DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.9.12

УДК: 537.874; 537.624

Прецессия равновесных колебаний намагниченности двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации в широком интервале температуры и постоянного поля

Д.А. Суслов, В.И. Щеглов

Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН, Россия, Москва

Статья поступила в редакцию 18 августа 2026 г.

Аннотация. Рассмотрена прецессия равновесных колебаний намагниченности двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации в широком интервале температуры и постоянного поля. Приведена схема классического построения фазовой диаграммы. Отмечены характерные уровни постоянного поля, лежащие в нижней, средней и верхней областях диаграммы. Для построения фазовой диаграммы предложено использовать метод динамического установления намагниченности. Выделены температурные интервалы допустимого существования прецессии равновесия намагниченности. Показано, что колебания намагниченностей той и другой подрешеток по температуре имеют зеркальный осциллирующий характер. Рассмотрены температурные зависимости продольных компонент равновесных намагниченностей. Показано, что продольные компоненты намагниченностей сохраняют зеркальный характер, но осцилляции отсутствуют. Для количественной характеристики параметров прецессии равновесия введена ширина кольца прецессионного портрета. Рассмотрены температурные

параметры ширины кольца прецессии равновесия при характерных уровнях постоянного поля. Приведены некоторые рекомендации для развития работы.

Ключевые слова: фазовая диаграмма, двухподрешеточный ферримагнетик, прецессия равновесия намагниченности.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

Автор для переписки: Щеглов Владимир Игнатьевич, vshcheg@cplire.ru

Введение

Активное использование магнитодиэлектрических материалов в устройствах обработки СВЧ информации [1-10], в запоминающих устройствах [11, 12, 13], в магнитострикционных преобразователях [14-16], в экспериментах с фемтосекундным лазером [17-19], требует подробной информации о параметрах таких материалов.

Для практики значительный интерес представляют редкоземельные ферриты-гранаты, обладающие двумя магнитными подрешетками с точкой температурной компенсации [20, 21].

Важнейшей характеристикой таких материалов является фазовая диаграмма, определяющая зависимости полей ориентационных переходов намагниченностей подрешеток от температуры.

Классическая схема построения такой диаграммы приведена в работе [22] (Кларк-Каллен),

В работах [23-27] предложено определение намагниченностей и построение фазовой диаграммы методом двукратного поиска нуля. Удобный инструмент для расчета фазовой диаграммы предложен в работе [28], использующей алгоритм динамического установления [8, стр.216-217], [29-31], получивший развитие в работах [32, 33].

В работе [34] с использованием такого алгоритма рассмотрена динамика вынужденных колебаний намагниченностей подрешеток и получены их амплитудно-частотные характеристики.

Несмотря на успех работы [34], такой важный аспект динамики намагниченности, как прецессия ее равновесного положения в условиях ориентационного перехода, имеющая место в магнетиках с одной подрешеткой [35, 36], [8, гл.9, стр.387-471], оставлен без должного внимания. В работе [37] сообщается об обнаружении подобного эффекта в двухподрешеточном ферримагнетике с точкой компенсации. Исследование выполнено при единственном малом значении температуры, далеко не достигающем точки компенсации. Настоящая работа посвящена исследованию прецессии положения равновесия для обеих подрешеток в широком интервале температур, охватывающем весь диапазон в пределах полной фазовой диаграммы магнетика, в том числе в области компенсации.

1. Геометрия задачи

Общая геометрия задачи, подобная принятой в работах [34, 37], показана на рис. 1.

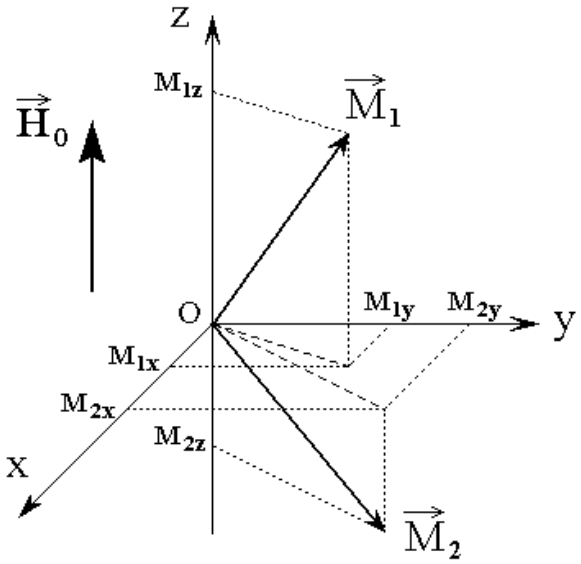


Рис. 1. Общая геометрия задачи.

Задача решается в декартовой системе координат $Oxyz$. Постоянное поле $\vec{H}_0$ направлено вдоль оси Oz. Ферримагнетик имеет две магнитные подрешетки, векторы намагниченностей которых обозначены как $\vec{M}_1$ и $\vec{M}_2$. Координатные составляющие этих векторов равны: $M_{1x,}$, M_{1y}, M_{1z} и M_{2x}, M_{2y}, M_{2z}.

2. Классическое построение фазовой диаграммы

Подобно [24-26], полагаем, что намагниченности M_1 и M_2 зависят от температуры T в виде:

$$M_1 = M_{10}\left[1-\left(\frac{T}{T_{c1}}\right)^2\right]; \quad (1)$$

$$M_2 = M_{20}\left[1-\left(\frac{T}{T_{c2}}\right)^2\right], \quad (2)$$

где M_{10}, M_{20} – намагниченности той и другой подрешеток при абсолютном нуле температуры, T_{c1}, T_{c2} – температуры Кюри для тех же подрешеток.

Подобно [24-26], рассмотрение проведем с использованием набора нормированных или «относительных» параметров:

$$M_{10}=5;\ M_{20}=3;\ T_{c1}=4;\ T_{c2}=7. \quad (3)$$

Замечание. Для простоты записи далее обозначение размерности «отн.ед.», в большинстве случаев будем опускать, оставляем реальную размерность только для времени «с» и частоты. «МГц».

Параметр обмена между намагниченностями подрешеток положим равным положительной единице: $\Lambda = 1$, что обеспечивает антиферромагнитный тип упорядочения. Остальные параметры возьмем такими же, как приняты в работе [37].

Условие компенсации соответствует равенству абсолютных величин обеих намагниченностей, взятых с противоположными знаками, что происходит при температуре T_p, где суммарная намагниченность получается равной нулю:

$$\left|M_1\left(T_p\right)\right| - \left|M_2\left(T_p\right)\right| = 0. \quad (4)$$

Здесь знак минус соответствует антиферромагнитному упорядочению, обеспечиваемому положительностью Λ. При принятых параметрах (3) получаем: T_p = 2,8 отн.ед.

Следуя процедуре, описанной в работах [24, 26, 34, 37], получаем фазовую диаграмму, приведенную на рис. 2. Здесь цифры в рамках соответствуют номерам областей диаграммы. Стрелками показаны схемы ориентаций векторов намагниченностей подрешеток в системе $Oxyz$ (ось Oz по рисунку вертикальна). Левая стрелка – намагниченность первой подрешетки, правая стрелка – намагниченность второй подрешетки.

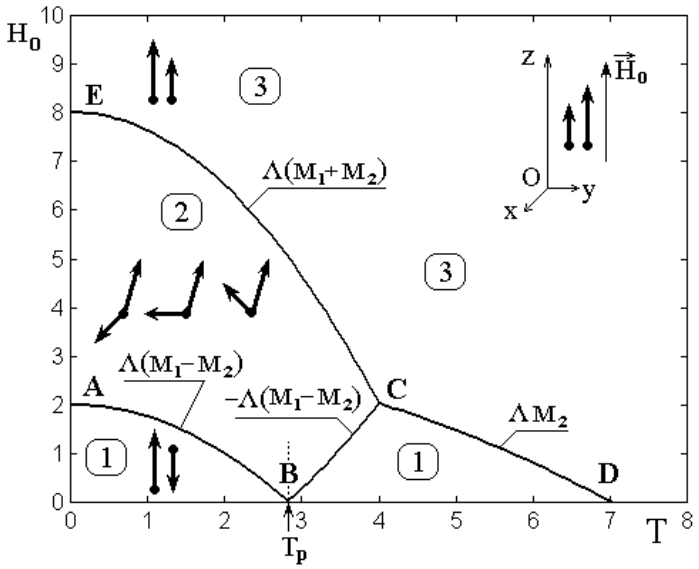


Рис. 2. Схема фазовой диаграммы, построенной классическим методом. Параметры приведены в тексте (3).

Из рисунка видно, что по величине поля в полном интервале изменения температуры на диаграмме можно выделить три характерные области:

Область №1 – ниже нижней ветви диаграммы, то есть ниже кривых AB, BC, CD. Намагниченности обеих подрешеток ориентированы параллельно и направлены в противоположные стороны (угол между ними равен 180 градусам).

Область №2 – между нижней и верхней ветвями диаграммы, то есть между кривыми ABC и EC. В этой области намагниченности подрешеток составляют друг с другом угол, меньший 180 градусов, но нулю не равный.

Область №3 – выше верхней ветви диаграммы, то есть выше кривой ECD. Намагниченности обеих подрешеток параллельны друг другу и ориентированы в одном направлении (угол между ними равен нулю).

Границы между областями, то есть ветви диаграммы, представляют собой фазовые переходы второго рода, а внутри области №2 происходит ориентационный переход.

Важно отметить, что только в области №2, то есть между нижней и верхней ветвями диаграммы, равновесные ориентации намагниченностей обеих подрешеток отличны от направления оси Oz, то есть от направления внешнего поля.

Согласно показанному в работе [37], именно такое отличие допускает в этой области существование прецессии равновесного положения намагниченностей подрешеток, что является в настоящей работе главным предметом рассмотрения.

В то же время, обе подрешетки одновременно являются упорядоченными только в интервале температур от нуля до меньшей температуры Кюри одной из подрешеток. Такой подрешеткой является первая, для которой $T_{c1} = 4$, то есть две подрешетки существуют одновременною в упорядоченном состоянии в интервале температур от нуля до $T = 4$, который и будем рассматривать далее.

3. Характерные уровни поля

Ввиду значительного разнообразия режимов прецессии равновесия в пределах фазовой диаграммы, рассмотрим такие режимы на трех характерных уровнях постоянного поля. Схема расположения характерных уровней поля на фазовой диаграмме представлена на рис. 3, где изображена часть диаграммы, внутри которой возможна прецессия равновесия.

Горизонтальные пунктирные линии соответствуют характерным уровням поля в пределах всего интервала температуры. Точки пересечения этих линий с ветвями диаграммы определяют границы температурных интервалов, в пределах которых возможна прецессия равновесия при каждом заданном уровне поля.

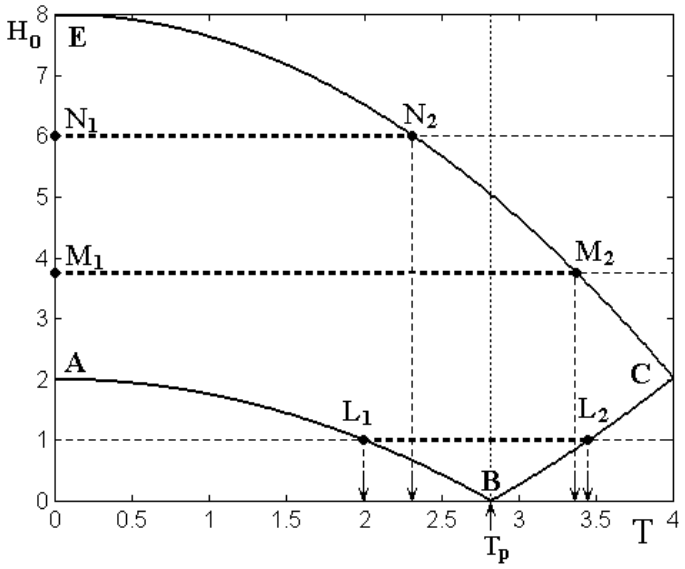


Рис. 3. Схема расположения характерных уровней поля на фазовой диаграмме A-B-C-E. Вертикальная точечная линия соответствует температуре компенсации T_p. Горизонтальные пунктирные линии – уровни значений поля. Вертикальные пунктирные линии – значения температур, соответствующих точкам пересечения линий уровней поля с ветвями диаграммы. Остальные обозначения пояснены в тексте. Параметры – те же, что на рис. 2.

Из рисунка можно видеть, что уровни поля по высоте диаграммы распределены довольно равномерно.

Значения уровней поля выбраны таким образом, что нижний уровень №1 – L_1L_2 располагается по обе стороны от температуры компенсации, включая в себя участки до и после этой температуры. Средний уровень №2 – M_1M_2 включает в себя температуры от нуля, до значений, значительно превышающих температуру компенсации. Верхний уровень №3 – N_1N_2 начинается также от нуля, но до температуры компенсации не доходит. Таким образом, можно полагать, что рассмотрение прецессии равновесия на этих трех уровнях отражает ее особенности по температуре в достаточной степени.

Значения полей и температур на рассматриваемых уровнях следующие.

Нижний уровень №1 – $L_1\,L_2$ соответствует полю H_0 = 1,0, температуры границ уровня: $T\left(L_1\right)$ = 1,99; $T\left(L_2\right)$ = 3,46.

Средний уровень №2 – $M_1\,U = -\left(H_xM_{1x} + H_yM_{1y} + H_zM_{1z}\right)-$ соответствует полю H_0 = 3,8, температуры границ уровня: $T\left(M_1\right)$ = 0,00; $T\left(M_2\right)$ = 3,35.

Верхний уровень №3 – $N_1\,N_2$ соответствует полю H_0 = 6,0, температуры границ уровня: $T\left(N_1\right)$ = 0,00; $T\left(N_2\right)$ = 2,31.

4. Получение равновесных положений намагниченностей из потенциала системы

В качестве начального этапа задачи обратимся к определению равновесного положения намагниченностей обеих подрешеток в отсутствие возбуждающего переменного поля.

Будем полагать, что полная плотность энергии двухподрешеточного ферримагнетика имеет вид:

$$\begin{aligned} U = &-\left(H_x M_{1x} + H_y M_{1y} + H_z M_{1z}\right) - \\ &-\left(H_x M_{2x} + H_y M_{2y} + H_z M_{2z}\right) + \quad . \\ &+\Lambda\left(M_{1x} M_{2x} + M_{1y} M_{2y} + M_{1z} M_{2z}\right) \end{aligned} \tag{5}$$

Для выделения статического потенциала положим поля в виде:

$$H_x = 0,\ H_y = 0,\ H_z = H_0. \tag{6}$$

Будем полагать также, что благодаря симметрии задачи равновесные положения намагниченностей располагаются в плоскости Oxz, так что:

$$M_{1y} = 0,\ M_{2y} = 0. \tag{7}$$

Потенциал принимает вид:

$$U = -H_0 M_{1x} - H_0 M_{2x} + \Lambda\left(M_{1x} N_{2x} + M_{1z} M_{2z}\right). \tag{8}$$

Из условия сохранения намагниченностей обеих подрешеток получаем:

$$M_{1z} = \sqrt{M_{10}^2 - M_{1x}^2}; \tag{9}$$

$$M_{2z} = \sqrt{M_{20}^2 - M_{2x}^2}. \tag{10}$$

Потенциал принимает вид:

$$U = -H_0 M_{1x} - H_9 M_{2x} + \Lambda\left(M_{1x} M_{2x} + \sqrt{M_{10}^2 - M_{1x}^2} \cdot \sqrt{M_{20}^2 - M_{2x}^2}\right). \tag{11}.$$

Во взаимной ориентации намагниченностей обеих подрешеток возможны два следующих варианта.

Вариант № 1 – угол между намагниченностями подрешеток лежит в интервале между 90 и 180 градусов, то есть знаки *z*-компонент намагниченностей подрешеток противоположны:

$$M_{1z} = +\sqrt{M_{10}^2 - M_{1x}^2}; \quad (12)$$

$$M_{2z} = -\sqrt{M_{20}^2 - M_{2x}^2}. \quad (13)$$

При этом потенциал имеет вид (обозначение «(10)» принято для удобства записи):

$$U(10) = -H_0 M_{1x} - H_9 M_{2x} + \Lambda\left(M_{1x}M_{2x} - \sqrt{M_{10}^2 - M_{1x}^2}\cdot\sqrt{M_{20}^2 - M_{2x}^2}\right). \quad (14)$$

Вариант №2 – угол между намагниченностями подрешеток лежит в интервале между нулем и 90 градусов, то есть знаки z-компонент намагниченностей одинаковы:

$$M_{1z} = +\sqrt{M_{10}^2 - M_{1x}^2}; \quad (15)$$

$$M_{2z} = +\sqrt{M_{20}^2 - M_{2x}^2}. \quad (16)$$

При этом потенциал имеет вид (обозначение «(20)» принято для удобства записи):

$$U(20) = -H_0 M_{1x} - H_9 M_{2x} + \Lambda\left(M_{1x}M_{2x} + \sqrt{M_{10}^2 - M_{1x}^2}\cdot\sqrt{M_{20}^2 - M_{2x}^2}\right). \quad (17).$$

В рамках принятых параметров при температуре $T = 1$ первый вариант имеет место при поле H_0 ниже 3.8 отн.ед,, второй – при поле H_0 выше 3.8 отн.ед.

Условия равновесного положения намагниченностей подрешеток в первом варианте требует одновременного выполнения двух равенств:

$$\frac{\partial U(10)}{\partial M_{1x}} = 0;\ \frac{\partial U(10)}{\partial M_{2x}} = 0. \quad (18)$$

Аналогичные условия во втором варианте имеют вид:

$$\frac{\partial U(20)}{\partial M_{1x}} = 0;\ \frac{\partial U(20)}{\partial M_{2x}} = 0. \quad (19)$$

Выполняя дифференцирование и освобождаясь от знаменателей, для первого варианта получаем:

$$H_0 M_{1x} + \Lambda\left(M_{2x}\sqrt{M_{10}^2 - M_{1x}^2} + M_{1x}\sqrt{M_{20}^2 - M_{2x}^2}\right) = 0; \quad (20)$$

$$-H_0 M_{2x} + \Lambda\left(M_{1x}\sqrt{M_{20}^2 - M_{2x}^2} + M_{2x}\sqrt{M_{10}^2 - M_{2x}^2}\right) = 0; \quad (21)$$

аналогично для второго варианта получаем:

$$H_0 M_{1x} + \Lambda\left(M_{2x}\sqrt{M_{10}^2 - M_{1x}^2} - M_{1x}\sqrt{M_{20}^2 - M_{2x}^2}\right) = 0; \quad (22)$$

$$H_0 M_{2x} + \Lambda\left(M_{1x}\sqrt{M_{20}^2 - M_{2x}^2} - M_{2x}\sqrt{M_{10}^2 - M_{2x}^2}\right) = 0; \quad (23)$$

Таким образом, получены две системы уравнений (20)-(21) и (22)-(23), соответствующие первому и второму вариантам, каждая из которых содержит две неизвестных M_{1x} и M_{2x}.

Можно видеть, что для каждой из систем выражения в круглых скобках при параметре Δ с точностью до знаков попарно совпадают. Исключение из каждой системы своих совпадающих выражений приводит к одному и тому же выражению:

$$M_{2x} = -M_{1x}. \quad (24)$$

Подстановка этого выражения в любую из систем позволяет свести в каждой из них два уравнения для M_{1x} и M_{2x} к одному уравнению для M_{1x}.

В качестве первого примера рассмотрим уравнение (20). Подставляя в него M_{2x} в соответствии с выражением (2) и разделяя на M_{1x}, получаем:

$$H_0 + \Lambda\left(-\sqrt{M_{10}^2 - M_{1x}^2} + \sqrt{M_{20}^2 - M_{1x}^2}\right) = 0. \quad (25)$$

Выделение из этого уравнения M_{1x} в чистом виде приводит к полному уравнению четвертой степени относительно M_{1x}. Полученное значение M_{1x} с помощью выражения (25) позволяет найти также M_{2x}, а использование выражений (15) и (16) позволяет найти также M_{1z} и M_{2z}.

Из второй системы (22)-(23) аналогичным порядком также можно найти те же компоненты намагниченностей в случае второго варианта.

Аналитическое решение подобной задачи (полного уравнения четвертой степени), хотя и выполнимо, например, методом Феррари [38, стр.201-202],

[8, стр.71-77], [10, стр.85-90], однако крайне громоздко и не позволяет получить достаточно простой записи.

Можно полагать, что в этом случае довольно удобным является численный метод динамического установления [29-31], [8, ссылка 342], [8, стр.216-217], [9, стр.201], примененный для подобной задачи в работах [28], [37].

Метод динамического установления состоит в задании в начальный момент времени первичной произвольной ориентации векторов намагниченностей той и другой подрешеток, после чего системе предоставляется возможность свободных колебаний в соответствии с их гиромагнитным характером и направлением внешнего поля. Предполагается, что такие колебания имеют затухающий характер, в результате чего положения векторов намагниченностей постепенно стабилизируются в области минимума потенциальной энергии системы в целом. Таким образом, по окончании процесса релаксации, ориентации векторов намагниченностей соответствуют энергетическому минимуму системы, определяемому величиной внешнего поля.

В рамках настоящей работы для дальнейшего рассмотрения будем использовать именно метод динамического установления. Поскольку общая схема метода достаточно подробно описана в работе [28], а его применение вполне успешно опробовано в работе [37] и других цитированных там работах, здесь описывать метод не будем, а приведем сразу полученные с его помощью результаты.

5. Температурные зависимости поперечных компонент равновесных намагниченностей

Обратимся к рис. 4, где приведены зависимости x-компонент равновесных намагниченностей первой (сплошные линии) и второй (пунктирные линии) подрешеток от температуры при различных значениях постоянного поля, выбранных в соответствии с различными характерными уровнями поля фазовой диаграммы (рис. 3). На рисунке вертикальные точечные линии соответствуют температурам пересечений уровней поля с ветвями фазовой диаграммы.

Для поля H_0 = 1,0 (эпюра а) точек пересечения две, так что эти температуры равны 1,99 и 3,46 (точечные линии A-A и B-B). Для поля H_0 = 3,8 (эпюра б) горизонтальная линия поля упирается в левый край диаграммы, соответствующий нулевой температуре, так что температуры точек пересечении равны 0,00 и 3,35 (левый край рисунка и точечная линия C-C). Для поля H_0 = 6,0 (эпюра в) горизонтальная линия поля упирается в левый край диаграммы, соответствующий нулевой температуре, так что температуры точек пересечении равны 0,00 и 2,31 (левый край рисунка и точечная линия D-D).

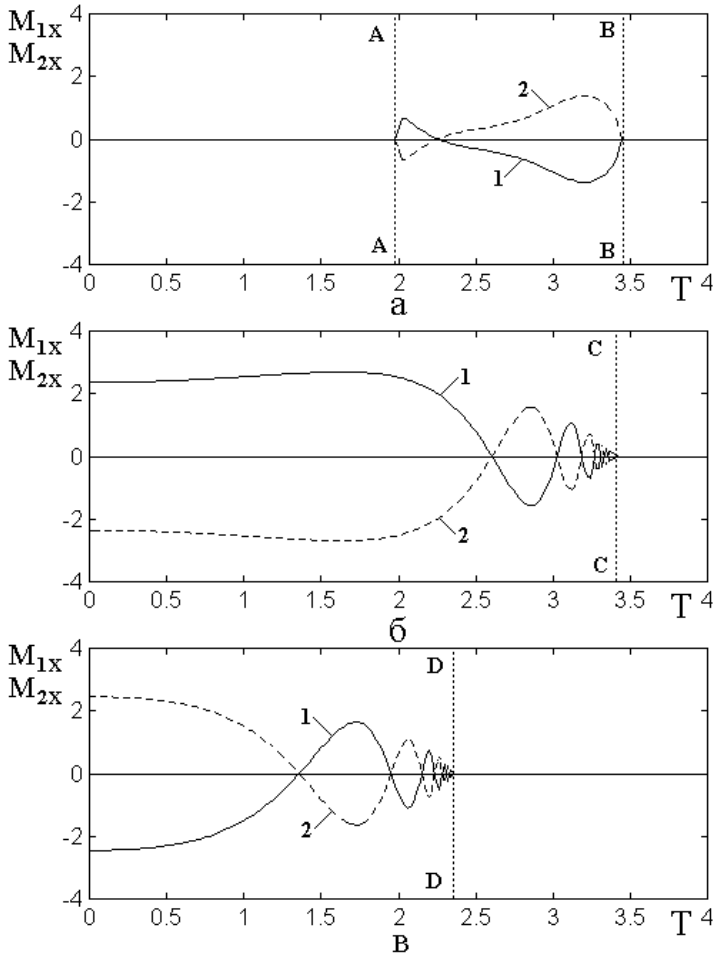


Рис. 4. Зависимости x-компонент намагниченностей первой (сплошные линии) и второй (пунктирные линии) подрешеток от температуры при различных уровнях постоянного поля H_0: а – низкий уровень: H_0 = 1,0; б – средний уровень: H_0 = 3,8; в – высокий уровень: H_0 = 6,0. Вертикальные точечные линии соответствуют температурам пересечения уровней поля с ветвями фазовой диаграммы. 1 – M_{1x}; 2 – M_{2x}. Амплитуда переменного поля h_0 = 1,0. Остальные параметры приведены в разделе 2.

Из рисунка можно видеть, что на всех уровнях зависимости намагниченностей той и другой подрешеток от температуры имеют осциллирующий характер, причем по мере увеличения температуры период осцилляций и их амплитуда уменьшаются. Начало и конец осцилляций по температуре соответствуют пересечению горизонтальных уровней поля с ветвями диаграммы. Таким образом, осцилляции приведенных зависимостей существуют только внутри полной фазовой диаграммы, как раз там, где при подаче переменного поля может возникать прецессия равновесного положения намагниченности.

Важным фактором является зеркальный относительно горизонтальной оси характер кривых для той и другой подрешеток. Такое положение полностью согласуется с полученным аналитически выражением (24), утверждающим равенство x-компонент намагниченностей той и другой подрешеток с точностью до противоположного знака.

Дополнительно можно отметить, что на температуре компенсации (при принятых параметрах T_p = 2,8 отн.ед.) какие-либо особенности приведенных кривых отсутствуют. Заметим, что такое утверждение относится только к рассмотренным здесь температурным зависимостям равновесных x-компонент намагниченностей подрешеток, что не исключает особенностей при температуре компенсации других компонент как в статике, так и в динамике и должно рассматриваться отдельно.

Рассмотрение, выполненное на основе рис. 4, относится к компонентам подрешеток, ориентированным вдоль оси Ox. Однако, как можно вдеть из геометрии задачи (рис. 1), ориентация рассматриваемой совокупности подрешеток в плоскости Oxy никак не определена, то есть оси Ox и Oy являются эквивалентными, Обратимся к рис. 5, где показаны зависимости поперечных компонент намагниченностей первой (сплошные линии) и второй (пунктирные линии) подрешеток от температуры, причем в качестве примера выбран средний уровень постоянного поля H_0 = 3,8.

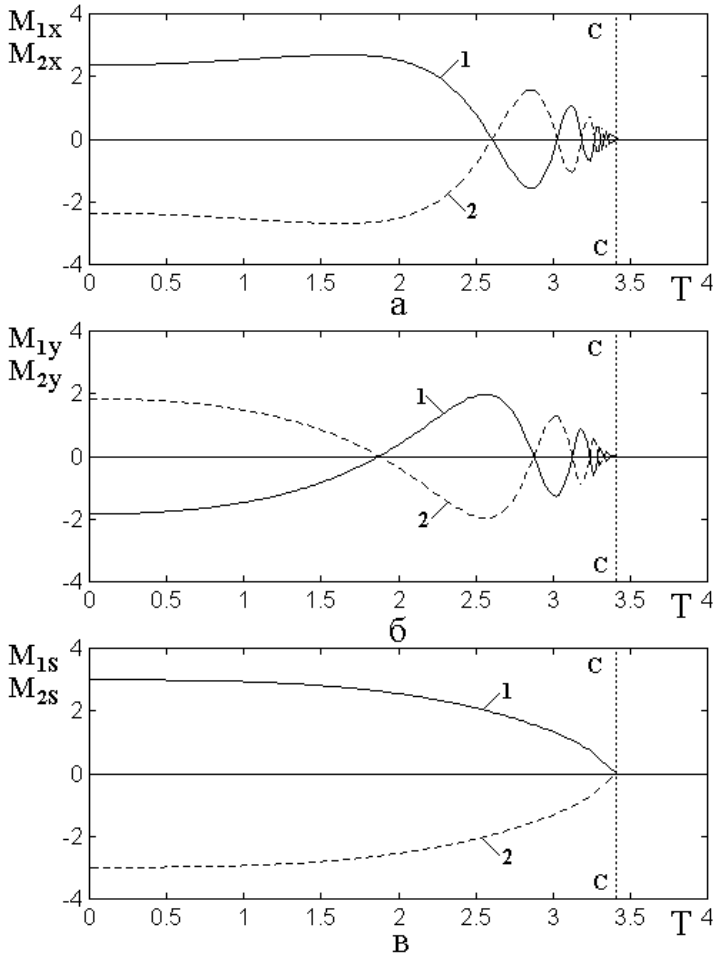


Рис. 5. Зависимости поперечных компонент намагниченностей первой (сплошные линии) и второй (пунктирные линии) подрешеток от температуры при среднем уровне постоянного поля H_0 = 3,8. а – компоненты M_{1x}, M_{2x}; б – компоненты M_{1y}, M_{2y}; в – полные величины поперечных компонент, определяемые по формулам (26), (27). Вертикальная точечная линия – та же, что на рис. 4б. Амплитуда переменного поля h_0 = 1,0. Остальные параметры приведены в разделе 2.

Из рис. 5а можно видеть, что компоненты M_{1x} и M_{2x} ведут себя зеркальным образом в полном соответствии с рис. 4б. В то же время, компоненты M_{1y} и M_{2y} ведут себя аналогичным образом, несмотря на замену оси O_x на ось Oy, что соответствует повороту системы координат на 90 градусов. При этом начальная ось в плоскости Oxy может быть выбрана произвольно, что обеспечивается симметрией структуры вокруг оси Oz. Однако хорошо видно, что эпюра «а» никак не повторяет эпюру «б», что обусловлено различием между ними на 90 градусов. В обоих случаях компоненты намагниченностей обеих подрешеток при изменении температуры ведут себя осциллирующим образом.

Рассмотрим теперь полные плоскостные составляющие намагниченностей той и другой подрешеток, имеющие вид:

$$M_{1S} = \sqrt{M_{1x}^2 + M_{1y}^2}; \tag{26}$$

$$M_{2S} = -\sqrt{M_{2x}^2 + M_{2y}^2}. \tag{27}$$

Из температурных зависимостей полных составляющих, представленных на рис. 5в, можно видеть, что осцилляции полностью отсутствуют. Причиной спада обеих кривых по температуре является спад полных намагниченностей подрешеток с температурой вида (1) и (2). Можно видеть, что начальные значения кривых при $T = 0$ меньше начальных значений намагниченностей подрешеток M_{10} и M_{20}, так как в принятом здесь поле $H_0 = 3{,}8$ часть той и другой намагниченностей приходится на компоненту вдоль оси Oz. Зеркальный вид обеих кривых относительно горизонтальной оси означает, что проекции намагниченностей той и другой подрешеток на плоскость Oxy одинаковы по величине и противоположны по знаку, как это уже было отмечено для каждой из поперечных компонент по отдельности.

6. Температурные зависимости продольных компонент равновесных намагниченностей

На рис. 4 и рис. 5 представлены зависимости поперечных компонент намагниченностей подрешеток от температуры. Рассмотрим теперь в тех же условиях продольные, то есть z-компоненты намагниченностей подрешеток в зависимости от температуры при тех же трех характерных значениях постоянного поля (раздел 3). Соответствующие зависимости представлены на рис. 6.

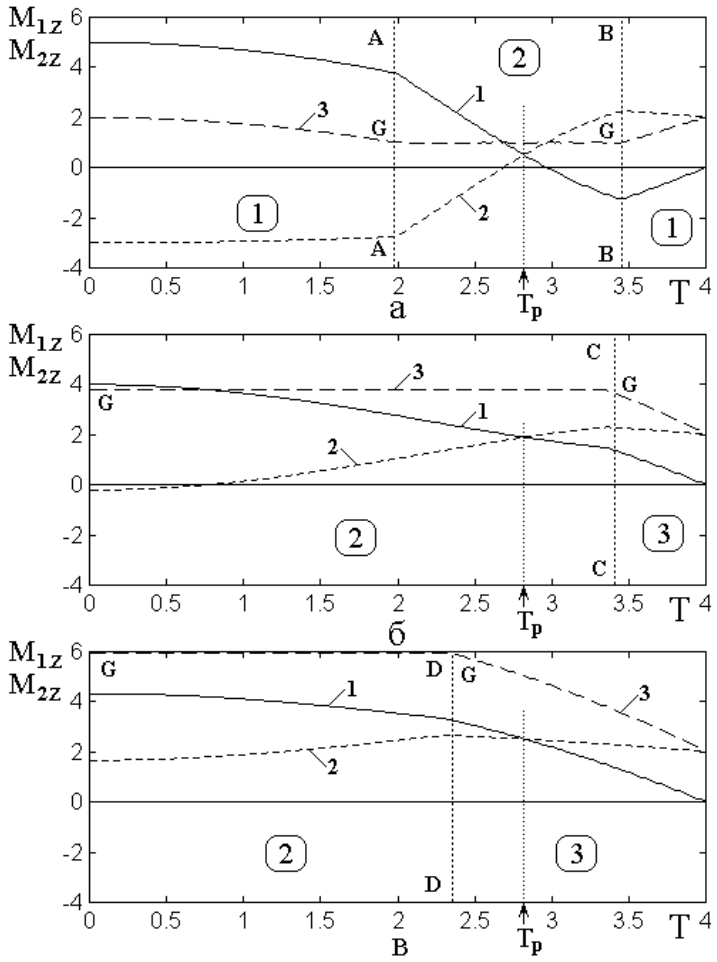


Рис. 6. Зависимости z-компонент намагниченностей первой (сплошные линии) и второй (частый пунктир) подрешеток, а также их суммы (редкий пунктир) от температуры при различных уровнях постоянного поля H_0:
а – низкий уровень: H_0 = 1,0; б – средний уровень: H_0 = 3,8;
в – высокий уровень: H_0 = 6,0. Вертикальные точечные линии соответствуют температурам пересечения уровней поля с ветвями фазовой диаграммы – те же, что на рис. 4. Цифры в кругах – области фазовой диаграммы – те же, что на рис. 2. 1 – M_{1z}; 2 – M_{2z}; 3 – $M_{1z} + M_{2z}$. Остальные параметры – те же, что на рис. 4 и рис. 5.

Из рисунка видно, что приведенные зависимости сильно отличаются от представленных на рис. 4 и рис. 5. Так, какие-либо осцилляции здесь отсутствуют. Такое обстоятельство обусловлено тем, что при увеличении поля у той и другой намагниченностей есть только одна возможность изменения – вдоль оси Oz, тогда как для поперечных компонент – две возможности – поворот в положительном и отрицательном направлениях вокруг оси Oz, так что энергия системы при том или ином повороте на равные углы остается одинаковой.

Как отмечено в разделе 2, в областях 1 и 3 намагниченности обеих подрешеток ориентированы в одном направлении – в области 1 – навстречу друг другу, в области 3 – в едином направлении. Поэтому в области 1 суммарная намагниченность равна разности намагниченностей подрешеток, а в области 3 – их сумме. На приведенном здесь рисунке это можно наглядно видеть по поведению кривых 3 (редкий пунктир). Так, на рис. 6а кривая 3 дает сумму намагниченностей левее вертикальной линии A-A и правее вертикальной линии B-B. На рис. 6б сумма намагниченностей отражается кривой 3 в области правее вертикальной линии C-C. На рис. 6в сумма намагниченностей отражается кривой 3 в области правее вертикальной линии D-D.

В области 2 при всех значениях поля складываются не полные намагниченности, а их z-компоненты, причем везде в этой области сумма компонент, отмеченная буквами G-G, сохраняется постоянной. Примечательно отметить, что эта сумма во всех случаях как раз равна значению приложенного поля, то есть на рис. 6а составляет 1,0 отн.ед, на рис. 6б – 3,8 отн.ед., на рис. 6в = 6,0 отн.ед. Заметим, что такое равенство получается при принятом здесь значении константы обмена $\Lambda = 1$, а при других значениях будет соответственно умножаться на эту константу, подобно ветвям диаграммы на рис. 2.

7. Схема измерения параметров прецессии равновесия

Главным предметом рассмотрения в настоящей работе является прецессия положения равновесия, присутствующая повсеместно в рамках фазовой диаграммы. Ввиду разнообразия свойств такой прецессии, обратим прежде всего внимание на величину размаха колебаний прецессирующей намагниченности. Для количественной характеристики размаха будем использовать геометрические параметры разверток во времени и прецессионного портрета. Обратимся к рис. 7, где представлена схема измерения параметров прецессии равновесия, применяемая далее. Для простоты рассмотрения ограничимся прецессией равновесия намагниченности первой подрешетки в режиме без

охвата центра [37, ражим №2]. В остальных режимах измерение параметров будем проводить аналогичным образом.

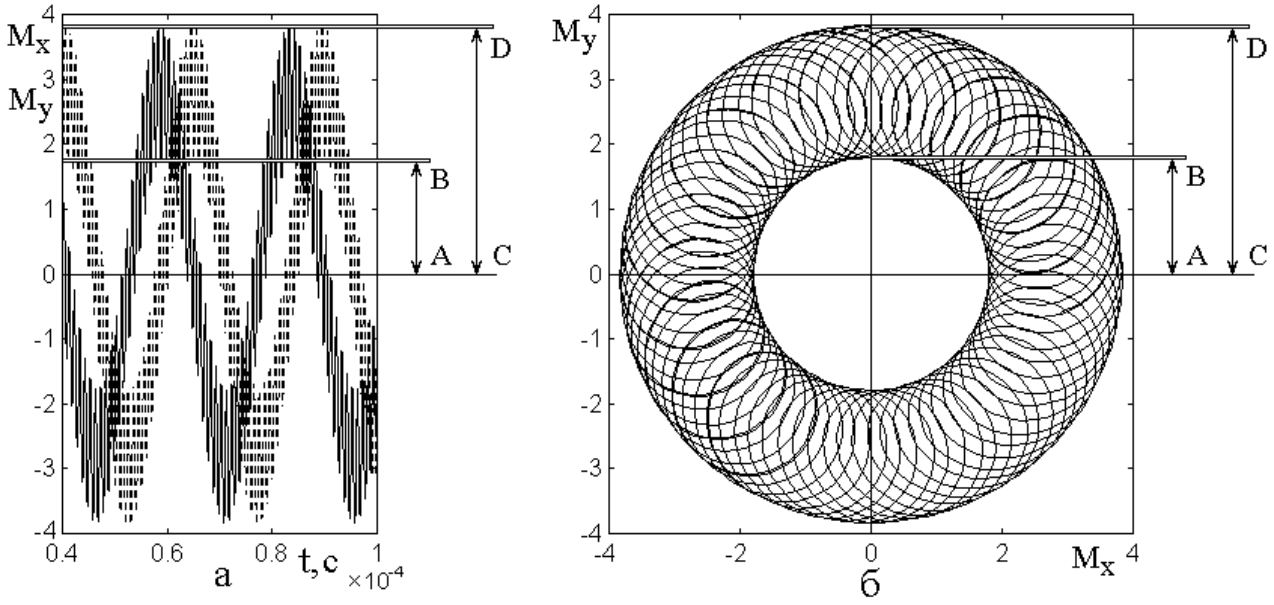


Рис. 7. Схема измерения параметров прецессии равновесия.
а – развертки по времени колебаний компонент намагниченности первой подрешетки M_x (сплошные линии) и M_y (пунктир); б – соответствующий прецессионный портрет. Буквами A,B и C,D обозначены концы отрезков измеряемого размаха колебаний.
Параметры: T = 1; H_0 = 3.8; h_0 = 1,0; f_p = 1 МГц.

Из рис. 7а видно, то характерными размерами является амплитуда колебаний по минимуму синусоиды – отрезок AB, и амплитуда колебаний по максимуму той же синусоиды – отрезок CD. На рис. 7б показаны те же отрезки на картине прецессионного портрета. Видно, что благодаря симметрии портрета и образующих его синусоид каждый из отрезков сохраняет свою длину по всему кругу портрета, При этом каждый из отрезков может характеризовать амплитуду как для компоненты M_x, так и для компоненты M_y. Для определенности будем называть далее величину

$$\Delta M = CD - AB \tag{28}$$

«шириной малого кольца» прецессионного портрета, или просто «шириной кольца», имея в виду именно малое кольцо, а границы, определяемые точками B и D – внутренней и внешней его границами.

8. Температурные параметры ширины кольца прецессии равновесия при низком уровне поля

Рассмотрим теперь параметры прецессии равновесия в широком интервале температур. Следуя разделу 3, будем рассматривать прецессию равновесия при трех характерных значениях поля H_0, равных 1.0, 3.8 и 6.0 отн.ед. Из рассмотрения рис. 3 можно видеть, что наибольшее разнообразие обеспечивает поле $H_0 = 1.0$. В самом деле, по температуре здесь имеются три области: первая – от нуля до точки L_1, где $T = 1{,}99$, находящаяся вне диаграммы, вторая – от точки L_1 при $T = 1{,}99$, до точки L_2, где $T = 3{,}46$, находящаяся внутри диаграммы, где в нее входит температура компенсации $T_p = 2{,}8$, третья – от точки L_2, где $T = 3{,}46$ до максимума, где $T = 4{,}0$, лежащая вне диаграммы, верхняя температурная граница которой определяется температурой Кюри первой подрешетки $T_{c1} = 4{,}0$. Из того же рис. 3 можно видеть, что два других характерных значения поля 3,8 и 6,0 не обладают таким разнообразием, поэтому начнем рассмотрение именно с поля $H_0 = 1{,}0$.

Обратимся к рис. 8, где показаны зависимости от температуры верхней (1) и нижней (2) границ кольца прецессии равновесия для первой подрешетки при поле $H_0 = 1{,}0$.

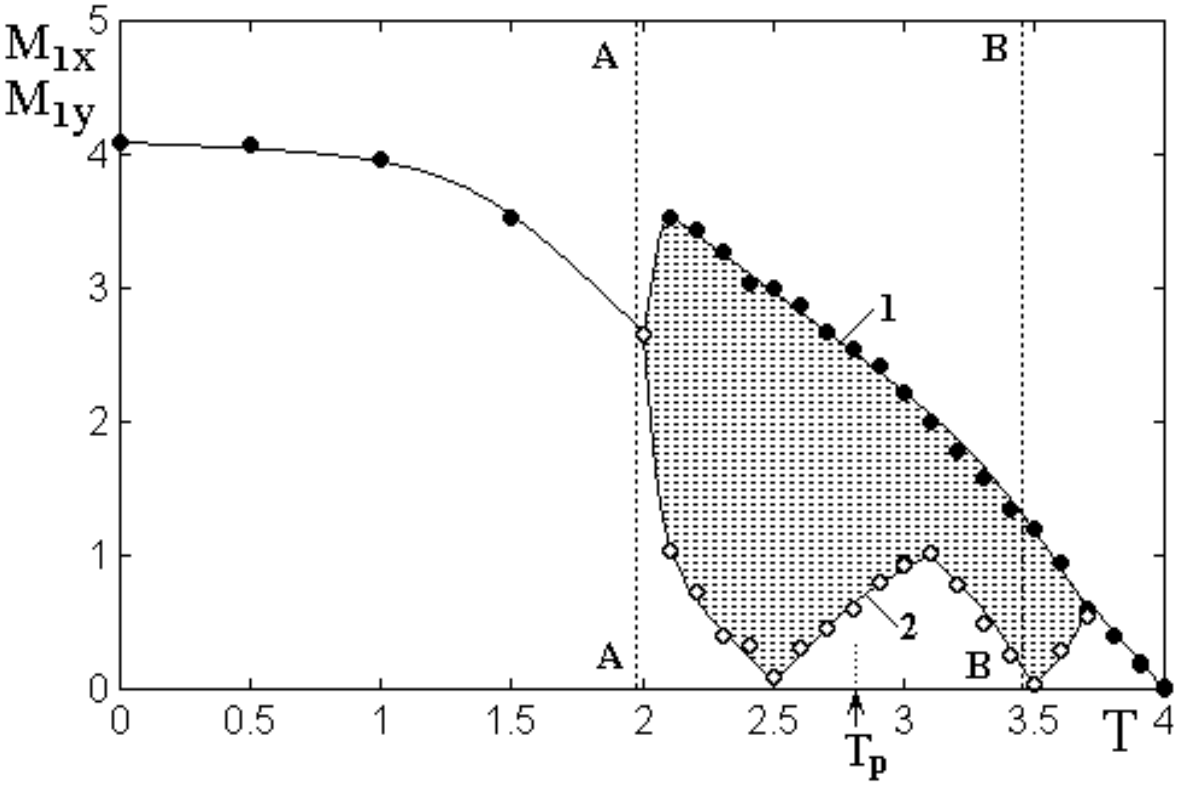


Рис. 8. Зависимости от температуры верхней (1) и нижней (2) границ кольца прецессии равновесия для первой подрешетки при поле H_0 = 1,0.
Вертикальные точечные линии А-А и В-В соответствуют температурам пересечения уровня поля с ветвями фазовой диаграммы – те же, что на рис. 4а.
Заштрихованная область – часть диаграммы, где ширина кольца прецессии равновесия отлична от нуля.
Параметры: T = 1; H_0 = 1;0; h_0 = 1; f_p = 1 МГц.

Из рисунка можно видеть, что от нуля температуры T = 1,99 обе границы кольца слиты воедино, так что параметрический портрет представляет собой только одно большое кольцо без участия малых колец, то есть прецессия равновесия как таковая отсутствует. Начиная с температуры T = 1,99 (линия А-А) верхняя и нижняя границы кольца расходятся, так что кольцо приобретает определенную ширину. Далее кольцо сужается, в основном, за счет понижения верхней границы, что обусловлено уменьшением намагниченности с температурой в соответствии с формулой (1). Далее верхняя граница заходит несколько выше температуры 3,46, достигая значения около 3,75, где нижняя и верхняя границы снова сливаются, образуя единую линию, стремящуюся к нулю при температуре T = 4,0, где диаграмма заканчивается. Нижняя граница кольца от температуры T = 1,99 резко снижается, достигая нуля при температуре

T = 2,50, после чего снова возрастает, проходит через максимум при T = 3,1, после чего снова падает до нуля при T = 3,5, после чего стремится к верхней границе, с которой сливается при T = 3,75.

Таким образом, если верхняя граница по температуре снижается монотонно, то нижняя испытывает два спада и соответственно два подъема, в результате чего приобретает как бы «пилообразный» характер.

Проверка показывает, что точки спада нижней границы до нуля соответствуют переходу прецессии от режима без охвата центра к режиму с охватом центра и в обратном порядке. Заметим, что характер прецессионного портрета здесь меняется довольно причудливым образом, так что более подробное рассмотрение может явиться предметом для отдельной работы.

Несколько неожиданным является раскрытие заштрихованной области выше температуры T = 3,46, где поле H_0 = 1,0 выходит за пределы диаграммы. Однако проверка показывает, что в этой области прецессионный портрет уже не представляет одно большое кольцо, сопровождаемое по образующей малыми кольцами, причем малые кольца отсутствуют, а положение большого кольца относительно центра портрета становится неустойчивым, хаотическими скачками смещаясь в разные стороны, так что здесь верхняя и нижняя границы отражают не границы малых колец, а границы смещения неустойчивого большого кольца.

Проведенное рассмотрение касается только первой подрешетки. Обратимся теперь к рис. 9, где приведены подобные зависимости для второй подрешетки.

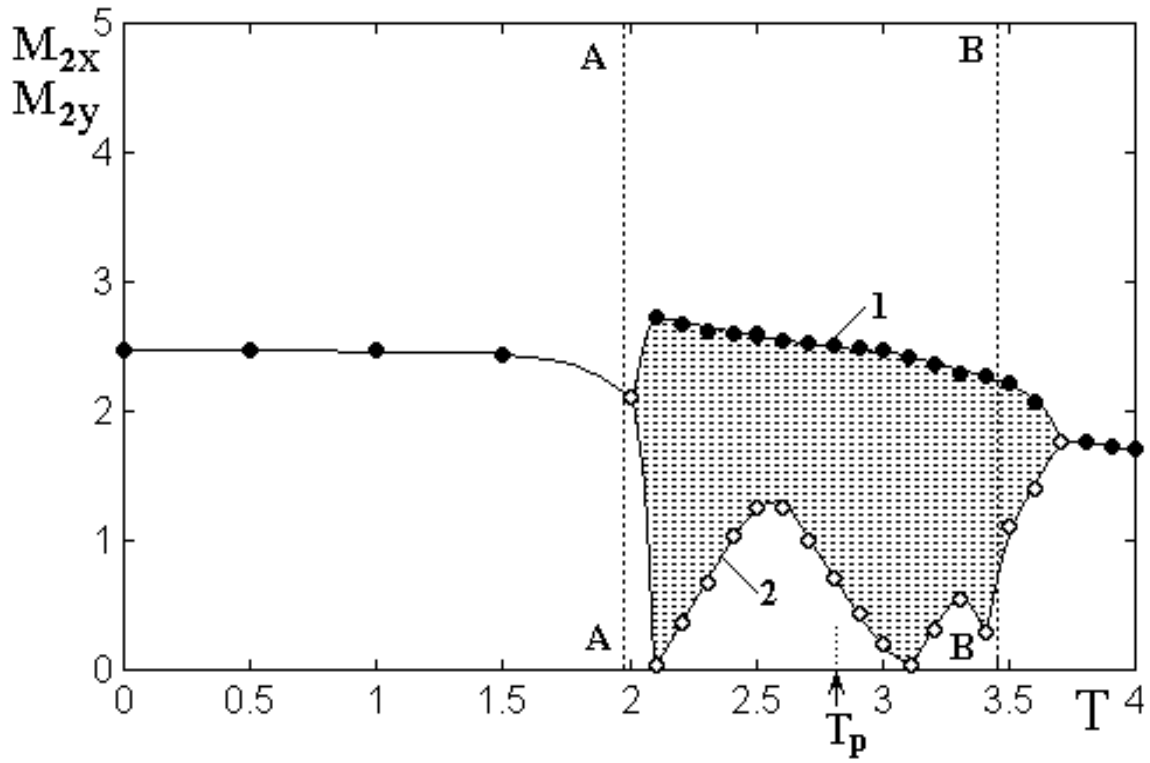


Рис. 9. Зависимости от температуры верхней (1) и нижней (2) границ кольца прецессии равновесия для второй подрешетки при поле H_0 = 1,0.
Вертикальные точечные линии А-А и В-В – те же, что на рис. 8.
Заштрихованная область – часть диаграммы, подобная таковой на рис. 8.
Параметры – те же, что на рис. 8.

Из рисунка видно, что рисунок в целом близок к предыдущему. Такое сходство соответствует соотношению (24), говорящему о взаимной противоположности величин поперечных компонент намагниченностей обеих подрешеток. Однако характер нижних границ заметно различается. Так, на рис. 8 температуре T = 2,5 соответствует минимум, а на рис. 9 той же температуре – максимум. То есть ширина кольца для той и другой подрешеток меняется не вполне подобным образом. Для уточнения этого вопроса обратимся к рис. 10, где показаны зависимости от температуры ширины кольца для первой (1) и второй (2) подрешеток.

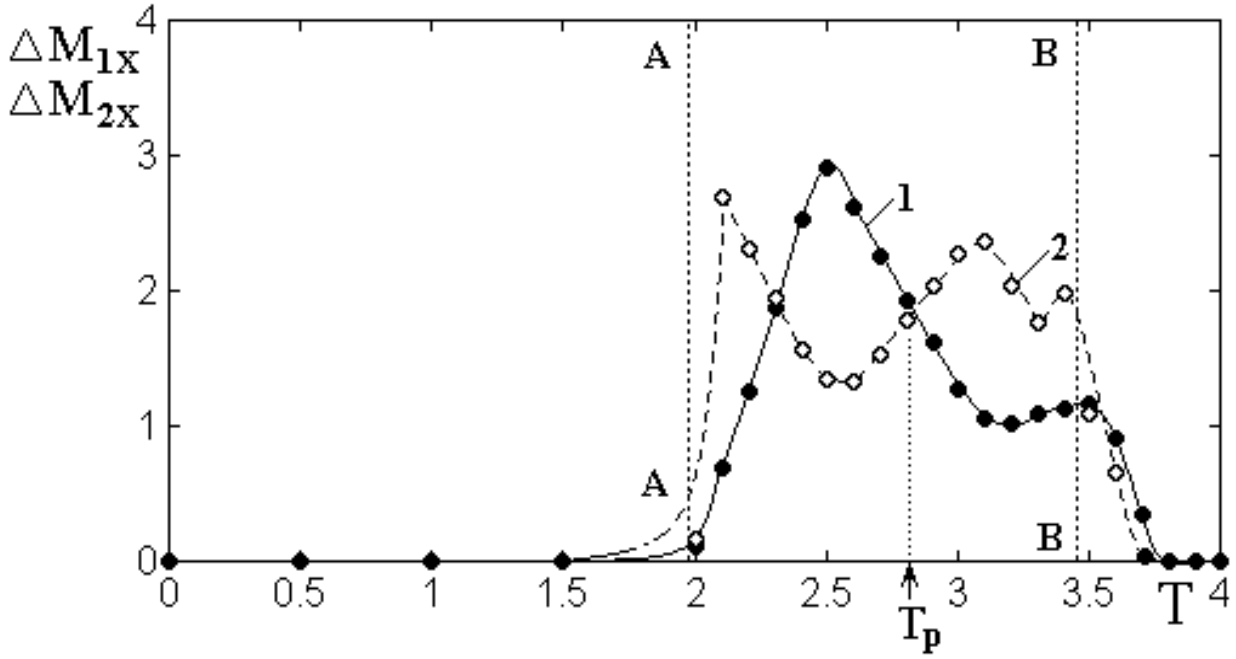


Рис. 10. Зависимости от температуры ширины кольца для перовой (1) и второй (2) подрешеток при поле H_0 = 1,0.
Параметры и обозначения – те же, что на рис. 8 и рис. 9.

Из рисунка видно, что ширина кольца для той и другой подрешеток меняется как бы противофазным образом. Проверка показывает, то это связано с изменением характера прецессионного портрета, характерными точками изменения которого являются температуры T = 2,5 и 3,1 отн.ед. Как и в предыдущем случае, такое изменение может явиться предметом для отдельного исследования.

Важно отметить, что кривые 1 и 2 пересекаются точно при температуре компенсации T_p, то есть при этой температуре полные конфигурации прецессионных портретов для обеих подрешеток при наложении друг на друга по верхней и нижней границам малых колец полностью совпадают. Можно полагать, что такое совпадение обусловлено полным равенством намагниченностей обеих подрешеток, так что в равновесном состоянии они развернуты относительно оси Oz одинаковым образом и переменное поле на них действует также в одинаковой степени, то есть обе подрешетки относительно полей и собственных величин находятся в равном положении, что и обеспечивает полное равенство как больших, так и малых колец прецессионного портрета.

9. Температурные параметры ширины кольца прецессии равновесия при среднем уровне поля

Проведенное рассмотрение выполнено при наименьшем характерном значении постоянного поля, равном H_0 = 1,0. Рассмотрим теперь параметры ширины кольца прецессии равновесия при других полях. Обратимся к рис. 11, где приведены зависимости от температуры верхней и нижней границ кольца прецессии равновесия для обеих подрешеток при поле H_0 = 3,8.

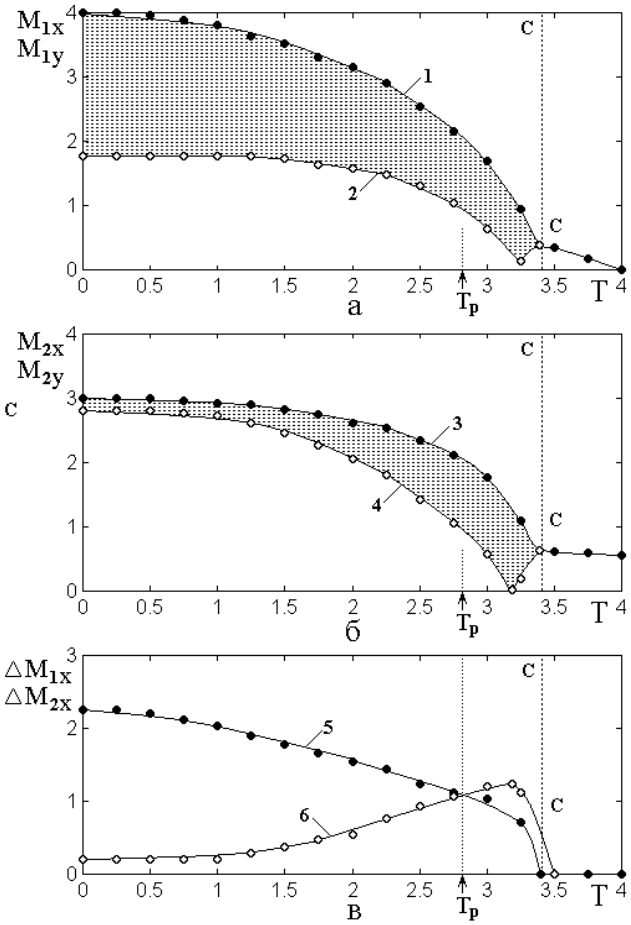


Рис. 11. Зависимости от температуры верхней (1) и нижней (2) границ кольца прецессии равновесия для первой подрешетки при поле H_0 = 3,8.
а – первая подрешетка; б – вторая подрешетка; в – ширина колец первой и второй подрешеток. 1, 3 – верхние границы колец той и другой подрешеток; 2, 4 – нижние границы колец той и другой подрешеток: 5 – ширина колец первой подрешетки; 6 – ширина колец второй подрешетки.
Вертикальная точечная линия С-С соответствует температуре пересечения уровня поля с верхней ветвью фазовой диаграммы – та же, что на рис. 4б.
Заштрихованная область – часть диаграммы, где ширина кольца прецессии равновесия отлична от нуля.
Параметры: T = 1; H_0 = 3;8; h_0 = 1; f_p = 1 МГц.

Из рисунка видно, что в отличие от рис. 8, рис. 9 и рис. 10, область существования прецессии равновесия начинается прямо от нуля температуры (от левого края рисунка). Такое обстоятельство связано с тем, что уровень поля $H_0 = 3{,}8$ при нуле температуры, как это можно видеть из рис. 3, находится внутри фазовой диаграммы.

Далее, как видно из рис. 11а и рис. 11б, по мере увеличения температуры обе границы заштрихованной области для обеих подрешеток понижаются, стремясь к минимуму при температуре $T = 3{,}35$, где линия уровня поля $H_0 = 3{,}8$ пересекает верхнюю ветвь фазовой диаграммы (точка M_2 на рис. 3). Соответствующая температура отмечена вертикальной точечной линией С-С, подобной таковой на рис. 4б.

Нижние границы заштрихованных областей при приближении к окончанию диаграммы имеют довольно резкие минимумы, для первой подрешетки вблизи $T = 3{,}25$, для второй – при $T = 3{,}20$. проверка показывает, что такие минимумы обусловлены переходом прецессии равновесия с режима без охвата центра к режиму с охватом центра, что и происходит через почти полное закрытие свободной сердцевины прецессионного портрета.

Заметим, что при температурах ниже температуры компенсации $T_p = 2{,}8$ область существования прецессии равновесия по намагниченности для второй подрешетки значительно уже области существования для первой подрешетки. В то же время, при температуре выше компенсации такое соотношение меняется: заштрихованная область для второй подрешетки становится шире области для первой. Это же видно и из сравнения рис. 8 и рис. 9. Такое положение происходит из-за того, что ниже компенсации намагниченность первой подрешетки превышает намагниченность второй, а выше компенсации намагниченность второй превышает намагниченность первой.

Особенно ярко температурное поведение ширины области существования прецессии равновесия проявляется на рис. 11в, где четко видно как преобладание первой подрешетки над второй, так и преобладание второй над первой, меняющееся как раз при температуре компенсации. Далее, при приближении

температуры к линии С-С, обе кривые 5 и 6 стремятся к нулю, что соответствует выходу линии уровня поля за пределы фазовой диаграммы (рис. 3, линия M_1-M_2), то есть окончанию области существования прецессии равновесия.

10. Температурные параметры ширины кольца прецессии равновесия при высоком уровне поля

Рассмотрим теперь параметры ширины кольца прецессии равновесия при наибольшем из характерных полей, то есть при поле H_0 = 6,0. Соответствующие зависимости представлены на рис. 12.

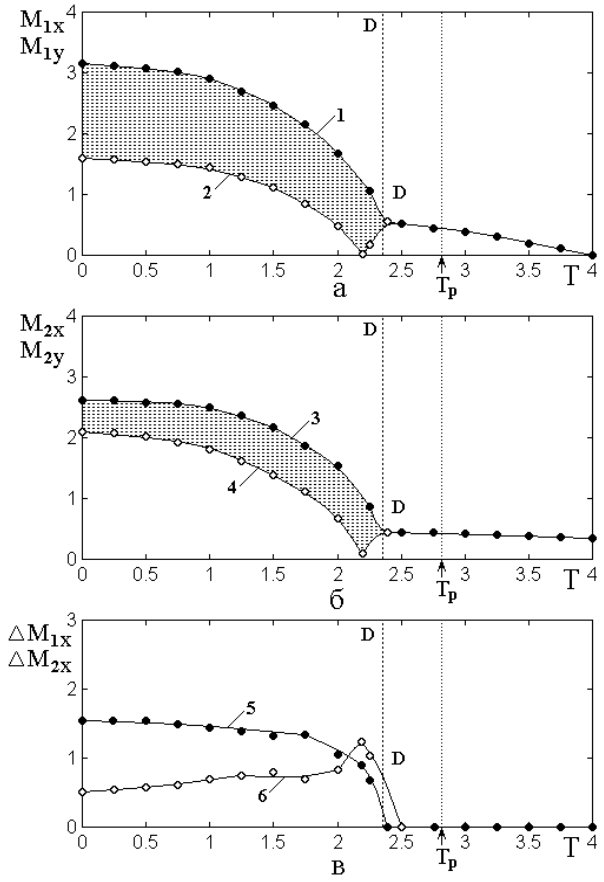


Рис. 12. Зависимости от температуры верхней (1) и нижней (2) границ кольца прецессии равновесия для первой подрешетки при поле H_0 = 6,0.
а – первая подрешетка; б – вторая подрешетка; в – ширина колец первой и второй подрешеток. 1, 3 – верхние границы колец той и другой подрешеток; 2, 4 – нижние границы колец той и другой подрешеток: 5 – ширина колец первой подрешетки; 6 – ширина колец второй подрешетки. Вертикальная точечная линия D-D соответствует температуре пересечения уровня поля с верхней ветвью фазовой диаграммы – та же, что на рис. 4в. Заштрихованная область – часть диаграммы, где ширина кольца прецессии равновесия отлична от нуля. Параметры: T = 1; H_0 = 6,0; h_0 = 1,0; f_p = 1 МГц.

Из рисунка видно, что общий характер приведенных зависимостей подобен кривым на рис. 11. Главное отличие состоит здесь в том, что интервал температуры сверху ограничен значением $T = 2{,}30$, отмеченным вертикальной точечной линией D-D, температура которой соответствует пересечению горизонтальной линии уровня поля $H_0 = 6{,}0$ с верхней ветвью фазовой диаграммы (точка N_2 на рис. 3). Поскольку определенная так граничная температура значительно ниже температуры компенсации $T_p = 2{,}8$, то и эффекты, связанные с компенсацией, здесь отсутствуют. В остальном характер всех кривых полностью аналогичен зависимостям, приведенным на рис. 11, так что здесь их подробная интерпретация не требуется.

11. Некоторые замечания о возможном развитии работы

Приведем некоторые замечания о возможном развитии работы.

Прежде всего отметим, что проведенное рассмотрение выполнено на основе самой простой модели, учитывающей только взаимодействие намагниченностей подрешеток с постоянным полем и друг с другом. В то же время, практика показывает, что в реальных материалах присутствуют также различные виды магнитной анизотропии, в первую очередь – одноосная и кубическая. Рассмотрение формы образца в виде тонкой пластины также требует учета поля размагничивания. Кроме того, в реальных образцах могут присутствовать различные виды магнитоупругого взаимодействия, оказывающие значительное влияние на прецессию равновесия. Таким образом, в качестве первой рекомендации можно отметить учет взаимодействия намагниченностей подрешеток с различными внешними факторами.

В настоящей работе все рассмотрение проведено только при едином уровне возбуждения $h_0 = 1{,}0$, близком к граничному переходу от линейных колебаний к нелинейным. В то же время, как отмечено в работе [37], прецессия равновесия может реализоваться в различных режимах, в первую очередь – без охвата центра и с его охватом. Предварительное рассмотрение показывает, что охват центра также может осуществляться несколькими различными способами.

При этом конкретная реализация того или иного режима зависит от уровня возбуждения. Таким образом, представляет интерес рассмотрение описанных здесь явлений при различных уровнях переменного поля.

Важно отметить, что проведенное здесь рассмотрение выполнено в рамках нормированных, то есть относительных, значений параметров. Поэтому представляет значительный интерес выполнить такое же рассмотрение при параметрах, наблюдаемых в эксперименте, подобных принятых в работах [32, 33] и других, там цитированных. Такое рассмотрение позволит более реально оценить перспективы применения подобных материалов для конструирования соответствующих устройств обработки информации.

Заключение

Основные результаты настоящей работы сводятся к следующему.

1) Рассмотрена прецессия равновесных колебаний намагниченности двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации в широком интервале температуры и постоянного поля. Приведена геометрия задачи, представляющая собой нормально намагниченную пластину из двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации, подверженную воздействия переменного поля круговой поляризации в плоскости пластины.

2) Приведена схема классического построения фазовой диаграммы, отмечены характерные уровни постоянного поля, лежащие в нижней, средней и верхней областях диаграммы.

3) Приведена схема получения равновесных положений намагниченности из потенциала системы. Показано, что в рамках поставленной задачи аналитическое решение методами классической алгебры является крайне громоздким, поэтому для построения фазовой диаграммы предложено использовать метод динамического установления намагниченности.

4) Рассмотрены температурные зависимости поперечных компонент равновесных намагниченностей обеих подрешеток. Выделены температурные интервалы допустимого существования прецессии равновесия намагниченности,

определяемые пересечением уровней характерных значений постоянного поля с ветвями фазовой диаграммы.

5) Показано, что при низшем уровне поля по температуре имеются три области: первая – от нуля до пересечения линии уровня поля с нижней ветвью диаграммы ниже температуры компенсации, вторая – от температуры пересечения линии поля с нижней ветвью диаграммы ниже температуры компенсации до такого же пересечения выше температуры компенсации, третья – от температуры второго пересечения до температуры Кюри первой подрешетки, где замкнутая область диаграммы заканчивается. Показано, что в этих условиях прецессия равновесия возможна только во второй области.

6) При среднем уровне поля по температуре имеются две области – первая от нуля до точки пересечения линии поля с верхней ветвью диаграммы, включающая в себя температуру компенсации, вторая – от такой точки пересечения до температуры Кюри первой подрешетки. Показано, что в этих условиях прецессия равновесия возможна только в первой области.

7) При высоком уровне поля по температуре имеются две области, подобные областям при среднем уровне поля с тем отличием, что точка пересечения линии уровня поля с верхней вервью диаграммы находится ниже температуры компенсации. Показано, что в этих условиях прецессия равновесия возможна только в первой области.

8) Показано, что при всех характерных уровнях поля колебания намагниченностей той и другой подрешеток имеют по температуре осциллирующий характер, причем осцилляции поперечных намагниченностей той и другой подрешеток являются противофазными с зеркальным отражением относительно знака намагниченности. Противофазный характер с зеркальным отражением интерпретирован на основе модели потенциала, допускающей аналитическую трактовку.

9) Рассмотрены температурные зависимости продольных компонент равновесных намагниченностей. Показано, что при всех уровнях постоянного поля продольные компоненты намагниченностей сохраняют зеркальный

характер в тех же областях температуры, что и поперечные, однако какие-либо осцилляции отсутствуют. Такой характер зависимостей интерпретирован также на основе модели потенциала, допускающей аналитическую трактовку.

10) В качестве количественной характеристики параметров прецессии равновесия введена величина размаха колебаний, проявляющаяся в ширине малого кольца прецессионного портрета, равная разности между радиусом внешней образующей большого кольца портрета и радиусом образующей его центральной середины, свободной от колебаний.

11) Рассмотрены температурные параметры ширины малого кольца прецессии равновесия, выполненные при тех же трех характерных уровнях постоянного поля. В системе координат – «температура – намагниченности подрешеток» построены зависимости ширины кольца от температуры. Установлено, что между верхней и нижней границами кольца имеется область, в которой возможно существование прецессии равновесия.

12) Показано, что при низком уровне постоянного поля область существования прецессии равновесия ограничена по температуре в тех же рамках, что и зависимости поперечных компонент намагниченностей от температуры. Отмечено, что зависимость верхней границы кольца от температуры имеет спадающий характер, обусловленный уменьшением намагниченностей при повышении температуры, а нижняя граница имеет изрезанный характер, минимумы которого обусловлены переходом прецессии от режима без охвата центра к режиму с его охватом.

13) Отмечено, что вне обеих температурных границ области существования прецессии равновесия имеет место обычная прецессия намагниченностей подрешеток, при которой равновесные положения намагниченностей остаются постоянными.

14) Проведенное рассмотрение выполнено также для среднего и высокого уровней постоянного поля. Установлено, что в этих обоих случаях область существования прецессии равновесия по температуре начинается от нуля, что обусловлено границей фазовой диаграммы, при нулевой температуре

совпадающей с вертикальной осью системы координат «температура – поле». При этом окончание области существования прецессии равновесия в обоих случаях приходится на температуры, при которых равновесные положения намагниченностей остаются постоянными.

15) Приведены некоторые замечания о возможном развитии работы. Отмечена важность учета анизотропии, размагничивания и магнитоупругого взаимодействия в системе. Приведена рекомендация рассмотрения тех же явлений в широком интервале значений возбуждающего переменного поля. Высказана рекомендация привязки относительных параметров к наблюдаемым в эксперименте параметрам материала.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

Литература

1. Лакс Б., Баттон К. Сверхвысокочастотные ферриты и ферримагнетики. – М.: Мир. 1965. – 675 с.
2. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. – М.: Наука. 1973. – 591 с.
3. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. – М.: Наука. Физматлит. 1994. – 464 с.
4. Курушин Е.П., Нефедов Е.И. Применение тонких монокристаллических пленок ферритов в устройствах СВЧ // Микроэлектроника. – 1977. – Т. 6, № 6. – С. 549–561.
5. Glass H.L. Ferrite films for microwave and millimeter wave devices // Proc. IEEE. – 1988. – V. 76, № 2. – P. 151–158.
6. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях. – М.: Физматлит. 2016. – 359 с.

7. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. – М.: Физматлит. 2017. – 380 с.
8. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода. – М.: Физматлит. 2018. – 316 с.
9. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Динамика намагниченности в условиях изменения ее ориентации. – М.: Физматлит. 2019. – 347 с.
10. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Спиновые волны в средах с обменом и диссипацией. – М.: Физматлит. 2021. – 384 с.
11. Романова И. Магниторезистивная память MRAM компании Everspin Technologies // Электроника: Наука, Технология, Бизнес. – 2014. – № 8. – С. 72–74.
12. Лисовский Ф.В. Физика цилиндрических магнитных доменов. – М.: Сов. радио. 1979. – 192 с.
13. Malozemoff A.P., Slonczewski J.C. Magnetic domain walls in bubble materials. – New York: Academic Press. 1979. – 326 p.
14. Кикучи Е. Ультразвуковые преобразователи. – М.: Мир. 1972. – 424 с.
15. Голямина И.П. Магнитострикционный преобразователь // Ультразвук: Маленькая энциклопедия / Глав. ред.И.П. Голямина. – М.: Советская энциклопедия. 1979. – С. 196–200.
16. Голямина И.П. Магнитострикционные излучатели из ферритов // Физика и техника мощного ультразвука. Кн. 1. Источники мощного ультразвука. – М.: Наука. 1967. – С. 111–142.
17. Kirilyuk A., Kimel A.V., Rasing T. Ultrafast optical manipulation of magnetic order // Rev. Mod. Phys. – 2010. – V. 82, № 3. – P. 2731–2751.
18. Bigot J.V., Vomir M. Ultrafast magnetization dynamics of nanostructures // Ann. Phys. (Berlin). – 2013. – V. 525, № 1-2. – P. 2–30.
19. Власов В.С., Голов А.В., Котов Л.Н., Щеглов В.И., Ломоносов А.М., Темнов В.В. Современные проблемы ультрабыстрой магнитоакустики (Обзор) // Акустический журнал. – 2022. – Т. 68, № 1. – С. 16–45.

20. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Переходы спиновой переориентации в редкоземельных магнетиках // Успехи физических наук. – 1976. – Т. 119, № 3. – С. 447–486.
21. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. – М.: Наука. 1979. – 320 с.
22. Clark A.E., Callen E. Néel ferromagnets in large magnetic fields // J. Appl. Phys. – 1968. – V. 39, № 13. – P. 5972–5982.
23. Горанский Б.П., Звездин А.К. О характере разворота подрешеток ферримагнетика в магнитном поле // Письма в ЖЭТФ. – 1969. – Т. 10, № 4. – С. 196–200.
24. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм расчета намагниченностей подрешеток в двухподрешеточном ферримагнетике с точкой компенсации. Часть 1. Фазовая диаграмма // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – № 5. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.5.2
25. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм расчета намагниченностей подрешеток в двухподрешеточном ферримагнетике с точкой компенсации. Часть 2. Степенное приближение // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – № 5. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.5.3
26. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Фазовая диаграмма двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации при наличии одноосной анизотропии // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 2. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.2.1
27. Коледов В.В., Суслов Д.А., Щеглов В.И. Влияние анизотропии на фазовую диаграмму двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 7. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.7.4
28. Суслов Д.А., Щеглов В.И. Применение метода динамического установления для построения фазовой диаграммы двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 9. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.9.11

29. Антонов Л.И., Терновский В.В., Хапаев М.М. Расчет периодических доменных структур в ферромагнитных материалах // Физика металлов и металловедение. – 1989. – Т. 67, № 1. – С. 49–53.
30. Антонов Л.И., Лукашева Е.В., Миронова Г.А., Скачков Д.Г. Динамическое установление равновесного периода структуры намагниченности в ферромагнитных пленках // Физика металлов и металловедение. – 2000. – Т. 90, № 3. – С. 213–219.
31. Антонов Л.И., Жукарев А.С., Поляков П.А., Скачков Д.Г. Векторное поле намагниченности в одноосной ферромагнитной пленке // Журнал технической физики. – 2004. – Т. 74, № 3. – С. 83–84.
32. Суслов Д.А., Щеглов В.И. Фазовая диаграмма двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации при наличии анизотропии, размагничивания и неоднородного обмена // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 9. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.2.6
33. Суслов Д.А., Щеглов В.И. Влияние анизотропии и обменного взаимодействия на фазовую диаграмму тонкой пленки из двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – № 3. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.3.7
34. Суслов Д.А., Щеглов В.И. Амплитудно-частотные характеристики вынужденных колебаний намагниченности в рамках фазовой диаграммы двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – № 8. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.8.5
35. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Вынужденная нелинейная прецессия вектора намагниченности в условиях ориентационного перехода // Радиотехника и электроника. – 2011. – Т. 56, № 1. – С. 84–96.
36. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Мультирежимный характер нелинейной прецессии намагниченности второго порядка в условиях ориентационного перехода // Радиотехника и электроника. – 2011. – Т. 56, № 9. – С. 1120–1131.

37. Суслов Д.А., Щеглов В.И. Мультирежимный характер прецессии положения равновесия намагниченности в двухподрешеточном ферримагнетике с точкой компенсации // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – № 8. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.8.15
38. Сушкевич А.К. Основы высшей алгебры. – М.-Л.: Гостехиздат. 1941. – 460 с.

Для цитирования:

Суслов Д.А., Щеглов В.И. Прецессия равновесных колебаний намагниченности двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации в широком интервале температуры и постоянного поля // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – № 9. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.9.12