 16], опубликованных в «Журнале радиоэлектроники», построены и экспериментально проверены математические модели шумовой составляющей выходного сигнала волоконно-оптического гироскопа. Для задач радиоэлектроники также развивается трехмерное моделирование пространственно-неоднородных температурных полей [17]. Таким образом, сочетание расчетной модели и экспериментальных данных является перспективным подходом к описанию динамических процессов в измерительных и радиоэлектронных системах.

Для бортовой температурной компенсации ВОГ требуется модель, которая, с одной стороны, учитывает пространственно-временную динамику температурного состояния чувствительного элемента, а с другой – обладает существенно меньшей вычислительной сложностью по сравнению с полной трехмерной моделью. Одним из способов построения такого описания является метод динамического разложения по модам, позволяющий по последовательности состояний системы получить ее низкоразмерное представление [18]. Его модификация с учетом внешнего управления позволяет отдельно учитывать собственную динамику системы и изменение внешних воздействий [19]. В рассматриваемой задаче в качестве внешнего воздействия выступает изменение температурных граничных условий.

Целью настоящей работы является разработка и исследование вычислительно эффективного метода моделирования температурного дрейфа

нуля ВОГ на основе редуцированного представления его температурного состояния. Для этого трехмерная нестационарная модель прогрева оптоволоконной катушки сопоставляется с результатами климатических испытаний, после чего на основе расчетных температурных полей строится низкоразмерная динамическая модель. Полученное представление используется для восстановления теплового состояния и последующего определения температурной составляющей дрейфа нуля. Основное внимание уделяется возможности существенного сокращения вычислительных затрат по сравнению с полной трехмерной моделью при сохранении точности, достаточной для реализации компенсационного алгоритма непосредственно в составе бортовой инерциальной навигационной системы.

1. Метод DMD для компенсационного алгоритма моделирования дрейфа нуля ВОГ

Основой предложенного в данной работе алгоритма является математический методод DMD (Dynamic Mode Decomposition), предложенный Петером Шмидом [18]. DMD – это метод, который по данным о состоянии сложной динамической системы (в терминологии DMD – snapshots, «снимки») в разные моменты времени находит устойчивые, колебательные режимы (паттерны) и их характеристики (частоту, скорость затухания/роста в терминологии DMD – mode, mode energy), позволяя не только описать, но и предсказать поведение системы.

Предположив, что у нас есть видеозапись полного прогрева интересующего нас элемента конструкции. DMD сможет выделить из этого видео отдельные “гармоники”, mode, и сказать, какие из них важны, как они развиваются во времени и куда движется система в будущем.

Основными характеристиками метода являются:

- Данно-ориентированный подход: DMD не требует знания уравнений, управляющих системой (например, уравнения теплопроводности). Ему нужны только данные – снимки состояния системы.
- Линейное приближение: DMD ищет лучший линейный оператор, который приближенно описывает эволюцию системы от одного момента времени к следующему. Это его главное допущение и ограничение.
- Разложение по модам: Решение представляется в виде суммы мод, каждая из которых имеет свою частоту, скорость роста/затухания и пространственную структуру.

Рассмотрим общий алгоритм DMD. Пусть состояние системы известно в последовательные моменты времени $(t_1, t_2, \ldots, t_m)$. Каждое состояние представляется вектором x_k, содержащим значения рассматриваемых параметров системы в момент времени t_k. Например, для тепловой задачи вектор x_k может содержать значения температуры во всех ячейках расчетной области. На первом этапе формируются две матрицы снимков:

$$\begin{aligned} X &= \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \ldots & x_{m-1} \end{pmatrix}, \\ X' &= \begin{pmatrix} x_2 & x_3 & \ldots & x_m \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{1}$$

Таким образом, каждый столбец матрицы X' представляет состояние системы, непосредственно следующее за соответствующим столбцом матрицы X.

Далее предполагается существование линейного оператора A, приближенно описывающего переход между последовательными состояниями:

$$X' \approx AX. \tag{2}$$

Искомый оператор может быть определен с использованием псевдообратной матрицы:

$$A \approx X'X^{+}, \tag{3}$$

где X^+ – псевдообратная матрица к X, вычисляемая, как правило, с помощью сингулярного разложения – Singular Value Decomposition, SVD.

Для реальных задач матрица A может иметь очень большую размерность, поэтому непосредственно ее построение и анализ являются вычислительно неэффективными. В методе DMD вместо полной матрицы рассматривается ее низкоранговая аппроксимация, построенная на основе матриц X и X'. Для этой аппроксимации определяются собственные значения и собственные векторы.

Собственные значения λ_i характеризуют временную динамику соответствующих мод:

- $|\lambda| = 1$ соответствует нейтральной моде, амплитуда которой не возрастает и не затухает;
- $|\lambda| < 1$ соответствует затухающей моде;
- $|\lambda| > 1$ соответствует растущей моде.

Фаза собственного значения определяет частоту колебаний моды:

$$\omega_i = \frac{\arg(\lambda)}{\Delta t}, \tag{4}$$

где Δt – временной интервал между последовательными снимками.

Собственные векторы низкорангового оператора используются для построения DMD-мод. Каждая DMD-мода представляет собой пространственную структуру, эволюция которой определяется соответствующим собственным значением. В результате состояние системы, в том числе прогнозируемое, может быть представлено в виде суммы мод:

$$x(t) \approx \sum_i (\text{DMD-мода})_i \cdot (\text{амплитуда})_i \cdot e^{\omega_i t}. \tag{5}$$

Таким образом, DMD позволяет заменить описание высокоразмерной динамической системы ограниченным набором наиболее значимых мод и параметров их изменения во времени.

Стандартный метод DMD позволяет извлекать основные динамические моды из последовательности состояний системы. Однако он не учитывает явным образом внешние воздействия. Под внешним управлением в данном случае

понимается любое воздействие, влияющее на эволюцию системы, например, изменение граничных условий или внешняя сила.

При наличии внешнего воздействия стандартный DMD не позволяет однозначно разделить изменения, обусловленные собственной динамикой системы, и изменения, вызванные управлением. В результате найденные моды и оператор эволюции могут включать влияние внешнего воздействия и не отражать внутреннюю динамику системы в явном виде.

Для устранения данного ограничения применяется развитие метода – Dynamic Mode Decomposition with control, DMDc [19]. В DMDc наряду с матрицами состояний вводится дополнительная матрица снимков управляющего воздействия.

Эволюция системы описывается уравнением

$$x_{k+1} \approx Ax_k + Bu_k, \tag{6}$$

где x_k – состояние системы в момент времени k, например, распределение температуры в расчетной области; u_k – управляющее воздействие в момент времени k, например, значения температуры на границах расчетной области; A – матрица внутренней динамики системы; B – матрица, характеризующая влияние управляющего воздействия на состояние системы.

В рассматриваемой задаче внешним управлением является температурное воздействие на конструкцию ВОГ. Поэтому термин «управление» в модели DMDc трактуется как изменение температурных граничных условий. Управляющий вектор u_k формируется на основе температурных сигналов, характеризующих внешнее воздействие на систему.

Матрица B заранее не задается, а определяется в процессе обучения DMDc-модели. Она устанавливает связь между входными температурными воздействиями и изменением температурного состояния оптоволоконной катушки. Таким образом, DMDc определяет такую матрицу управления B, которая наилучшим образом соответствует имеющемуся набору входных данных и температурных снимков системы.

В рамках работы предлагается следующая последовательность построения компенсационного алгоритма:

1) С помощью CFD-моделирования рассчитывается процесс нагрева или охлаждения оптоволоконной катушки ВОГ и формируется последовательность температурных снимков – snapshots;
2) Построенная CFD-модель валидируется по экспериментальным данным;
3) К последовательности температурных полей и соответствующих управляющих воздействий применяется метод DMDc. В результате определяются низкоранговая матрица внутренней динамики A и матрица управления B;
4) Полученные низкоранговые матрицы используются для быстрого восстановления температурного состояния, моделирования термического расширения оптического волокна и последующей компенсации температурного дрейфа нуля ВОГ.

Таким образом, CFD-модель используется на этапе формирования обучающей выборки и идентификации редуцированной модели. После завершения обучения дальнейший расчет температурной динамики может выполняться с помощью низкоранговой DMDc-модели. Это позволяет существенно уменьшить размерность задачи и вычислительные затраты, что является необходимым условием для реализации компенсационного алгоритма непосредственно на борту БИНС.

2. Описание эксперимента

Для валидации расчетной модели были получены экспериментальные данные о дрейфе нуля для ВГ103ПТ. Схема пространственного размещения шести температурных датчиков в конструкции ВОГ представлена на рис. 1.

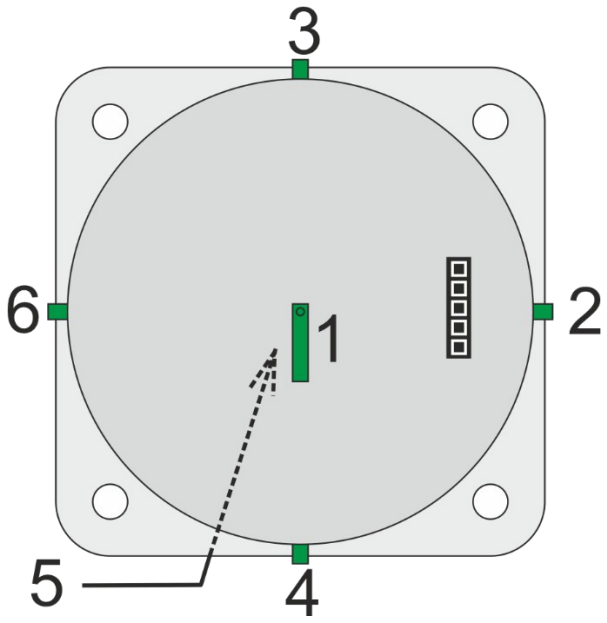


Рис. 1. Схема размещения температурных датчиков в конструкции ВОГ.

На рис. 2 представлено расположение конструкции ВОГ с датчиками и измерительной электроникой внутри термокамеры.

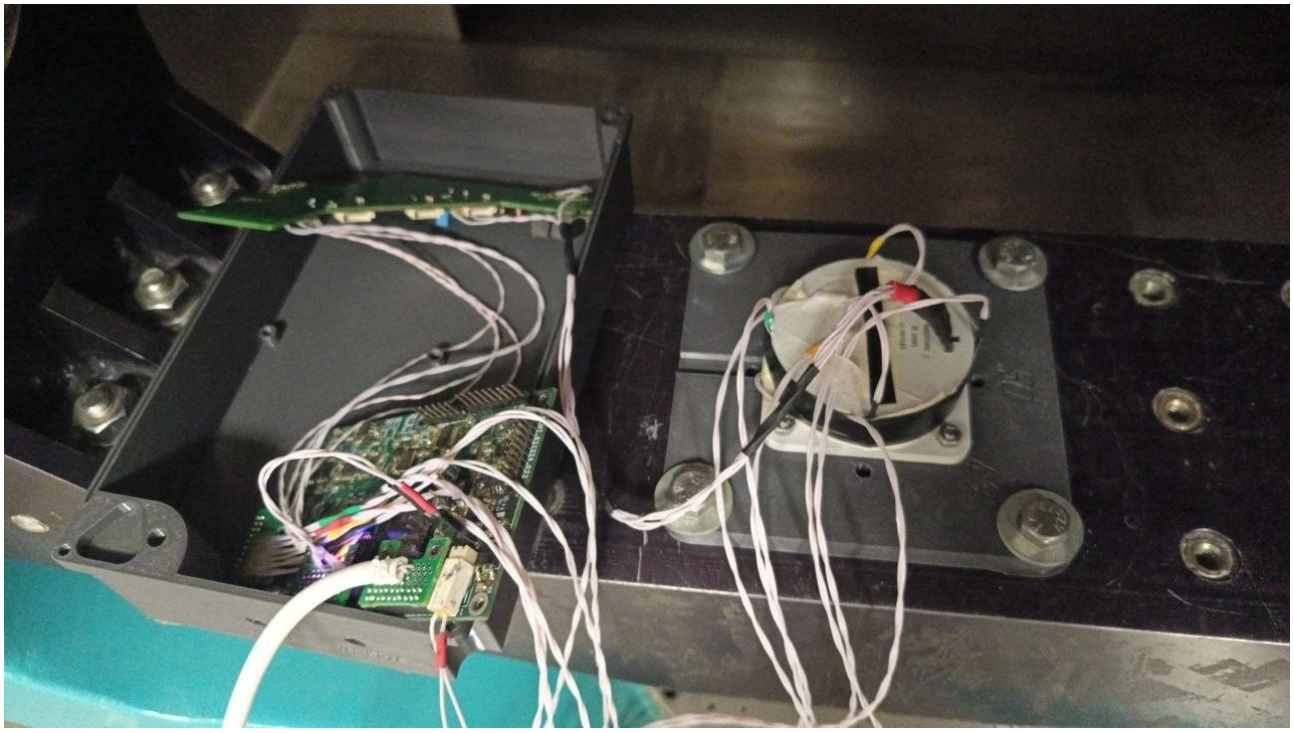


Рис. 2. Размещение исследуемого волоконно-оптического гироскопа и измерительного оборудования в климатической камере.

Датчики 2, 3, 4 и 6 размещались по периметру катушки внутри корпуса ВОГ. Данные датчики были установлены внутри корпуса, немного выше уровня оптического волокна, то есть в зоне, максимально близкой к волоконной намотке, но без механического контакта с ней. Такое расположение позволяет

регистрировать неравномерность прогрева катушки и оценить температурные градиенты по периметру без влияния на волокно [11, 12].

Датчик 1 был расположен в верхней части внешнего объема ВОГ, а датчик 5 – в его нижней части для регистрации температурного перепада между верхней и нижней частями прибора.

Для задания температурных режимов и проведения испытаний исследуемый образец и измерительная схема были размещены на устойчивом основании (с развязкой по фундаменту) внутри климатической камеры. При проведении эксперимента температурный диапазон выбирался с учетом паспортных условий эксплуатации исследуемого ВГ103ПТ (рабочая температура датчика составляет от −40 до +70 °C). В рамках настоящей работы испытания проводились в диапазоне от 0 до 40 °C, что соответствует умеренному температурному воздействию и позволяет проследить характер прогрева прибора без выхода за пределы реальных условий эксплуатации.

Использование стенда с термокамерой обеспечивало контролируемое изменение температуры окружающей среды и синхронную регистрацию отклика шести температурных датчиков, установленных на исследуемом образце. Полученный набор температурных сигналов далее использовался для анализа пространственно-временной динамики прогрева ВОГ и сопоставления с расчетной моделью. На рис. 3 представлен задаваемый температурный режим.

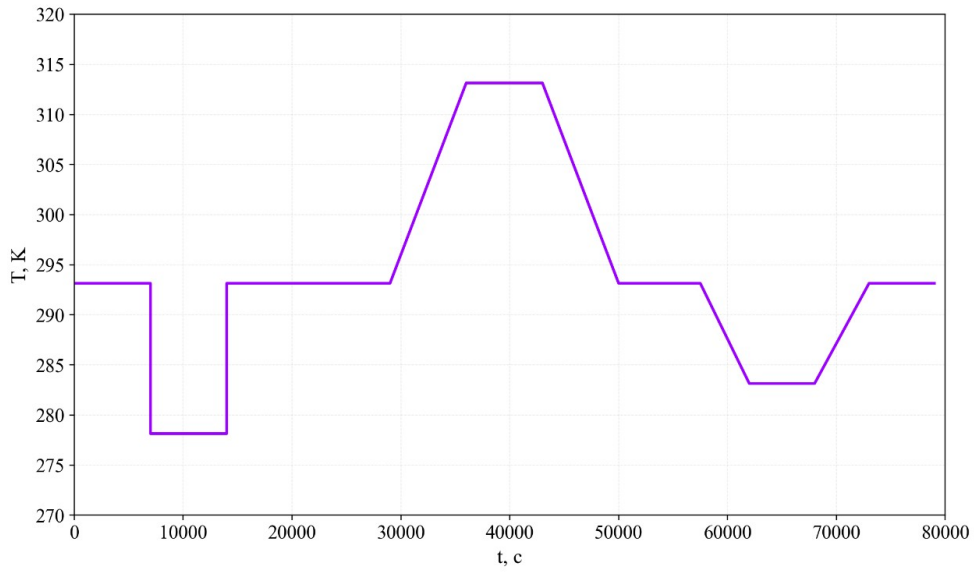


Рис. 3. Программа климатических испытаний.

Рассматриваемый температурный режим имеет резкие изменения в температуре, а также зоны равномерного повышения температуры. Такая температурная зависимость позволит рассмотреть различные условия внешней среды. Полученные временные зависимости температуры датчиков и дрейфа представлены на рис. 4.

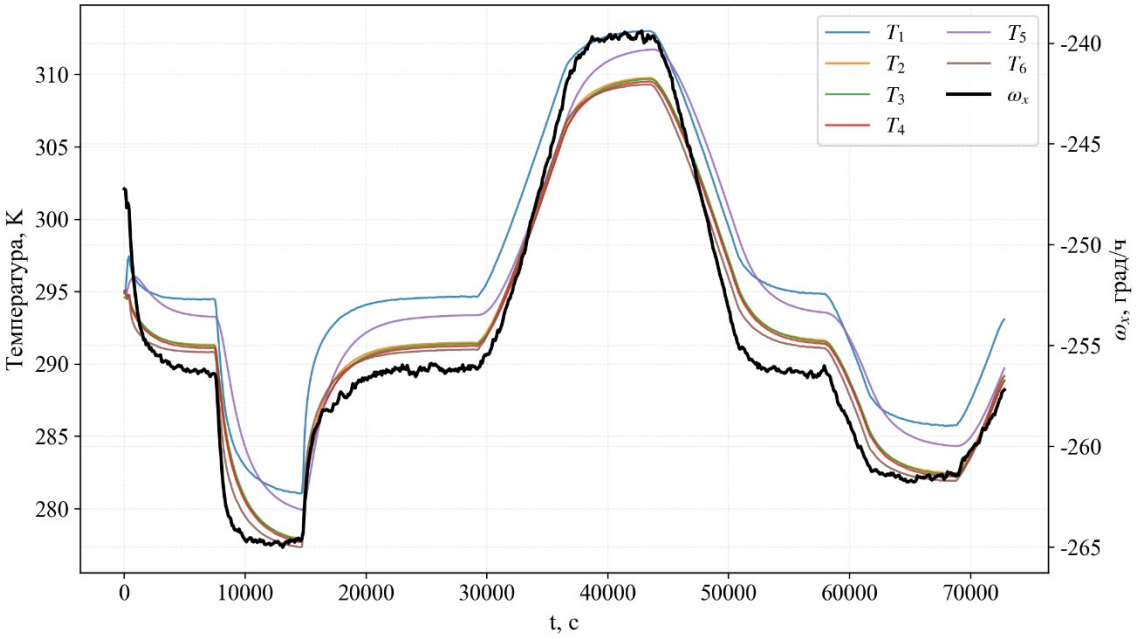


Рис. 4. Показания температурных датчиков ВОГ и его дрейф в ходе испытания.

3. CFD-моделирование температурного состояния и термического расширения оптического волокна

Для формирования физически интерпретируемого входного параметра компенсационной модели выполнен трехмерный нестационарный расчет температурного поля в обмотке оптического волокна волоконно-оптического гироскопа. Расчетная область представляет собой кольцо с геометрическими размерами характерными для обмотки ВОГ. Отдельно стоит отметить, что моделируются не отдельные витки, а набор этих витков, которые представляются единым материалом с анизотропией теплопереноса: температуропроводность вдоль обмотки и в поперечных направлениях задается различными коэффициентами [8–10]. Такое представление позволяет снизить вычислительные затраты на моделирование каждого витка, а анизотропия позволяет учесть преимущественное распространение тепла вдоль витков.

Температурное поле $T(x,t)$ в расчетной области определяется из решения нестационарного уравнения теплопроводности [20]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (A \nabla T), x \in \Omega, t > 0, \quad (7)$$

где T – температура, К; t – время, с; A – тензор температуропроводности обмотки оптического волокна, м^2/с; Ω – область, соответствующая намотке волокна в ВОГ. Геометрическая модель расчетной области приведена на рис. 5.

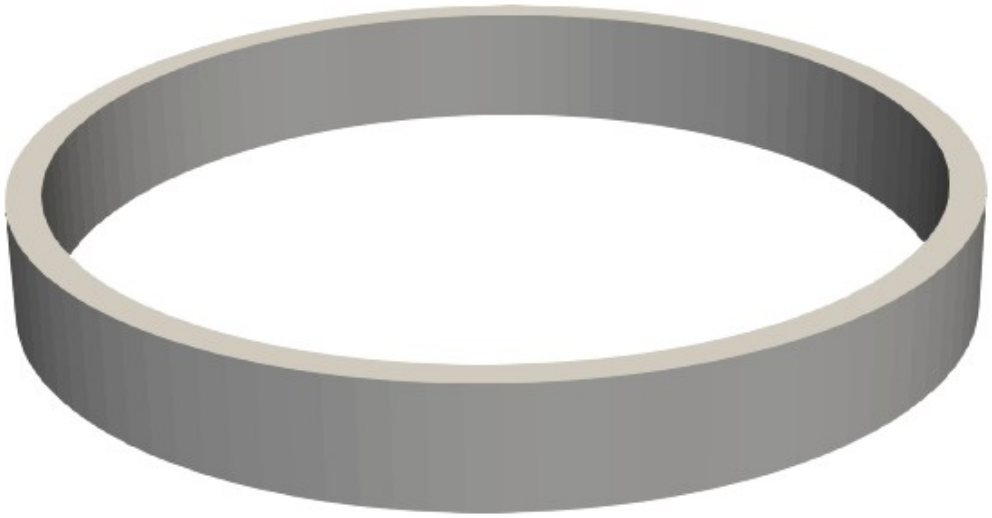


Рис. 5. Трехмерная модель для расчета прогрева обмотки оптического волокна.

С учетом различия теплопереноса вдоль волокна и в поперечных направлениях тензор температуропроводности в начале координат принят диагональным:

$$A = \mathrm{diag}(a_l, a_r, a_z), \quad (8)$$

где a_l – коэффициент температуропроводности вдоль волокна; a_r – коэффициент температуропроводности в радиальном направлении; a_z – коэффициент температуропроводности по высоте намотки. Направление вдоль волокна является осью Ox, радиальное направление – ось Oy, ось Oz образует правую тройку. Значения коэффициентов задаются по материалам и конструктивному исполнению конкретного ВОГ, в данной работе принято $a_l = 3.1 \cdot 10^{-6}$ м^2/с, $a_r = 1.4 \cdot 10^{-6}$ м^2/с, $a_z = 1.1 \cdot 10^{-6}$ м^2/с.

Начальное условие соответствует равномерной температуре по всему объему намотки:

$$T(x,0) = T_0,\ x \in \Omega. \tag{9}$$

На внешних границах расчетной области задаются значения температуры, соответствующие экспериментальным температурным воздействиям. Для остальных границ (верхняя, нижняя и внутренние) применяется условие нулевого нормального градиента температуры:

$$T|_{\Gamma_j} = T_{exp,j}(t), \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_{\Gamma_0} = 0. \tag{10}$$

Для численного решения была построена трехмерная структурированная расчетная сетка, содержащая $5 \cdot 10^4$ ячеек. Расчетная сетка представлена на рис. 6.

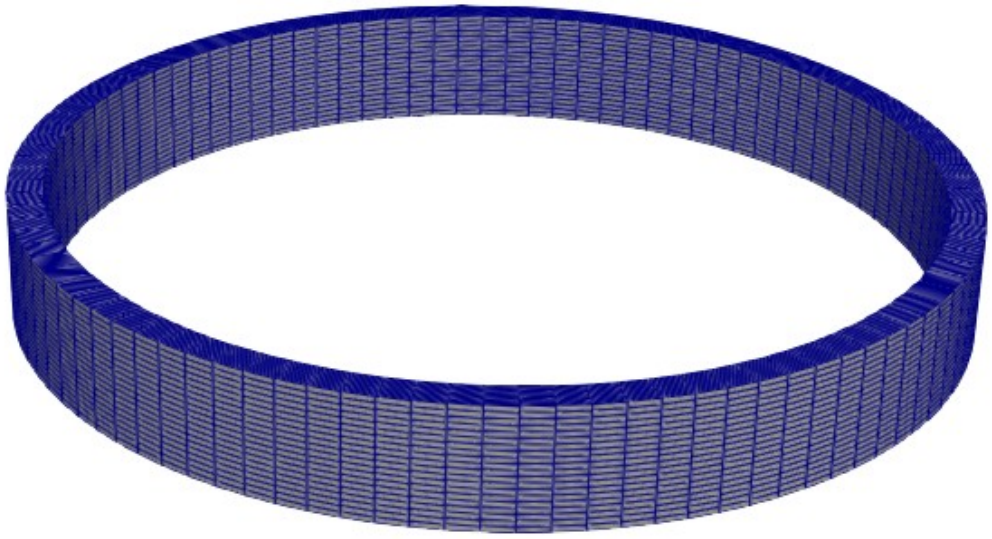


Рис. 6. Расчетная сетка для моделирования нестационарного прогрева обмотки оптического волокна.

Введем критерий изменения физической длины (КИФД), характеризующий интегральное отклонение температурного состояния волокна от начального. В дискретной форме критерий записывается как

$$\mathrm{KIFD}(t) = \sum_i \left(T_i(t) - T_0\right) dV_i, \tag{11}$$

где $T_i(t)$ – температура в i-й расчетной ячейке в момент времени t; dV_i – объем этой ячейки; T_0 – начальная температура. При постоянном поперечном сечении

волокна величина $KIFD(t)$ пропорциональна интегралу продольного распределения температуры и может рассматриваться как редуцированный параметр, описывающий накопленный тепловой эффект, влияющий на физическую длину оптического пути.

Использование КИФД вместо полного трехмерного температурного поля существенно уменьшает размерность дальнейшей задачи. В результате в компенсационный алгоритм передается не вся расчетная температурная картина, а один физически осмысленный временной ряд, сохраняющий основную информацию о тепловой истории намотки.

4. Валидация CFD модели ВОГ

На рис. 7 приведено сопоставление временных зависимостей экспериментального дрейфа нуля и рассчитанного критерия КИФД.

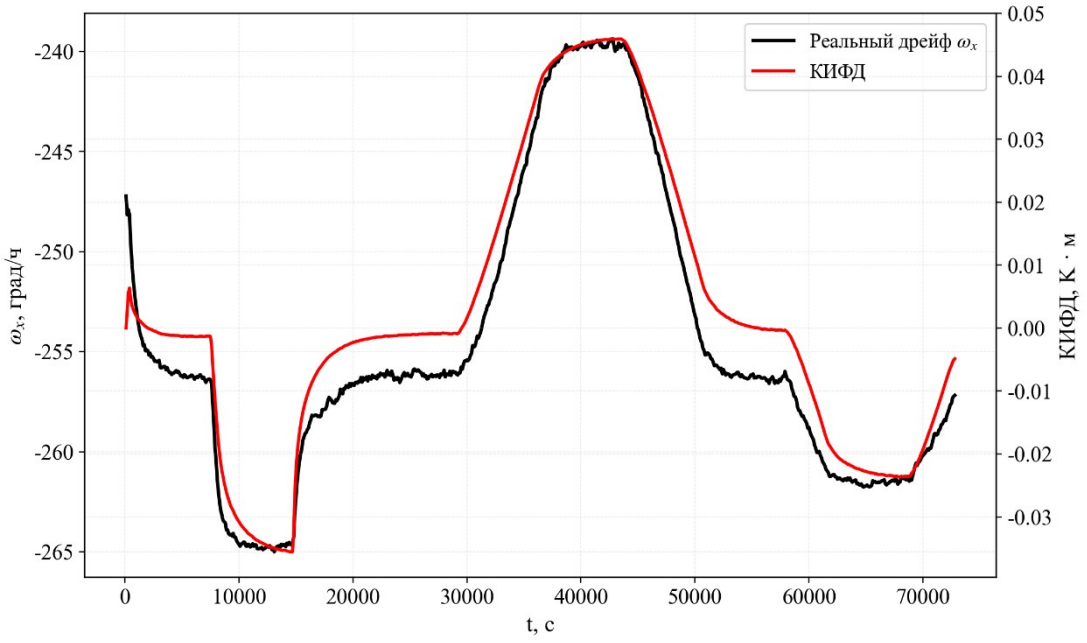


Рис. 7. Сопоставление временных зависимостей экспериментального дрейфа нуля и критерия КИФД.

Кривые имеют согласованные участки роста и спада, а также близкое положение основных экстремумов. Это показывает, что введенный интегральный критерий отражает тепловую историю волокна, связанную с изменением дрейфа нуля.

Для перехода от расчетного критерия к количественной оценке дрейфа нуля был выполнен регрессионный анализ. В качестве базовых аппроксимирующих зависимостей рассмотрены линейная, квадратичная и кубическая модели:

$$\begin{gathered}\omega = \beta_0 + \beta_1 \mathrm{KIFD}, \\ \omega = \beta_0 + \beta_1 \mathrm{KIFD} + \beta_2 \mathrm{KIFD}^2, \\ \omega = \beta_0 + \beta_1 \mathrm{KIFD} + \beta_2 \mathrm{KIFD}^2 + \beta_3 \mathrm{KIFD}^3,\end{gathered} \tag{12}$$

где ω – дрейф нуля по рассматриваемой оси, KIFD – значение критерия КИФД, β_i – коэффициенты регрессионной модели. Результаты сопоставления регрессионных моделей с экспериментальными данными приведены на рис. 8.

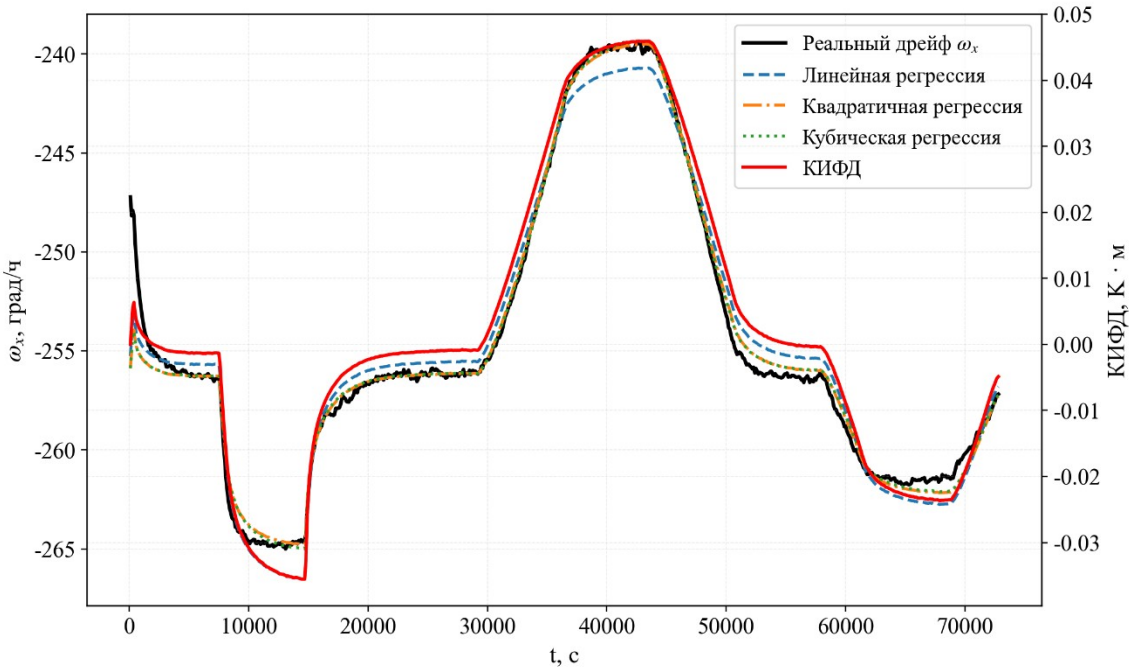


Рис. 8. Сравнение линейной, квадратичной и кубической регрессионных моделей.

Видно, что линейная модель повторяет общую тенденцию дрейфа нуля, но при этом имеет значимое отклонение на участках с высокими градиентами. Квадратичная и кубическая модель лучше ведут себя на участках, на которых меняется температура и лучше описывает поведение ошибки. Стоит отметить, что квадратичная и кубическая модели практически не отличаются. Сводные показатели качества аппроксимации приведены в таблице 1.

Таблица 1. Метрики качества регрессионных моделей.

Модель	**R^2**	**RMSE**
Линейная	0,9759	1,0726
Квадратичная	0,9869	0,8032
Кубическая	0,9871	0,7958

Из полученных данных следует, что переход от линейной к квадратичной зависимости заметно повышает точность описания дрейфа нуля: коэффициент детерминации увеличивается с 0,9759 до 0,9869, а RMSE уменьшается с 1,0726 до 0,8032. Дальнейший переход к кубической модели дает лишь незначительное улучшение: R^2 возрастает до 0,9871, а RMSE снижается до 0,7958. Поэтому квадратичная зависимость может рассматриваться как рациональный компромисс между точностью и сложностью модели.

Таким образом, трехмерная тепловая модель ВОГ позволяет получить расчетный критерий, согласованный с динамикой экспериментального дрейфа нуля. Это подтверждает возможность использования КИФД как промежуточного параметра для последующего обучения компенсационной модели DMDc.

5. Обучение и применение DMDc

Полученная трехмерная CFD-модель использовалась не только для расчета интегрального критерия КИФД, но и как источник обучающих данных для построения редуцированной модели температурной динамики. В предлагаемой схеме DMDc-модель выполняет восстановление пространственно-временного температурного поля по ограниченному числу температурных сигналов, тогда как КИФД и зависимость $\omega_x = f(\mathrm{KIFD})$ используются на последующем этапе для перехода от теплового состояния к оценке дрейфа нуля.

Обучение DMDc проводилось по последовательности температурных снимков, полученных из CFD-расчета. Температурные сигналы, соответствующие расположению датчиков в конструкции ВОГ, задавались как управляющее воздействие.

Для перехода от полного температурного поля к редуцированному описанию использовалось разложение по собственным ортогональным модам (Proper Orthogonal Decomposition, POD). В рамках данного подхода температурное поле представляется через ограниченное число наиболее значимых пространственных мод, выделенных из набора CFD-снимков.

После центрирования, масштабирования и проекции данных на усеченный POD-базис эволюция системы описывалась в редуцированном пространстве уравнением DMDc вида (6). Выбор ранга редуцированного представления выполнялся с учетом точности восстановления температурного поля и устойчивости рекуррентного прогноза, что позволяло снизить риск переобучения. Такой подход ограничивает число идентифицируемых степеней свободы и снижает чувствительность модели к локальным особенностям обучающего набора. Конфигурации, для которых последовательное применение модели приводило к потере устойчивости решения, исключались из дальнейшего рассмотрения.

Дальнейшая оценка модели была направлена не только на проверку точности восстановления температурного поля, но и на анализ сохранения физически значимых характеристик, используемых в компенсационном алгоритме. Для этого значения $\mathrm{KIFD}^{\mathrm{DMDc}}$, рассчитанные по восстановленному температурному полю, сопоставлялись с $\mathrm{KIFD}^{\mathrm{CFD}}$, полученными из расчета CFD.

Согласование $\mathrm{KIFD}^{\mathrm{CFD}}$ и $\mathrm{KIFD}^{\mathrm{DMDc}}$ характеризуется высоким коэффициентом детерминации $R^2=0{,}9903$. Полученный результат свидетельствует о том, что редуцированная модель сохраняет интегральную характеристику теплового состояния ВОГ. На рис. 9 сопоставлены временные зависимости $\mathrm{KIFD}^{\mathrm{CFD}}$ и $\mathrm{KIFD}^{\mathrm{DMDc}}$ с реальными значениями дрейфа.

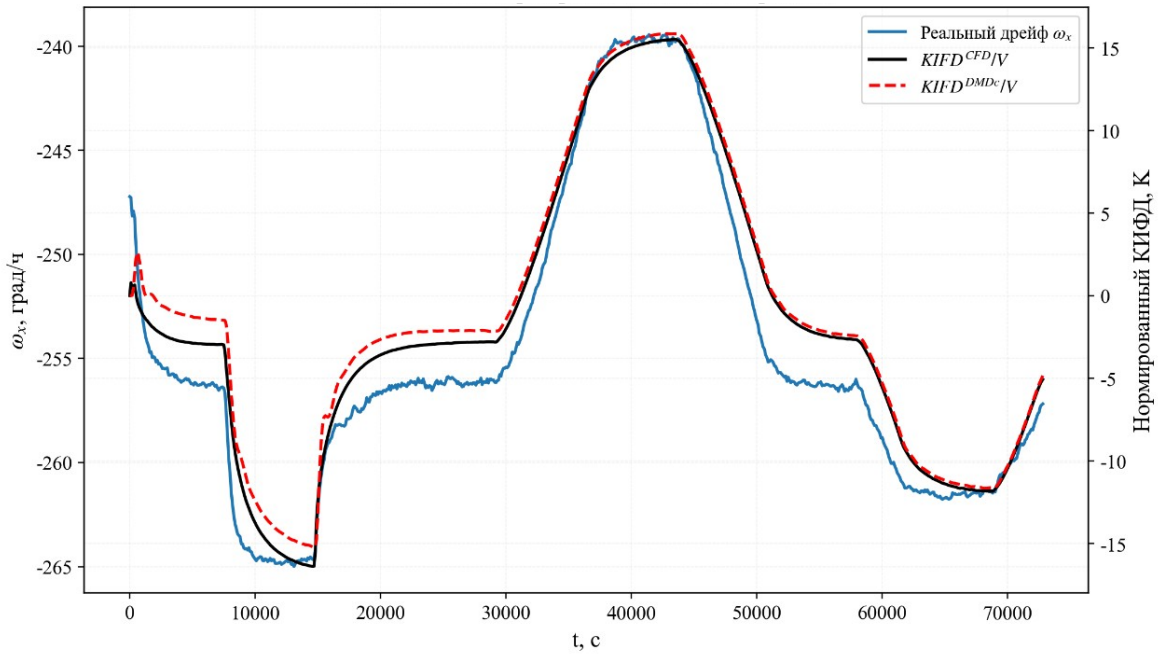


Рис. 9. Сопоставление дрейфа и КИФД во времени.

Связь восстановленного температурного состояния с дрейфом нуля анализировалась через регрессионную зависимость $\omega_x = f(\mathrm{KIFD})$, предложенную раннее. Коэффициенты данной зависимости определялись по $\mathrm{KIFD}^{\mathrm{CFD}}$, после чего та же модель применялась к $\mathrm{KIFD}^{\mathrm{DMDc}}$. Результаты приведены в таблицах 2 и 3. Такой порядок расчета исключает дополнительную подстройку регрессии под результат DMDc-реконструкции и позволяет оценить вклад редуцированного восстановления температурной динамики в итоговую точность компенсационного алгоритма.

Таблица 2. Качество прогноза дрейфа ω_x по $\mathrm{KIFD}^{\mathrm{CFD}}$.

Модель	**R²**	**RMSE**
Линейная	0,9750	1,1301
Квадратичная	0,9857	0,8542
Кубическая	0,9859	0,8490

Таблица 3. Качество прогноза дрейфа ω_x по $\mathrm{KIFD}^{\mathrm{DMDc}}$.

Модель	**R²**	**RMSE**
Линейная	0,9651	1,1301
Квадратичная	0,9788	1,0419
Кубическая	0,9790	1,0371

Формально наилучшие метрики в рассматриваемом наборе данных дает кубическая модель, однако квадратичная зависимость демонстрирует близкое качество при меньшей сложности и может рассматривается как рациональный компромисс.

На рис. 10 приведен остаточный дрейф после компенсации для квадратичной регрессионной зависимости. Остаточный сигнал определялся как разность между экспериментальным дрейфом и расчетным значением, полученным по регрессионной модели.

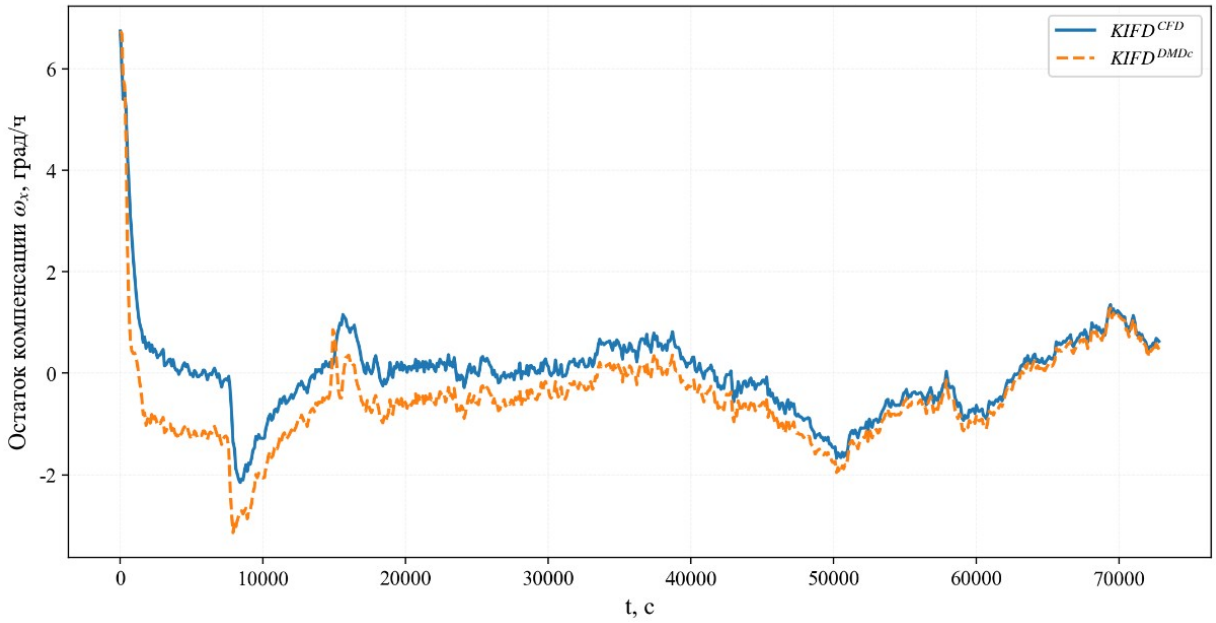


Рис. 10. Сопоставление остаточного дрейфа и КИФД во времени.

Видно, что результаты, рассчитанные по $KIFD^{CFD}$ и $KIFD^{DMDc}$, имеют близкую временную структуру: основные экстремумы и участки изменения остаточного дрейфа воспроизводятся согласованно. Наибольшая ошибка ($\delta\omega_x = 6{,}742$ град/ч) соответствует начальному переходному участку, тогда как на основной части временного интервала остаточный дрейф находится в существенно более узком диапазоне.

В случае CFD-расчета задача решается в полном пространстве расчетной сетки, содержащей $5 \cdot 10^4$ ячеек. В памяти решателя хранятся полноразмерные температурные поля, служебные массивы и матрицы дискретизированного оператора, необходимые для численного решения уравнения теплопроводности. Для метода DMDc после завершения этапа обучения расчет выполняется в

пространстве существенно меньшей размерности. В бортовой реализации для одного шага прогноза достаточно хранить матрицу внутренней динамики A, матрицу управления B, а также два редуцированных вектора состояния x_{k+1} и x_k.

Peak RSS (Peak Resident Set Size) характеризует максимальный объем оперативной памяти, занимаемый процессом в течение всего времени выполнения расчета. Для CFD-расчета Peak RSS отражает объем памяти, необходимый решателю OpenFOAM при расчете температурного поля. Для DMDc-расчета – включает не только массивы редуцированной модели, но и служебные затраты Python-среды, загруженных библиотек, промежуточных массивов и операций ввода-вывода. Данная характеристика не тождественна размеру объему данных, необходимых для бортового применения обученной DMDc-модели.

Для оценки вычислительной эффективности сравнивались временные затраты и объем данных, необходимых для расчета температурного состояния моделью CFD и редуцированной моделью DMDc. Сравнение вычислительных затрат обоих методов приведено в таблице 4.

Таблица 4. Сравнение времени одной итерации и потребления памяти.

Метод	**Характеристика памяти**	**Размер, МБ**	**Время одной итерации, мс**
CFD	Peak RSS	77,52	13,279
DMDc	Размер массива данных	0,001	0,019

Из таблицы 4 следует, что применение редуцированной модели DMDc требует существенно меньше времени и объема данных, чем CFD-расчет. Предложенный метод DMDc сохраняет сопоставимую точность восстановления температурного поля и критерия КИФД, что подтверждает его пригодность и эффективность для практической реализации компенсационного алгоритма на борту БИНС, где вычислительные ресурсы и объем оперативной памяти ограничены.

Заключение

Полученные результаты показывают, что предложенная схема моделирования температурного дрейфа нуля ВОГ позволяет связать экспериментально наблюдаемую ошибку гироскопа с внутренним тепловым состоянием оптоволоконной намотки. В отличие от использования непосредственно показаний отдельных температурных датчиков, введенный критерий изменения физической длины (КИФД) характеризует интегральное температурное состояние намотки и тем самым учитывает тепловую инерцию конструкции. Согласованность основных экстремумов и переходных процессов КИФД с экспериментальным дрейфом нуля подтверждает применимость данного параметра в качестве промежуточной физически интерпретируемой характеристики для построения компенсационного алгоритма.

Регрессионный анализ показал наличие выраженной нелинейности связи между КИФД и дрейфом нуля. Переход от линейной зависимости к квадратичной приводит к заметному повышению качества аппроксимации, тогда как дальнейшее увеличение порядка полинома дает лишь незначительный выигрыш. Квадратичная зависимость может рассматриваться как рациональный вариант для практического алгоритма, поскольку обеспечивает практически ту же точность при меньшей сложности модели.

Ключевым результатом работы является возможность замены прямого решения трехмерной нестационарной задачи теплопроводности редуцированной моделью DMDc. Полученное значение $R^2 = 0{,}9903$ между $\mathrm{KIFD}^{\mathrm{CFD}}$ и $\mathrm{KIFD}^{\mathrm{DMDc}}$ показывает, что после редукции сохраняется основная динамика интегрального теплового состояния намотки. При этом коэффициенты регрессионной зависимости между КИФД и дрейфом определялись по результатам исходной CFD-модели и затем без дополнительной подстройки применялись к данным DMDc. Поэтому ухудшение качества прогноза до $R^2 = 0{,}9788$ и $RMSE = 1{,}0419$ для квадратичной модели непосредственно характеризует влияние

редуцированного восстановления температурного состояния на конечный результат.

Анализ остаточного дрейфа также показывает, что основная структура ошибки после компенсации воспроизводится моделями на основе $\mathrm{KIFD}^{\mathrm{CFD}}$ и $\mathrm{KIFD}^{\mathrm{DMDc}}$ сходным образом. Наибольшее отклонение, достигающее 6,742 град/ч, наблюдается на начальном переходном участке температурного процесса, тогда как на основной части рассматриваемого временного интервала ошибка существенно меньше. Такая локализация максимальной погрешности указывает на то, что дальнейшее повышение качества алгоритма в первую очередь связано с более точным описанием быстрых переходных тепловых процессов и начального состояния системы.

Основное преимущество редуцированной модели проявляется в вычислительной эффективности. Для рассматриваемой реализации время одной итерации CFD-модели составляет $13,279$ мс, тогда как для DMDc – $0,019$ мс, что соответствует ускорению примерно в 700 раз. При этом после этапа обучения для выполнения прогноза DMDc требуется хранить только редуцированные матрицы внутренней динамики A и управления B, а также текущие векторы состояния. Приведенный в работе размер массива данных DMDc составляет около $0,001$ МБ. Следует, однако, учитывать, что эта величина и Peak RSS CFD-решателя характеризуют различные аспекты потребления памяти и поэтому не должны интерпретироваться как строго эквивалентные показатели. Тем не менее результаты однозначно демонстрируют существенное снижение вычислительной сложности при переходе от полного численного решения к редуцированной модели.

Таким образом, в работе сформирована последовательная схема построения компенсационного алгоритма. Полученные результаты подтверждают принципиальную возможность такого подхода и показывают, что существенное сокращение вычислительных затрат достигается при сравнительно небольшом снижении точности моделирования дрейфа.

Вместе с тем полученные количественные характеристики относятся к исследованному образцу ВОГ и рассмотренной программе климатических испытаний в диапазоне 0–40 °C. Поэтому для подтверждения обобщающей способности компенсационного алгоритма необходима его дальнейшая проверка на независимых температурных режимах, включающих различные скорости нагрева и охлаждения, последовательности температурных воздействий и более широкий рабочий диапазон прибора. Отдельной задачей является исследование зависимости точности и устойчивости прогноза от числа сохраняемых POD/DMDc-мод. Возможность варьирования числа активных мод позволяет непосредственно выбирать компромисс между точностью восстановления температурного состояния и требованиями к вычислительным ресурсам бортовой системы. В совокупности это позволяет рассматривать предложенный подход как перспективную основу для построения ресурсно-эффективных алгоритмов температурной компенсации ВОГ в составе малогабаритных БИНС.

Литература

1. Березина Ю. Волоконно-оптические гироскопы и системы на их основе. Часть 1 // Электроника: Наука, Технология, Бизнес. – 2024. – № 3. – С. 170-175. https://doi.org/10.22184/1992-4178.2024.234.3.170.175
2. Шереметьев А.Г. Волоконный оптический гироскоп. – М.: Радио и связь, 1987.
3. Андронова И.А., Малыкин Г.Б. Физические проблемы волоконной гироскопии на эффекте Саньяка // Успехи физических наук. – 2002. – Т. 172. – №. 8. – С. 849-873. https://doi.org/10.3367/UFNr.0172.200208a.0849
4. Джашитов В.Э., Панкратов В.М. Математические модели теплового дрейфа гироскопических датчиков инерциальных систем / Под общей редакций академика РАН ВГ Пешехонова. – СПб.: ГНЦ РФ-ЦНИИ” Электроприбор. – 2001.

5. Громов Д.С., Шарков А.В. Тепловые режимы гироскопических приборов на базе волоконно-оптических гироскопов // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2013. – Т. 56. – №. 1. – С. 62-67.
6. Shupe D.M. Thermally induced nonreciprocity in the fiber-optic interferometer // Applied optics. – 1980. – Т. 19. – №. 5. – С. 654-655. https://doi.org/10.1364/AO.19.000654
7. Вахрамеев Е.И., Галягин К.С., Ошивалов М.А., Савин М.А. Методика численного прогнозирования и коррекции теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа // Известия вузов. Приборостроение. – 2017. – Т. 60. – № 1. – С. 32-38. https://doi.org/10.17586/0021-3454-2017-60-1-32-38
8. Савин М.А., Ошивалов М.А., Галягин К.С. Влияние дефектов укладки волоконно-оптического контура на тепловой дрейф гироскопа // Вестник ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. – 2018. – Т. 21. – № 2. – С. 185-190. https://doi.org/10.22213/2413-1172-2018-2-185-190
9. Есипенко И.А., Лыков Д.А., Сметанников О.Ю. Применение трансверсально-изотропных характеристик контура для расчета параметров теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа // Оптический журнал. 2019. Т. 86. № 5. С. 36–44. https://doi.org/10.17586/1023-5086-2019-86-05-36-44
10. Голиков А.В., Попов В.С., Панкратова Е.В. Математическая модель теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа с учетом квадрупольной намотки волокна // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Технические науки». – 2025. – Т. 33. – № 2. – С. 63-78. https://doi.org/10.14498/tech.2025.2.4
11. Климкович Б.В. Влияние случайной погрешности температурных датчиков на качество температурной компенсации смещения нуля ВОГ нейронной сетью // Гироскопия и навигация. – 2020. – Т. 28. – № 4 (111). – С. 53-70. https://doi.org/10.17285/0869-7035.0049

12. Смирнов Д.С., Дейнека И.Г., Деветьяров Д.Р., Скляров Ф.В., Мухтубаев А.Б., Востриков Е.В. Оценка задержки детектирования температуры чувствительного элемента волоконно-оптического гироскопа // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2021. – Т. 21. – № 6. – С. 817-822. https://doi.org/10.17586/2226-1494-2021-21-6-817-822
13. Погудин Г.К., Алейник А.С., Никитенко А.Н. и др. Метод определения коэффициента температурной чувствительности контура волоконно-оптического гироскопа // Оптический журнал. – 2024. – Т. 91. – № 8. – С. 35-49. https://doi.org/10.17586/1023-5086-2024-91-08-35-49
14. Кубланова И.Л., Шулепов В.А., Куликов А.В., Стригалев В.Е. Способ компенсации влияния температуры на погрешность волоконно-оптического гироскопа с модулятором двулучепреломления // Оптический журнал. – 2025. – Т. 92. – № 5. – С. 57-65. https://doi.org/10.17586/1023-5086-2025-92-05-57-65
15. Спиридонов Д.М., Обухович Д.В. Аналитическая и компьютерная математические модели шума выходного сигнала волоконно-оптического гироскопа, анализ и верификация // Журнал Радиоэлектроники. – 2024. – №. 4. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.3.7
16. Спиридонов Д.М., Обухович Д.В. Волоконно-оптический гироскоп с системой снижения уровня шума в выходном сигнале, математическое моделирование, эксперимент // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – № 12. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.12.13
17. Фролов И.В. и др. Моделирование тепловых характеристик высокотемпературных монолитных интегральных схем с неоднородным распределением источников тепловыделения в кристалле // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – №. 4. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.4.7

18. Schmid P.J. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data // Journal of fluid mechanics. – 2010. – Т. 656. – С. 5-28. https://doi.org/10.1017/S0022112010001217
19. Proctor J.L., Brunton S.L., Kutz J.N. Dynamic mode decomposition with control // SIAM Journal on Applied Dynamical Systems. – 2016. – Т. 15. – №. 1. – С. 142-161. https://doi.org/10.1137/15M1013857
20. Карташов Э.М., Кудинов В.А. Аналитическая теория теплопроводности и прикладной термоупругости. –М.: URSS. – 2010.

Для цитирования:

Фомичев А.А., Минюшкин Д.Н., Тарасенко А.Б., Брага А.В., Коробкина Е.О. Моделирование дрейфа нуля в волоконно-оптическом гироскопе на основе метода Dynamic Mode Decomposition (DMD) // Журнал радиоэлектроники – 2026. – №. 9. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.9.11