DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.9.13
УДК: 621.396.1

Оценка времени обнаружения радиоузлов в полносвязной mesh-сети с учетом вероятности ошибки на сообщение

М.М. Толкачев

ООО «Радиокомп»,
Россия, Москва

Статья поступила в редакцию 24 августа 2026 г.

Аннотация. Процедура обнаружения радиоузлов в беспроводных mesh-сетях – это критический этап установления соединения, однако длительность обнаружения зависит от уровня помех в канале. Скорость построения маршрутов в беспроводных самоорганизующихся сетях напрямую определяется временем обнаружения соседних узлов. В условиях реального радиоканала этот процесс замедляется из-за потерь пакетов. В работе исследуется влияние вероятности ошибки на пакет (PER) на среднее время обнаружения всех соседних радиоузлов в сети в топологии «полносвязная группа». Задача сведена к классической задаче о коллекционере, что позволило получить аналитическое выражение для зависимости времени обнаружения от PER. Корректность полученной формулы подтверждена имитационным моделированием. Предложенная модель дает возможность количественно оценить задержки инициализации сети на этапе проектирования без проведения натурных испытаний. Результаты работы позволяют инженерам прогнозировать время развертывания mesh-сетей на этапе расчета радиопокрытия.

Ключевые слова: mesh-сети, ad-hoc, топология сети, one-hop, multi-hop, aloha, collision detection, clique.

Автор для переписки: Толкачев Максим Михайлович, tmatom@yandex.ru

Введение

Беспроводные ad-hoc сети и сенсорные сети в последнее время активно развиваются благодаря широкому спектру приложений: мониторинг среды, наблюдение за окружающей средой, слежение и отслеживание объектов, а также создание общественных сетей [1]. Такие сети, как правило, развертываются без какой-либо коммуникационной инфраструктуры и должны самоорганизовываться непосредственно после развертывания для создания эффективной инфраструктуры связи. Например, сразу после включения, радиоузел не обладает информацией о других узлах в зоне своего радиочастотного диапазона и должен обнаружить своих ближайших узлов, чтобы иметь возможность эффективно взаимодействовать с остальными узлами сети. Знание о соседних радиоузлах на расстоянии одного прыжка (одной ретрансляции, one-hop neighbors) необходимо для работы протоколов управления доступом к среде [2], алгоритмов маршрутизации [3] и алгоритмов управления топологией [4]. Вопросам оптимизации и маршрутизации в mesh-сетях посвящены работы отечественных авторов [5–6].

Существуют модели SPR (Single Packet Reception), которые предполагают, что успешный прием возможен только при отсутствии других одновременно работающих передатчиков. Однако, современные технологии, такие как CDMA и MIMO, позволяют принимать несколько пакетов одновременно – MPR (Multipacket Reception). В работе [7] показано, как MPR может быть использована для ускорения процесса обнаружения соседних радиоузлов, когда каждый узел должен найти все другие узлы в пределах прямой видимости. Обнаружение соседей является одним из первых и критически важных шагов при настройке беспроводной сети.

Алгоритмы обнаружения соседей можно разделить на две категории: рандомизированные и детерминированные. В рандомизированном алгоритме каждый узел передает данные в случайно выбранные моменты времени и при этом с некоторой вероятностью обнаруживает всех своих соседей к заданному моменту времени. Эффективные рандомизированные алгоритмы для таких

условий предложены в статье [8]. В детерминированном алгоритме каждый узел передает данные в соответствии с заранее определенным расписанием, что позволяет ему гарантированно (с вероятностью, равной единице) обнаружить всех своих соседей к заданному времени. Однако, гарантированное обнаружение соседних узлов часто достигается ценой увеличения времени выполнения и часто требует выполнения ряда условий, таких как синхронизация между узлами или априорное знание количества соседей [9,10].

В работе [11] рассмотрено влияние априорной информации на время обнаружения соседей в сетях с направленными антеннами. Показано, что задача сводится к неравномерной задаче о коллекционере купонов. Классическая задача коллекционера купонов определена в книге [12]. Существует n различных объектов, которые многократно извлекаются (с заменой) из урны с вероятностью $1/n$ выбора объекта при каждом испытании. Тогда возникает вопрос: каково минимальное количество испытаний, необходимых для того, чтобы выбрать каждый из n объектов хотя бы один раз?

В статье [1] получены верхняя и нижняя границы ожидаемого времени обнаружения, а также показано, что минимальное время достигается при равных вероятностях успеха для всех соседних узлов. Однако полученные оценки для алгоритмов Алоха (Aloha) и Детектирование коллизий (Collision Detection – CD) не учитывают вероятность ошибки на сообщение (Packet Error Rate, PER), которая возникает из-за затухания сигнала, многолучевого распространения, интерференции и тепловых шумов в реальном радиоканале. Исследование сосредоточено исключительно на двух условиях: синхронизирован ли процесс передачи и известно ли узлам общее количество узлов сети, оставляя без внимания другие важные параметры (например, качество канала). Вследствие этого существующие алгоритмы дают заниженные оценки времени обнаружения, что может приводить к некорректному проектированию протоколов инициализации.

Цель данной работы – исследование влияния вероятности ошибки на сообщение на среднее время обнаружения всех радиоузлов в полносвязной

беспроводной сети, где каждый узел находится в зоне прямой радиовидимости каждого другого узла. В рамках модели предполагаются следующие допущения (или идеализированные условия): канал является симметричным, ошибки в пакетах независимы и имеют постоянную вероятность PER, коллизии не рассматриваются отдельно, поскольку их эффект может быть включен в PER. Задача сводится к обобщенной задаче о коллекционере с ненадежными испытаниями, для которой выводится аналитическая формула, связывающая время обнаружения с PER. Корректность формулы проверяется с помощью имитационного моделирования.

Полученные результаты позволяют на этапе проектирования оценивать задержки инициализации mesh-сетей с учетом реального качества канала, что делает модель пригодной для практического применения в системах с неидеальной физической средой.

Структура работы выглядит следующим образом. В разделе 1 формализуется модель сети и процесса обнаружения. В разделе 2 выводится аналитическая формула среднего времени обнаружения для синхронизированной Aloha при наличии канальных ошибок (вероятность q). Раздел 3 содержит описание имитационной модели и результаты численных экспериментов. В заключении сформулированы основные выводы.

1. Модель системы

Рассматривается беспроводная радиосеть, состоящая из n узлов(станций), образующих полносвязную топологию. Вероятность $p_s(i)$ того, что узел i, $1 \le i \le n$ успешно передаст данные в заданном временном интервале. Вероятность p_s одинакова для каждого узла i. Процесс обнаружения соседних узлов можно рассматривать как задачу сбора купонов следующим образом: рассмотрим фиктивный узел C, который можно считать сборщиком купонов. В каждом интервале C вытягивает один из n купонов (т.е. обнаруживает данный узел) с вероятностью p_s и не вытягивает ни одного купона (что соответствует

свободному интервалу или коллизии) с вероятностью $1 - np_s$. Можно заметить, что, когда C собирает n различных купонов, в рассматриваемом случае это означает, что каждый узел в клике обнаружил всех своих $n - 1$ соседних узлов. Каждый узел имеет всенаправленные антенны и может либо передавать, либо принимать (полудуплексный режим). Время разделено на слоты фиксированной длины. При этом для упрощения считается, что осуществляется идеальная синхронизация. Передача считается успешной, если:

- Ровно один узел передает (отсутствие коллизий). Модель коллизии: Когда два или более узла передают данные одновременно, на принимающем узле происходит коллизия. При возникновении коллизии предполагается, что частичное восстановление пакетов на принимающем узле невозможно.
- Переданный пакет принят без ошибок на сообщение.

2. Оценка времени (количества слотов) для обнаружения ближайших узлов в полносвязной топологии сети

Оценка среднего количества слотов $E[W]$ для установления сети без учета вероятности ошибки на сообщение [1], при синхронизированном алгоритме Алоха, определяется выражением:

$$E[W] = n \cdot e \cdot (\ln(n) + c). \quad (1)$$

Обозначим q – вероятность того, что переданное сообщение будет принято с ошибкой из-за шумов или замираний [13,14] при отсутствии коллизий. Тогда, вероятность успешного приема при отсутствии коллизий $(1 - q)$.

В алгоритме Алоха с идеальной синхронизацией в каждом временном интервале узел независимо передает данные с вероятностью $p_t = 1/n$, и прослушивает данные с вероятностью $(1 - p_t)$. Вероятность успешной передачи p_s каждого узла в данном слоте (без учета ошибки на сообщение) равна:

$$p_s = p_t(1 - p_t)^{n-1} = \frac{1}{n}\left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n-1} \approx \frac{1}{ne}. \quad (2)$$

С учетом вероятности ошибки на сообщение, вероятность успешной передачи для узла (2) преобразуется:

$$p_q = p_s(1-q) \approx \frac{1}{ne}(1-q). \tag{3}$$

Отсюда следует, что среднее ожидаемое число слотов для обнаружения всех n узлов:

$$E[W] = \sum_{i=1}^{n-1} E[W_i] = \frac{1}{(n-i)\cdot p_s} = \frac{1}{p_s}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}. \tag{4}$$

При больших значениях n, для формулы (4) можно использовать приближение:

$$E^{\sim}[W] = \frac{1}{p_s}\cdot H_n \approx neH_n. \tag{5}$$

где H_n – гармонический ряд, обозначаемое сумму обратных величин первых n натуральных чисел [1]. При больших n гармонический ряд можно аппроксимировать формулой $H_n \approx \ln(n) + \gamma$, где $\gamma = 0.5772$ – это постоянная Эйлера-Маскерони. В результате получаем:

$$E[W] = \sum_{i=1}^{n-1} E[W_i] = \sum_{i=1}^{n-1}\frac{1}{(n-i)\cdot p_q} = \frac{1}{p_q}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i} = \frac{1}{p_q}\cdot H_n \approx \frac{ne}{1-q}H_n. \tag{6}$$

При больших значениях n, формула (6) приводится к выражению:

$$E[W] \approx \frac{ne}{1-q}\cdot(\ln(n) + O(n)). \tag{7}$$

На рисунке 1 приведены зависимости времени установления сети $E[W]$ от числа радиоузлов n в сети для результатов расчета по формулам (4) и (5).

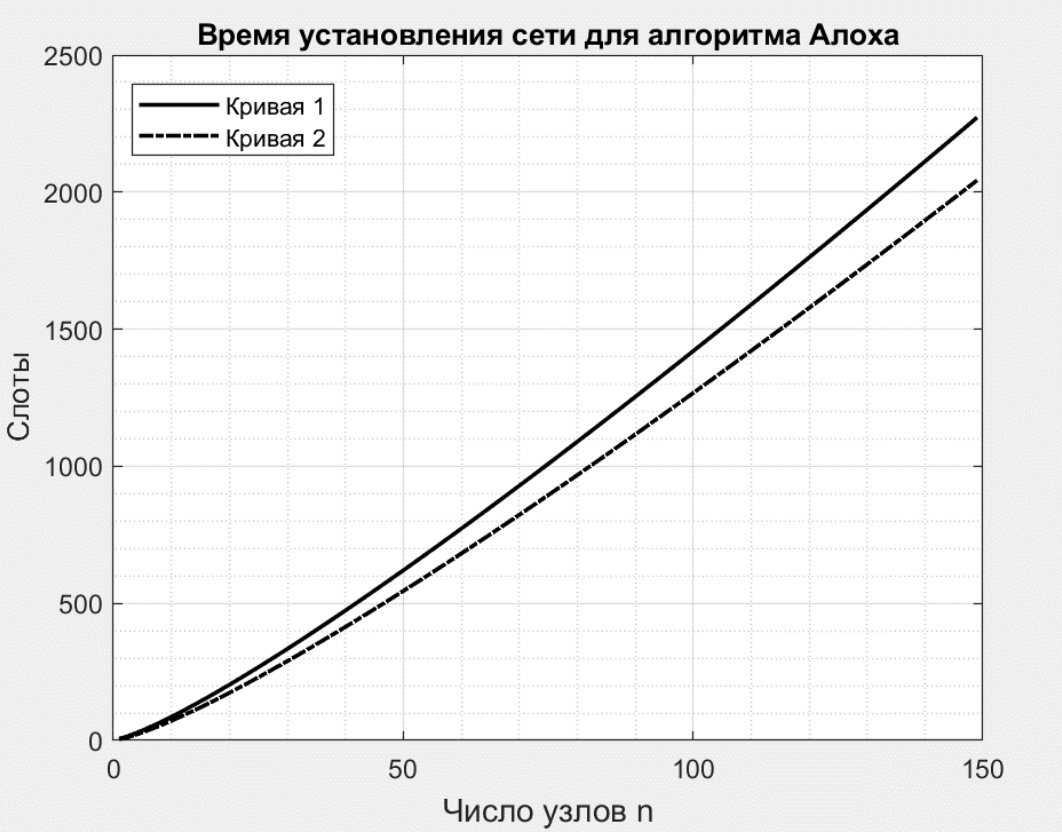


Рис. 1. Зависимости $E[W]$ от числа узлов в сети – 1 кривая вычисленная по формуле (4), 2 кривая вычисленная по приближенной формуле (5).

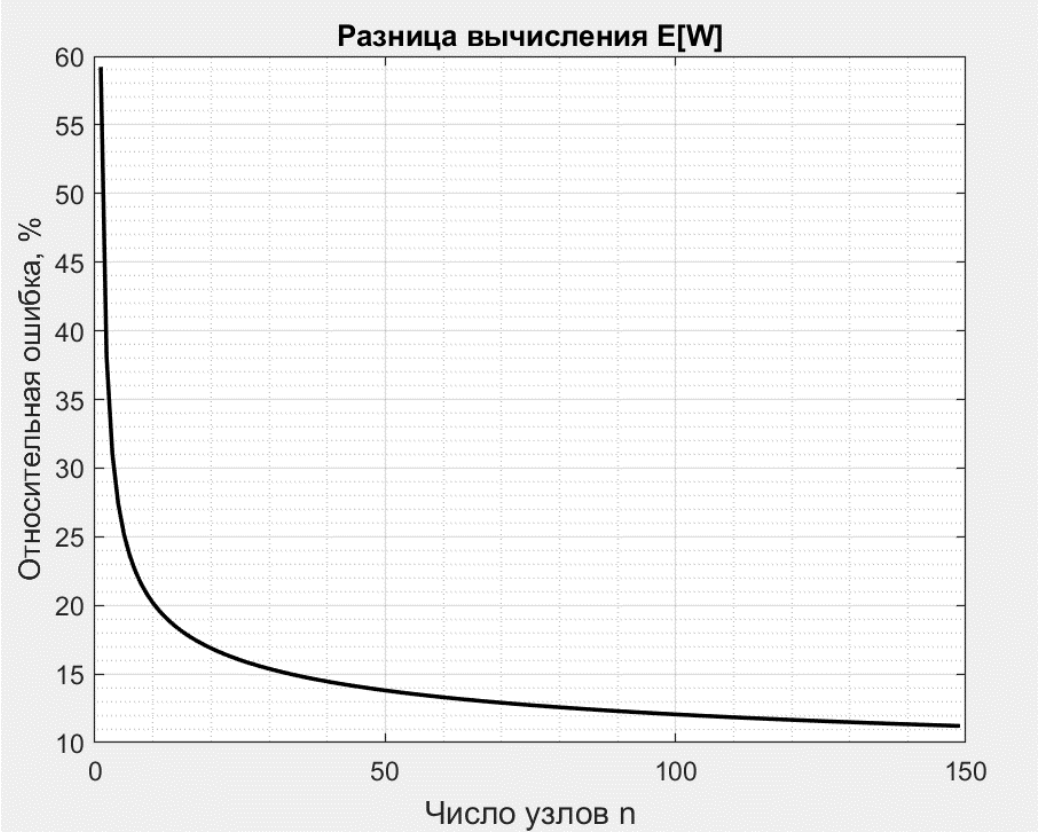


Рис. 2. Кривая относительной ошибки в процентах между значением, вычисленным по аппроксимированной (5) формуле и по точной (4) формуле.

Из рисунка 2 видно, что для малого количества узлов относительная ошибка оценки $E[W]$ по приближенной формуле (2) существенна. При числе узлов $n > 50$ относительная ошибка становиться меньше 15 % и стремиться к 10 %.

Рассмотрим предел $q \to 0$ (вероятность ошибки на сообщение стремится к 0) для формул (6) и (7):

$$\lim_{q\to 0} E[W] = \lim_{q\to 0} \sum_{i=1}^{n-1} E[W_i] = \lim_{q\to 0} \frac{1}{(n-i)\cdot p_q} = \lim_{q\to 0} \frac{1}{p_q} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} = \frac{1}{p_s} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}, \quad (8)$$

и для больших n:

$$\lim_{q\to 0} E[W] = \lim_{q\to 0} \left(\frac{n\cdot e\cdot \ln(n)}{(1-q)} + O\left(\frac{n}{(1-q)} \right) \right) = n\cdot e\cdot \ln(n) + O(n) . \quad (9)$$

Обратим внимание, что при $q \to 0$ формула (1) сводится к классическому результату задачи «о сборщике купонов» для синхронизированного Алоха. Время обнаружения определяется только числом узлов n.

3. Моделирование

Моделирование процесса обнаружения узлов разбивается на 5 этапов. На первом этапе устанавливаются начальные значения. Для каждого значения q создается массив W результатов длины M, куда будут записываться полные времена обнаружения.

На втором этапе проводятся M независимых экспериментов для одного из значений q. Каждый эксперимент моделирует работу системы «с нуля»: Массив «discovered» – логический вектор, где «true» означает, что узел уже был успешно обнаружен. Переменная «remaining» – счетчик узлов, ожидающих обнаружения. Переменная «slots» – общее количество временных слотов до завершения процесса.

На этапе 3 моделирования в каждом слоте, производится вычисление решений о передаче. Для каждого узла i с вероятностью $p = 1/n$ принимается решение о передаче. Это соответствует равновероятному доступу без предварительного разрешения конфликтов. Если ровно один узел передает,

слот считается потенциально успешным. Определяется индекс j передающего узла. Если узел j еще не был обнаружен: с вероятностью $(1 – q)$ сообщение не искажается, и узел переходит в состояние «обнаружен», с вероятностью q сообщение искажается, и обнаружение не происходит (узел остается необнаруженным). Счетчик слотов увеличивается на 1 независимо от исхода.

После увеличения счетчика слотов проверяется условие остановки моделирования (4 этап). Цикл продолжается, пока все n узлов не будут обнаружены. Время завершения W записывается как общее число затраченных слотов.

На финальном этапе (по окончании M экспериментов) вычисляются среднее значение и СКО числа слотов.

На рисунках 3 и 4 приведены результаты компьютерного моделирования времени установления полносвязной топологии сети для 10 и 100 узлов от вероятности ошибки на принимаемое сообщение.

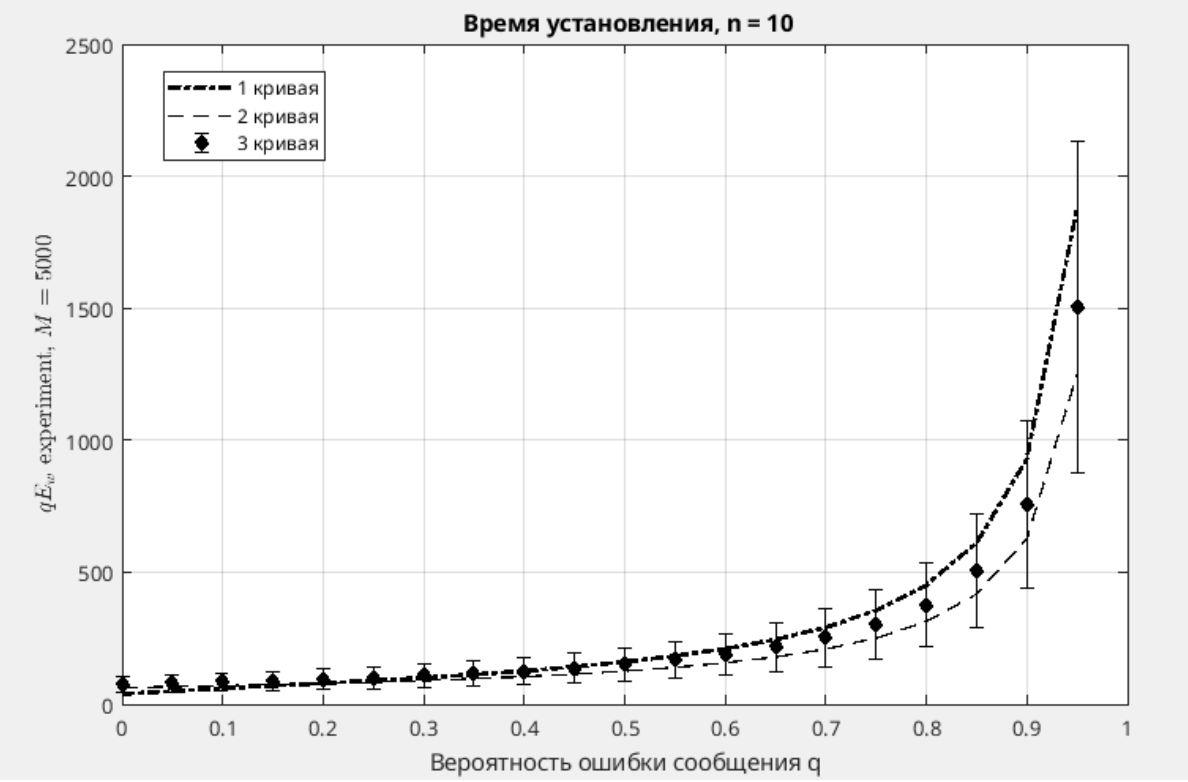


Рис. 3. Зависимость времени установления сети для n = 10 узлов, кривая 1 оценка по точной формуле (4), кривая 2 оценка по приближенной формуле (5), кривая 3 отображает результаты моделирования по алгоритму Алоха.

При моделировании каждой точки проводилось M = 5000 вычислительных экспериментов. Заметим, что кривая 3 на рисунках 3 и 4 имеет некоторый разброс. И при увеличении числа узлов в сети среднее значение результатов моделирования (кривая 3) движется от кривой 2 к кривой 1.

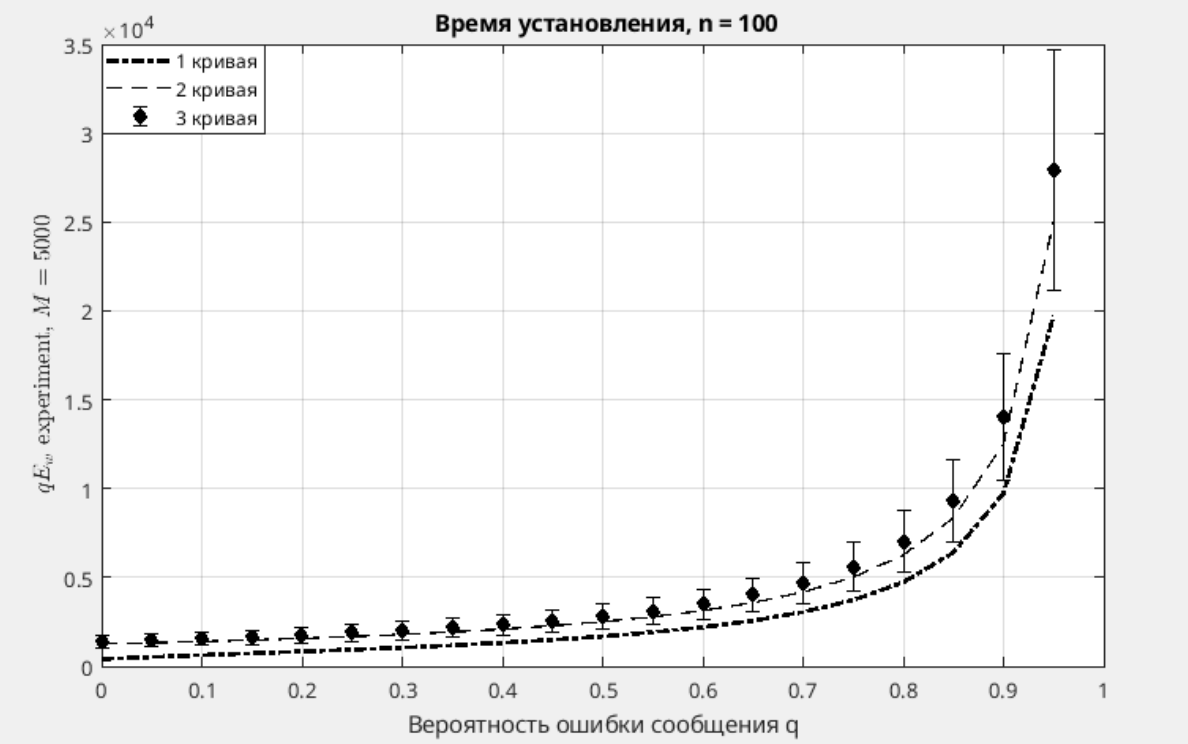


Рис. 4. Графики $E[W]$ для n = 100 узлов, кривая 1 построенный по точной формуле (4), кривая 2 по приближенной формуле (5), кривая 3 отображает результаты моделирования по алгоритму Алоха (с учетом СКО).

Совпадение аналитических расчетов и результатов компьютерного моделирования подтверждает корректность полученных формульных соотношений.

Заключение

В работе исследовано влияние вероятности ошибки в принятом сообщении на время обнаружения узлов (установления сети) в полносвязной топологии для синхронного алгоритма Алоха. На основе задачи о коллекционере получена аналитическая формула, учитывающая вероятность ошибки на сообщение. Для вычисления времени установления при большом количестве узлов в сети ($n \geq 100$) можно пользоваться аналитической формулой с аппроксимацией, погрешность вычислений не превышает 15 %. При $n < 100$ рекомендуется

использовать полную форму с вычислением ряда, так как погрешность возрастает до 60 %. Проведено компьютерное моделирование, подтверждающее аналитические результаты. При вероятности ошибки на сообщение $q > 0.5$ времени установления сети быстро возрастает. При вероятности ошибки на сообщение $q < 0.1$ и менее, время установления сети зависит от вероятности коллизий.

Полученные результаты могут быть использованы для оценки времени инициализации сетей и для проектирования адаптивных протоколов обнаружения всех узлов в полносвязной mesh-сети.

Литература

1. Vasudevan S. et al. Neighbor discovery in wireless networks and the coupon collector's problem // Proceedings of the 15th annual international conference on Mobile computing and networking. – 2009. – С. 181-192.
2. Bao L., Garcia-Luna-Aceves J.J. A new approach to channel access scheduling for ad hoc networks // Proceedings of the 7th annual international conference on Mobile computing and networking. – 2001. – С. 210-221.
3. Johnson D.B., Maltz D.A. Dynamic source routing in ad hoc wireless networks // Mobile computing. – Boston, MA : Springer Us, 1996. – С. 153-181.
4. Keshavarzian A. et al. Energy-efficient link assessment in wireless sensor networks // IEEE INFOCOM 2004. – IEEE, 2004. – Т. 3. – С. 1751-1761.
5. Хоров Е.М. Знакомство с современными беспроводными технологиями. Многошаговые беспроводные сети: принципы построения и открытые задачи // Информационнотехнологический вестник. – 2017. – №. 3. – С. 13.
6. Базенков Н. и др. Теоретико-игровые алгоритмы формирования децентрализованных беспроводных сетей : дис. – Институт проблем управления им. ВА Трапезникова Российской академии наук, 2014.

7. Russell A. et al. Neighbor discovery in wireless networks with multipacket reception // IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems. – 2014. – Т. 26. – №. 7. – С. 1984-1998 https://doi.org/10.1109/TPDS.2014.2321157
8. Амбаткар С.В. Neighbor node discovery для беспроводной самоорганизующейся одноранговой сети типа Ad-hoc / С.В. Амбаткар, П. Кулкарни ; пер. В. Рентюк // Беспроводные технологии. – 2017. – № 1. – С. 19–21.
9. Li L. et al. A cone-based distributed topology-control algorithm for wireless multi-hop networks // IEEE/ACM Transactions on networking. – 2005. – Т. 13. – №. 1. – С. 147-159.
10. Burghal D., Tehrani A.S., Molisch A.F. On expected neighbor discovery time with prior information: Modeling, bounds and optimization // IEEE Transactions on Wireless Communications. – 2017. – Т. 17. – №. 1. – С. 339-351.
11. Vasudevan S., Kurose J., Towsley D. On neighbor discovery in wireless networks with directional antennas // Proceedings IEEE 24th Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. – IEEE, 2005. – Т. 4. – С. 2502-2512 https://doi.org/10.1109/INFCOM.2005.1498535
12. Motwani R., Raghavan P. Randomized algorithms. Cambridge Univ // Press. Cambridge, UK. – 1995.
13. Zhang L., Luo J., Guo D. Neighbor discovery for wireless networks via compressed sensing // Performance Evaluation. – 2013. – Т. 70. – №. 7-8. – С. 457-471.
14. Proakis J.G., Salehi M. Digital communications. – New York : McGraw-hill, 2001. – Т. 4. – С. 593-620.

Для цитирования:

Толкачев М.М. Оценка времени обнаружения радиоузлов в полносвязной mesh-сети с учетом вероятности ошибки на сообщение // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – № 9. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.9.13